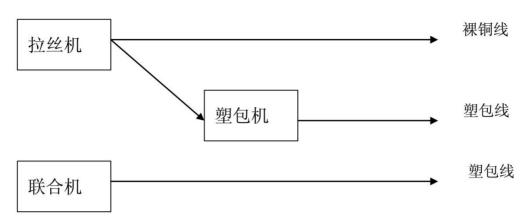
题目: 生产裸铜线和塑包线的工艺如图所示:



某厂现有 I 型拉丝机和塑包机各一台,生产两种规格的裸铜线和相应的两种塑包线,没有拉丝塑包联合机(简为联合机)。因市场需求扩大和现有塑包机设备陈旧,所以计划新增 II 型拉丝机或联合机(由于场地限制,每种设备最多一台),或改造塑包机,每种设备选用方案及相关数据如下:

	拉丝机		塑包机		联合机
	原有I型	新购Ⅱ型	原有	改造	新购
方案代号	1	2	3	4	5
所需投资 (万元)	0	20	0	10	50
运行费用(元/小时)	5	7	8	8	12
固定费用(万元/年)	3	5	8	10	14
规格1生产效率(米/小时)	1000	1500	1200	1600	1600
规格 2 生产效率(米/小时)	800	1400	1000	1300	1200
废品率(%)	2	2	3	3	3
每千米废品损失(元)	30	30	50	50	50

已知市场对两种规格裸铜线的需求分别为 3000km 和 2000km,对两种规格塑包线的需求分别为 10000km 和 8000km 左右。按照规定,新购及改进设备按每年 5%提取折旧费,老设备不提;每台机器每年最多只能工作 8000 小时。为了满足需求,确定使总费用最小的设备和生产计划。

摘要

本题在综合生产过程中所需投资、运行费用、固定费用、生产效率、废品率的因素的影响后,利用各种费用相加求出总费用最优解的方法建立满足生产需要的数学模型。并使用数学 LINGO 软件对各方面进行求解,要考虑约到束条件,给出工厂生产裸铜线和塑包线的最优方案和最小费用,还要进行了灵敏度分析,证明模型的可行性。

一、 问题重述

本题在给出了购买或改造机器的费用及他们运行费用、固定费用、损耗费用、生产效率、废品率等数据,要求得出满足生产需求的最低总费用的设备选用方案。将生产需求及设备限制看做约束条件,根据题目列出最低费用的目标函数,将生产问题转变为数学问题解答。

二、符号说明

M; 第 i 种方案机器的数目 (i=0,1 表示变量)

 X_{ii} 第 i 种方案机器用于生产第 j 种规格线材的时间 (/千小时)

(i=1, 2, 3, 4, 5; i=1, 2)

F 设备年固定费用(千元)

0.05K 新购及改造设备年折旧费

R 年运行费用(千元)

L 年废品损失(千元)

Z 设备选用的最低费用(千元)

T. 设备 i 的年废品损失费用(千元)

三、问题分析

题目中有5种生产方案,总的生产能力必须超过产品总需求量,而且要使用最少的总费用去购买或者改造设备消耗。如果问题的规模较小,我们可以选用枚举法,算出各个方案的最少费用,逐一计算并作比较,即可找出最优方案。但随着问题规模的变大,枚举法的计算量将是无法接受的。

而且这是一个优化问题,建立优化问题的模型最主要的是用数学符号和式子 表述决策变量、构造目标函数和确定约束条件。它的目标是使消耗的的总费用最

小。约束条件应为满足需求的限制。决策变量xii表示第 i 种方案机器用于生产

第 j 种规格线材的时间(单位:千小时),(i=1,2,3,4,5; j=1,2)。 用 M_i 表示 第 i 种方案机器的数目(0-1 变量),也就是用 0-1 变量表示一种方案是否被选用,从而建立这个问题的 0-1 规划模型,借助现成的数学软件求解。

四、问题假设

- 1、机器在生产期间不会出现故障,工作运行正常,且都在工作时需内。
- 2、只有机器原因造成的废品损失,与人无关。
- 3、两种规格的生产效率都在允许范围内,
- 4、运行费用不会因为市场经济原因而改变

五、模型建立

由题可知
$$K=200M_2+100M_4+500M_5$$
 (1)

$$F = 30M_1 + 50M_2 + 80M_3 + 100M_4 + 140M_5$$
 (2)

$$R = (5(x_{11} + x_{12}) + 7(x_{21} + x_{22}) + 8(x_{31} + x_{32}) + 8(x_{41} + x_{42}) + 12(x_{51} + x_{52})$$

$$(3)$$

设备1的年废品损失为:

$$T_1 = 0.03 \times 0.02 \times (1000x_{11} + 800x_{12}) = 0.6x_{11} + 0.48 x_{12}$$

同理可得 $T_2=0.03\times0.02\times(1500x_{21}+1400x_{22})=0.9x_{21}+0.84x_{22}$

$$T_3 = 0.050 \times 0.03 \times (1200 x_{31} + 1000 x_{32}) = 1.8 x_{31} + 1.5 x_{32}$$

$$T_4 = 0.050 \times 0.03 \times (1600 x_{41} + 1300 x_{42}) = 2.4 x_{41} + 1.95 x_{42}$$

$$T_5 = 0.050 \times 0.03 \times (1600 x_{51} + 1200 x_{52}) = 2.4 x_{51} + 1.8 x_{52}$$

故总的设备年废品损失为

L=0.
$$6x_{11} + 0.48 x_{12} + 0.9x_{21} + 0.84x_{22} + 1.8 x_{31} + 1.5 x_{32} + 2.4 x_{41} + 1.95 x_{42} + 2.4 x_{51} + 1.8 x_{52}$$
 (4)

目标函数:

Min Z=0.05K+F+R+L

$$= 30\ \boldsymbol{M}_{1} + 60\ \boldsymbol{M}_{2} + 80\ \boldsymbol{M}_{3} + 105\ \boldsymbol{M}_{4} + 165\ \boldsymbol{M}_{5} + 5.\ 6x_{\mathbf{11}} + 5.\ 48\ x_{\mathbf{12}} + 7.\ 9x_{\mathbf{21}} + 7.\ 84x_{\mathbf{22}} + 7.\ \boldsymbol{M}_{23} + \boldsymbol{M}_{24} + \boldsymbol{M}_{24} + \boldsymbol{M}_{25} + \boldsymbol{M}_$$

$$+9.8x_{31} + 9.5x_{32} + 10.4x_{41} + 9.95x_{42} + 14.4x_{51} + 13.8x_{52}$$
 (5)

约束条件:

1. 满足需求:裸铜线不仅直接供应市场,还可以作为半成品供塑包机生产塑包线,所以裸铜线(规格 1)的需求量为 $3000+1200x_{31}+1600x_{41}$ 裸铜线(规格 1)

由设备 1,2 生产, 考虑到废品损失, 应有

$$(1-0.02) \times (1000x_{11} +1500x_{21}) \ge 3000+1200x_{31} +1600x_{41}$$

即:
$$980x_{11} + 1470x_{21} - 1200x_{31} - 1600x_{41} \ge 3000$$
 (6)

同理有

$$784x_{12} +1372x_{22} -1000x_{32} -1300x_{42} \ge 2000 \tag{7}$$

$$1164 x_{31} + 1552 x_{41} + 1552 x_{51} \ge 10000 \tag{8}$$

$$970 x_{32} +1261 x_{42} +1164 x_{52} \ge 8000 \tag{9}$$

2. 机器生产能力的限制:每台机器每年最多只能工作 8000 小时,

$$\mathbb{P}_{x_{i1}} + x_{i2} \leq 8M_i$$
 (i=1, 2, 3, 4, 5)

3. 现有生产设备数量的限制:

$$M_1 = 1$$

sets:

type/1..5/:i

$$M_3 + M_4 = 1$$

4. 变量范围的限制: M_i 为 0-1 变量, X_{ii} 非负

六、模型求解:

```
model:
min=
30*M1+60*M2+80*M3+105*M4+165*M5+5.6*X11+5.48*X12+7.9*X21+7.84*X22+9.8
*X31+9. 5*X32+10. 4*X41+9. 95*X42+14. 4*X51+13. 8*X52;
980*X11+1470*X21-1200*X31-1600*X41>=3000;
784*X12+1372*X22-1000*X32-1300*X42 \ge 2000:
1164*X31+1552*X41+1552*X51>=10000;
970*X32+1261*X42+1164*X52>=8000;
Xi1+Xi2<=8*Mi;
sets:
   var/1..5/:M;
endsets
sets:
   type/1..5/:i
   matrix(type, 1):x
endsets
```

matrix(type, 2):x

endsets

M1=1;

M3+M4=1;

end

Global optimal solution found.

Objective value:573.9489Objective bound:573.9489Infeasibilities:0.2273737E-12Extended solver steps:0Total solver iterations:12

	Variable	Value	Reduced Cost
	M1	1.000000	0.000000
	M2	1.000000	56.00000
	М3	1.000000	80.00000
	M4	0.000000	85.80000
	M5	1.000000	125.8443
	X11	0. 2223558	0.000000
	X12	0.000000	0.7142857
	X21	1.892579	0.000000
	X22	6. 107421	0.000000
	X31	0.000000	2. 186297
	X32	6. 379381	0.000000
	X41	0.000000	2.648397
	X42	0.000000	0.000000
	X51	6. 443299	0.000000
	X52	1. 556701	0.000000
	Row	Slack or Surplus	Dual Price
	1	573. 9489	-1.000000
	2		0.000000
-0. 5714286E-02			
	3		0.000000
-0.6078717E-02			
	4		0.000000
-0. 1243200E-01			
	5		0.000000
-0. 1606053E-01			
	6	7. 777644	0.000000
	7	0.000000	0.5000000
	8	1.620619	0.000000
	9	0.000000	2.400000

10	0.000000	4. 894461
11	0.000000	-30.00000
12	0. 000000	0.000000

即需要新购II型拉丝机和联合机各 1台,不需要改造塑包机设备;相应的任务分配可以从 x_{ii} 的数值得到;总费用为 574千元.

七、总结:

生产问题的建模主要由两方面组成,一是选择最佳设备方案提高产量。二是构造优化模型。

题目通过对不同方案、市场的需求的考虑及各种费用的研究,在考虑了约束条件,在满足需求、机器生产能力的限制、现有生产设备数量的限制、变量范围的限制等条件,将变量限制在一定的范围内,缩小范围,更有利于研究。同时建立了优化模型,最终得出了工厂生产裸铜线和塑包线的总费用的最优解和生产的最优安排。并运用 LINGO 软件求解。

本模型还存在一些不足:比如工人的生产技术对生产的影响、经济变化对费用的影响等因素没有考虑周全。另外,还可以在费用方面进行改进,进行研究比较。

六、参考文献

[1]姜启源,谢金星,叶俊,数学模型(第三版),高等教育出版社