

# ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ ПРОГРАММА

по курсу "Гармонический анализ"

2 курс, 4 семестр, 2022-23 уч.г.

ФПМИ, поток А.Л. Лукашова

1. Теорема Римана об осцилляции.
2. Представление частичной суммы ряда Фурье интегралом с ядром Дирихле. Принцип локализации.
3. Достаточные условия сходимости ряда Фурье в точке.
4. Дифференцирование и интегрирование рядов Фурье. Порядок убывания коэффициентов Фурье.
5. Теорема Жордана.
6. Равномерная сходимость сумм Фейера для непрерывной функции.
7. Теоремы Вейерштрасса о приближении непрерывных функций тригонометрическими и алгебраическими многочленами.
8. Минимальное свойство коэффициентов Фурье по ортогональной системе. Неравенство Бесселя.
9. Полнота ортогональной системы функций, ортонормированный базис и равенство Парсеваля.
10. Полнота тригонометрической системы в пространстве функций, суммируемых с квадратом функций. Сходимость ряда Фурье в среднем квадратичном, равенство Парсеваля для тригонометрической системы.
11. Теорема Рисса-Фишера.
12. Полнота и замкнутость ортогональной системы, их связь.
13. Полнота пространств  $C[a, b]$  и  $L_p[a, b]$ ,  $p > 1$ .
14. Непрерывность, интегрируемость и дифференцируемость собственных интегралов, зависящих от параметра.
15. Равномерная сходимость несобственных интегралов, зависящих от параметра. Критерий Коши, признаки Вейерштрасса и Дирихле.
16. Непрерывность и интегрируемость несобственных интегралов, зависящих от параметра.
17. Дифференцирование несобственных интегралов по параметру.
18. Гамма- и бета-функции и связь между ними.
19. Формула Гаусса-Эйлера для гамма-функции.
20. Формула Валлиса. Представление синуса в виде бесконечного произведения.
21. Формула дополнения для гамма-функции.
22. Равносходимость интеграла и ряда Фурье в точке.
23. Преобразование Фурье. Обратное преобразование Фурье. Свойства преобразования Фурье суммируемой функции. Формулы обращения.
24. Преобразование Фурье производной и производная преобразования Фурье. Свертка и ее преобразование Фурье.
25. Пространства основных и обобщенных функций. Дифференцирование обобщенных функций.  $\delta$ -функция.
26. Пространство Шварца быстро убывающих функций.