人工智能概论

慕彩红
人工智能学院
mucaihongxd@foxmail.com

第五章 不确定性推理——模糊逻辑与模糊推理

基本概念

什么是不确定性推理?

- 不确定性推理是建立在非经典逻辑基础上的一种推理，它是对不确定性知识的运用与处理。
- 具体地说，所谓不确定性推理就是从不确定性的初始证据（即事实）出发，通过运用不确定性的知识，最终推出具有一定程度不确定性的结论。

模糊计算和模糊推理

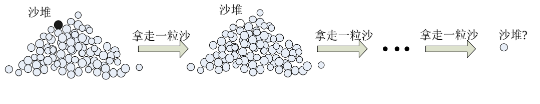
◆经典二值（布尔）逻辑

- ■在经典二值（布尔）逻辑体系中，所有的分类都被假定为有明确的边界；（突变）
- ■任一被讨论的对象，要么属于这一类，要么不属于这一类；
- ■一个命题不是真即是假，不存在亦真亦假或非真非伪的情况。（确定）

为什么需要模糊逻辑?

从沙堆里拿走一粒沙子，这还是一个沙堆吗?

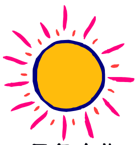
常识告诉我们应该回答“是”。然而，如果回答“是”，这样顺推下去就会掉入陷阱：从上次剩下的沙堆里再拿走一粒沙子，剩下的还是一个沙堆，那么如此反复，直到只剩下两三粒沙子甚至没有一粒沙子时，这也还是一个沙堆。



为什么需要模糊逻辑?

这里的问题就在于“沙堆”这个概念是模糊的，没有一个清晰的界限将“沙堆”与“非沙堆”分开。我们没有办法明确指出，在这个不断拿走沙子的过程中，什么时候“沙堆”不再是“沙堆”。

与“沙堆”相似的模糊概念还有很多。这种在生活中常见的模糊概念，在用传统数学方法处理时，往往会出现问题。



天气冷热

雨的大小

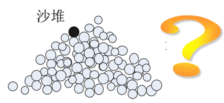
风的强弱

人的胖瘦

年龄大小

个子高低

为什么需要模糊逻辑？



若尝试消除这些概念的模糊性，会怎样呢？

如果规定沙堆只能由10000粒以上的沙子组成，“沙堆”这个概念的模糊性就消除了。10000粒沙子组成的是沙堆，9999粒沙子组成的不是沙堆：这在数学上没有任何问题。

然而，仅仅取走微不足道的一粒沙子，就将“沙堆”变为“非沙堆”，这又不符合我们日常生活中的思维习惯

为什么需要模糊逻辑？

在企图用数学处理生活中的问题时，精确的数学语言和模糊的思维习惯产生了矛盾。

传统的数学方法常常试图进行精确定义，而人关于真实世界中事物的概念往往是模糊的，没有精确的界限和定义。在处理一些问题时，精确性和有效性形成了矛盾，诉诸精确性的传统数学方法变得无效，而具有模糊性的人类思维却能轻易解决。

模糊数学及模糊逻辑就是用来解决这一矛盾的工具之一。

模糊数学

- **模糊概念**

模糊概念：从属于该概念到不属于该概念之间无明显分界线

年轻、重、热、美、厚、薄、快、慢、大、小、高、低、长、短、贵、贱、强、弱、软、硬、阴天、多云、暴雨、清晨。

模糊数学的产生与基本思想

- **产生**

1965年，L.A. Zadeh（扎德） 发表了文章《模糊集 》(Fuzzy Sets，Information and Control, 8, 338-353)

- **基本思想**

用属于程度代替属于或不属于。

❖ 模糊理论的发展

模糊理论起源于美国，但是它在美国却因为传统的习惯力量，发展并不顺利，同样在欧洲也受到一定程度的抵制。西方人喜欢研究精确问题，偏好二元逻辑系统。东方人擅长兼蓄思维，西方人娴熟于分析推理，这种文化沉淀上的差异也可以从对模糊逻辑的接受程度上反映出来。

模糊是相对于精确而言的。对于多因素的复杂状况，模糊往往显示出更大的精确。过份精确还可能导致过于克板、缺乏灵活性。

❖ 模糊理论的历史

An interview with L. A. Zadeh, Communication of the ACM, vol.27, No.4, 304-311, April 1984

虽然人们正在日益接受这一理论，但对此还有很大的怀疑和反对。目前，研究模糊集理论人数最多的国家是中国。似乎在东方国家对于与二值逻辑不同的体系有更大的兴趣，大概这是因为他们的逻辑不同于西方的笛卡尔逻辑。

模糊数学的发展

1975年之前，发展缓慢；1980以后发展迅速；

1990-1992 **Fuzzy Boom**

- 杂志种类

Int. J. of Fuzzy Sets and Systems

Int. J. of Approximate Reasoning

Int. J. Fuzzy Mathematics

Int. J. Uncertainty, Fuzziness, knowledge-based Systems

14

国内状况

- 1976年传入我国
- 1980年成立中国模糊数学与模糊系统学会
- 1981年创办《模糊数学》杂志
- 1987年创办《模糊系统与数学》杂志
- 我国已成为全球四大模糊数学研究中心之一（美国、西欧、日本、中国）

15

❖ 模糊理论的应用领域

控制、决策、专家系统、医学、土木、农业、气象、信息、经济、文学、音乐

❖ 模糊产品

洗衣机、摄像机、照相机、电饭锅、空调、电梯

16

1模糊理论

1.1 经典集合

集合是数学中最基本的概念之一。

- 所谓**集合**，是指具有某种特定属性的对象的全体。
- 讨论某一概念的外延时总离不开一定的范围。这个讨论的范围，称为“**论域**”，论域中的每个对象称为“**元素**”。

17

模糊理论

◈表示集合的几种方法

（1）列举法：

列写出集合中的全体元素。

适用于元素有限的集合。

（2）定义法：

以集合中元素的共性来描述集合的一种方法。

适用于有许多元素而不能一一列举的集合。

18

模糊理论

集合的特征函数：设A是论域U上的一个集合，对任意 $u\in U$，令

$$C_A(u)=\begin{cases}1 & \text{如果 } u\in A\\ 0 & \text{如果 } u\notin A\end{cases}$$

则称 $C_A(u)$ 为集合A的特征函数。

19

例：设有论域：U={ 1, 2, 3, 4, 5 }，A={ 1, 3, 5 }，求其特征函数。

解：特征函数如下：

$$C_A(u)=\begin{cases}1 & \text{当 } u=1,3,5\\ 0 & \text{当 } u=2,4\end{cases}$$

20

1.2 概念

定义1-1 **模糊集合**：论域U中的模糊集F用一个在区间[0, 1]的取值的隶属函数 μ_F 来表示，即：

$$\mu_F : U \to [0,1]$$

◆ μ_F 称为F的**隶属函数**，$\mu_F(u)$ 称为u对F的**隶属度**。

◆ 模糊子集F完全由其隶属函数所刻画。隶属函数 μ_F 把U中的每一个元素都映射为[0, 1]上的一个值，表示该元素隶属于F的程度，值越大表示隶属的程度越高。

◆ 当 μ_F 的值仅为0或1时，模糊子集F就退化为一个普通的集合，隶属函数也就退化为特征函数。

21

1.3 模糊集合的表示法

❖ 模糊集合的表示方法主要有如下三种：

（1）扎德表示法

$$A=\sum_{u\in U}\frac{f_A(u)}{u} \quad \text{（离散）}$$

$$A=\int_u \frac{f_A(u)}{u} \quad \text{（连续）}$$

（2）序对表示法

$$A=\{(u, f_A(u))\,|\,u\in U\}$$

（3）向量表示法

$$A=\{f_A(u_1), f_A(u_2)\ldots, f_A(u_n)\}$$

（离散）

模糊集合的表示法

扎德表示法中，当某个元素的隶属度为0时，可以略去不写。如：

$$A = 1/u_1 + 0.7/u_2 + 0/u_3 + 0.5/u_4$$

$$B = 1/u_1 + 0.7/u_2 + 0.5/u_4$$

它们是相同的模糊集。

注意：向量表示法中，隶属度为0的项不能省略。

◆ 例：设有论域：**U={**高山，刘水，秦声 **}**
假设他们的平均成绩分别为：**98**分，**72**分，**86**分，设映射为平均成绩除以**100**。确定一个模糊集**A**，以表示他们分别对“学习好”的隶属程度。

解：隶属度为：

μ_A(高山)=0.98，μ_A(刘水)=0.72，μ_A(秦声)=0.86

模糊集A={ 0.98, 0.72, 0.86 }

24

例：设F 表示远远大于0的实数集合，则它的隶属函数可以用下式表示来定义

$$\mu_F=\begin{cases}0, & u\le 0\\ \dfrac{1}{1+\dfrac{100}{u^2}}, & u>0\end{cases}$$

试用扎德表示法、序对表示法表示该模糊集合*F*，并求出实数5、10、20的隶属度。

25

模糊集合的表示法

解：（1）模糊集合*F*用扎德表示法可以表示为

$$A=\int_{u\le 0}\frac{0}{u}+\int_{u>0}\frac{1/(1+\frac{100}{u^2})}{u}$$

模糊集合*F*用序对表示法可以表示为

$$A=\{(u,0)\mid u\le 0\}+\left\{\left(u,1/(1+\frac{100}{u^2})\right)\mid u>0\right\}$$

（2）可以算出$\mu(5)=0.2$，表示5属于大于零的程度为0.2，也就意味着5不算远大于0；同理$\mu(10)=0.5$；$\mu(20)=0.8$。

1.4 模糊集合运算

模糊集合是利用集合中的特征函数或者隶属度函数来定义和操作的，A, B是U中的两个模糊子集，隶属度函数分别为 μ_A 和 μ_B 。

定义1-2 设A, B是论域U的模糊集，即 $A,B\in F(U)$

若对于任一 $u\in U$，都有 $\mu_B(u)\le\mu_A(u)$，则称B包含于A，或者称B是A的一个子集，记作 $B\subseteq A$ 。

若对于任一 $u\in U$ 都有 $\mu_B(u)=\mu_A(u)$，则称B等于A，记作 $B=A$ 。

27

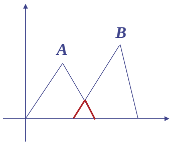
1.4 模糊集合运算

定义1-3 并：并（$A\cup B$）的隶属函数：对所有的$u\in U$ 逐点定义为取大运算，即：$\mu_{A\cup B}(u)=\mu_A(u)\vee\mu_B(u)$
式中，$\vee$ 符号表示取极大值运算。

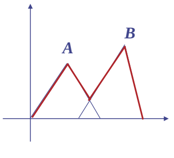
定义1-4 交：交（$A\cap B$）的隶属函数：对所有的 $u\in U$ 逐点定义为取小运算，即：$\mu_{A\cap B}(u)=\mu_A(u)\wedge\mu_B(u)$
式中，$\wedge$ 符号表示取极小值运算。

定义1-5 补：隶属函数 $\mu_{\bar{A}}$：对所有的 $u\in U$逐点定义为
$\mu_{\bar{A}}(u)=1-\mu_A(u)$

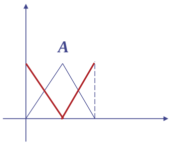
1.4模糊集合运算



$A\cap B$



$A\cup B$



$\bar{A}$

1.4 模糊集合运算

例：设论域 $U=\{u_1,u_2,u_3,u_4,u_5\}$ 中的两个模糊子集如下，求 $A\cup B, A\cap B$。

$$A=\frac{0.6}{u_1}+\frac{0.6}{u_2}+\frac{1}{u_3}+\frac{0.4}{u_4}+\frac{0.3}{u_5}\quad B=\frac{0.5}{u_1}+\frac{0.6}{u_2}+\frac{0.3}{u_3}+\frac{0.4}{u_4}+\frac{0.7}{u_5}$$

解：

$$A\cup B=\frac{0.6\vee 0.5}{u_1}+\frac{0.6\vee 0.6}{u_2}+\frac{1\vee 0.3}{u_3}+\frac{0.4\vee 0.4}{u_4}+\frac{0.3\vee 0.7}{u_5}$$

$$=\frac{0.6}{u_1}+\frac{0.6}{u_2}+\frac{1}{u_3}+\frac{0.4}{u_4}+\frac{0.7}{u_5}$$

$$A\cap B=\frac{0.6\wedge 0.5}{u_1}+\frac{0.6\wedge 0.6}{u_2}+\frac{1\wedge 0.3}{u_3}+\frac{0.4\wedge 0.4}{u_4}+\frac{0.3\wedge 0.7}{u_5}$$

$$=\frac{0.5}{u_1}+\frac{0.6}{u_2}+\frac{0.3}{u_3}+\frac{0.4}{u_4}+\frac{0.3}{u_5}$$

例：设U={ u_1, u_2, u_3 }

$A=0.3/u_1+0.8/u_2+0.6/u_3$

$B=0.6/u_1+0.4/u_2+0.7/u_3$

求：A∩B，A∪B及 $\overline{A}$

$A=0.3/u_1+0.8/u_2+0.6/u_3$
$B=0.6/u_1+0.4/u_2+0.7/u_3$

解：

$A\cap B=0.3/u_1+0.4/u_2+0.6/u_3$

$A\cup B=0.6/u_1+0.8/u_2+0.7/u_3$

$\overline{A}=(1-0.3)/u_1+(1-0.8)/u_2+(1-0.6)/u_3$

$=0.7/u_1+0.2/u_2+0.4/u_3$

模糊集运算的基本定律

定理1-1 模糊集运算的基本定律：U为论域，A、B、C为U中的任意模糊子集，则下列等式成立：

（1）幂等律：$A\cap A=A, A\cup A=A$

（2）结合律：$A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap C, A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C$

（3）交换律：$A\cap B=B\cap A, A\cup B=B\cup A$

（4）分配率：

$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C), A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$

（5）同一律：　$A\cap U=A, A\cup\varnothing=A$

模糊集运算的基本定律

（6）零一律：$A\cup U=U, A\cap\varnothing=\varnothing$

（7）吸收率：$A\cap(A\cup B)=A, A\cup(A\cap B)=A$

（8）德摩根律：$\overline{A\cap B}=\overline{B}\cup\overline{A}, \overline{A\cup B}=\overline{B}\cap\overline{A}$

（9）双重否定率：$\overline{\overline{A}}=A$

1.5 模糊集的截集

λ截集是把模糊集向普通集合转化的一个重要概念。

定义：设$A\in F(u), \lambda\in[0,1]$，则：

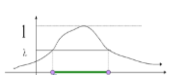
（1）$A_\lambda=\{u|u\in U, \mu_A(u)\ge\lambda\}$ **称 A_λ 为A的一个λ 截集，称 λ为阈值（置信水平）；**

（2）$A_\lambda=\{u|u\in U, \mu_A(u)>\lambda\}$ **称 A_λ为A的一个 λ 强截集；**

（3）$SuppA=\{u|u\in U, \mu_A(u)>0\}$ **A的支集**

$KerA=\{u|u\in U, \mu_A(u)=1\}$ **A的核**

当A的核不为空，则称A为正规F集



1.5 模糊集的截集

例：设有模糊集：

$A=0.3/u_1+0.7/u_2+1/u_3+0.6/u_4+0.5/u_5$

且λ分别为1，0.6，0.5，0.3，分别求其相应的λ截集、核及支集。

$A=0.3/u_1+0.7/u_2+1/u_3+0.6/u_4+0.5/u_5$

解：

（1）λ截集

$A_1=\{ u_3 \}$

$A_{0.6}=\{ u_2,u_3,u_4 \}$

$A_{0.5}=\{ u_2,u_3,u_4,u_5 \}$

$A_{0.3}=\{ u_1,u_2,u_3,u_4,u_5 \}$

（2）核、支集

$KerA=\{ u_3 \}$

$SuppA=\{ u_1,u_2,u_3,u_4,u_5 \}$

37

2 普通集合上的“关系”

◈笛卡尔乘积

设U与V是两个集合，则称

$U\times V=\{ (u,v) \mid u\in U,\ v\in V \}$

为U与V的**笛卡尔乘积**。

38

2 普通集合上的“关系”

例：设U={ 红桃，方块，黑桃，梅花 }

V={ A，2，3，4，5，6，7，8，9，10，J，Q，K }

求U×V

解：

U×V＝{ （红桃，A），（红 桃，2），……，（梅花， K） }，共52个元素。

39

2 普通集合上的“关系”

◈若R是U×V上的一个子集，则称R为从U到V的一个**关系**。记为：$U \xrightarrow{R} V$

◈对于U×V中的元素(u, v)，若(u, v) ∈R，则称u与v有关系R，否则，称u与v没有关系R。

40

3 模糊关系

◈在普通集合上定义的“关系”都是确定性关系，u和v或者有某种关系，或者没有这种关系。

◈但是，在现实世界中，很多事物的关系并不是十分明确的，如：人与人之间的相像关系，人与事物之间的爱好关系等。

41

3. 模糊关系

模糊二元关系R是以U×V为论域的一个模糊子集，序偶(u, v)的隶属度为$\mu_R(u,v)$

1. 模糊关系的定义

设论域U和V，则$U\times V$的一个子集R，就是从U到V的模糊关系，记作

$$U \xrightarrow{R} V$$

这里的模糊关系R是属于模糊二元关系。

其隶属函数为映射：$\mu_R: U\times V \to [0,1]$

隶属度 $\mu_R(u_0,v_0)$ ，表示u_0与v_0具有关系R的程度。

42

3 模糊关系

◈对于有限论域U={u_1, u_2, …, u_m}, V={v_1, v_2, …, v_n}，则U对V的模糊关系的隶属函数可以用m×n阶模糊矩阵R来表示，即

$$R=(r_{ij})_{m\times n}$$

43

3 模糊关系

例：设有一组学生U:

U={ 张三，李四，王五 }

他们对球类运动V:

V={ 篮球，排球，足球，乒乓球 }

有不同的爱好，其爱好程度可以用下面的模糊关系来表示：

$$R=\begin{pmatrix} 0.7 & 0.5 & 0.4 & 0.1 \\ 0 & 0.6 & 0 & 0.2 \\ 0.6 & 0.3 & 0.8 & 0 \end{pmatrix}$$

44

例 设有七种物品：苹果、乒乓球、书、篮球、花、桃、菱形组成的一个论域U，并设X_1、X_2、……X_7分别为这些物品的代号，则U={X_1、X_2、……X_7}，现在就这些物品中两两之间的相似程度来确定他们的模糊关系。

R	苹果	乒乓器	书	篮球	花	桃	菱形
苹果	1.0	0.7	0	0.7	0.5	0.6	0
乒乓球	0.7	1.0	0	0.9	0.4	0.5	0
书	0	0	1.0	0	0	0	0.1
篮球	0.7	0.9	0	1.0	0.4	0.5	0
花	0.5	0.4	0	0.4	1.0	0.4	0
桃	0.6	0.5	0	0.5	0.4	1.0	0
菱形	0	0	0.1	0	0	0	1.0

U与V可以是相同的论域，此时，称R为U上的模糊关系。

模糊集的笛卡尔乘积

模糊集A和B的笛卡尔乘积为：
$$A\times B=\int_{U\times V}\min(\mu_A(u),\mu_B(v)/(u,v))$$

例 设 $U=\{1,2,3\}$, $V=\{1,2,3,4\}$

$$A=1/1+0.7/2+0.2/3,\ B=0.8/1+0.6/2+0.4/3+0.2/4$$

$$A\times B=0.8/(1,1)+0.6/(1,2)+0.4/(1,3)+0.2/(1,4)+0.7/(2,1)+0.6/(2,2)+0.4/(2,3)+0.2/(2,4)+0.2/(3,1)+0.2/(3,2)+0.2/(3,3)+0.2/(3,4)$$

u \ v	1	2	3	4
1	0.8	0.6	0.4	0.2
2	0.7	0.6	0.4	0.2
3	0.2	0.2	0.2	0.2

46

模糊关系的合成

在日常生活中，两个单纯关系的组合，可以构一种新的合成关系。例如，有***u***，***v***，***w***三个人，若***u***是***v***的妹妹，而***v***又是***w***的丈夫，则***u***与***w***就是一种新的关系，即姑嫂关系。

设***R***与***S***分别是***U***×***V***及***V***×***W***上的两个模糊关系，则***R***与***S***的合成是指从***U***到***W***的一个模糊关系，记为：$R\circ S$

其隶属函数为：

（极大-极小合成）

$$\mu_{R\circ S}(x,z)=\bigvee_{y\in V}(\min(\mu_R(x,y),\mu_S(y,z)))$$

或（极大-乘积合成）

$$\mu_{R\circ S}(x,z)=\bigvee_{y\in V}(\mu_R(x,y)\times\mu_S(y,z))$$

模糊关系的合成

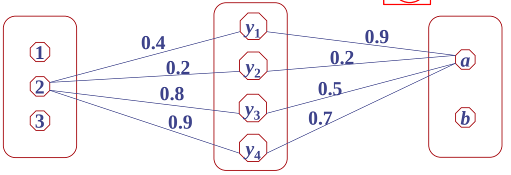
例：设有三个论域***X***={**1,2,3**}，***Y***={y_1,y_2,y_3,y_4}，***Z***={***a***,***b***}，R_1表示***X***和***Y***的模糊关系，R_2表示***Y***和***Z***的模糊关系，且

$$R_1=\begin{array}{l}\begin{bmatrix} 0.1 & 0.3 & 0.5 & 0.7 \\ 0.4 & 0.2 & 0.8 & 0.9 \\ 0.6 & 0.8 & 0.3 & 0.2 \end{bmatrix}\begin{array}{l} \\ \leftarrow 2 \\ \\ \end{array}\end{array} \qquad R_2=\begin{array}{c} \begin{array}{cc} a & \\ \downarrow & \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0.9 & 0.1 \\ 0.2 & 0.3 \\ 0.5 & 0.6 \\ 0.7 & 0.2 \end{bmatrix}\end{array}$$

求***X***中的2与***Z***中的***a***之间的模糊关系。

模糊关系的合成

$$R_1=\begin{bmatrix}0.1 & 0.3 & 0.5 & 0.7\\ \boxed{0.4 \quad 0.2 \quad 0.8 \quad 0.9} \\ 0.6 & 0.8 & 0.3 & 0.2\end{bmatrix}\leftarrow 2 \qquad R_2=\begin{array}{c}a\\ \downarrow\\ \begin{bmatrix}0.9 & 0.1\\ 0.2 & 0.3\\ 0.5 & 0.6\\ 0.7 & 0.2\end{bmatrix}\end{array}$$



$R_3(2,a)=R_1\circ R_2(2,a)=\max(\min(0.4,0.9),\ldots,\min(0.9,0.7))$（极大-极小）

$R_3(2,a)=R_1\circ R_2(2,a)=\max(0.4*0.9,\ldots,0.9*0.7)$（极大-乘积）

模糊关系的合成

❖ 求模糊关系合成的一般方法

方法：
取R_1的第 i 行元素分别与R_2的第 j 列的对应元素相比较，两个数中取其小者，然后在所得的一组数中取最大的一个，并以此数作为 $R_1\circ R_2$ 第 i 行第 j 列的元素。

例：设有如下两个模糊关系：

$$R_1=\begin{pmatrix}0.4 & 0.5 & 0.1\\ 0.2 & 0.6 & 0.2\\ 0.5 & 0.3 & 0.2\end{pmatrix}, R_2=\begin{pmatrix}0.2 & 0.8\\ 0.4 & 0.6\\ 0.6 & 0.4\end{pmatrix}$$

求 $R_1\circ R_2$。

解：

$$R_1\circ R_2=\begin{pmatrix}0.4 & 0.5\\ 0.4 & 0.6\\ 0.3 & 0.5\end{pmatrix}$$

模糊关系的合成

例： 设有模糊集X、Y、Z分别为：$X=\{x_1,x_2,x_3,x_4\}$，$Y=\{y_1,y_2,y_3\}$，$Z=\{z_1,z_2\}$， 且X、Y之间有模糊关系R， Y、Z之间有模糊关系S，

$$R=\begin{bmatrix}0.5 & 0.6 & 0.3\\ 0.7 & 0.4 & 1\\ 0 & 0.8 & 0\\ 1 & 0.2 & 0.9\end{bmatrix}, \quad S=\begin{bmatrix}0.2 & 1\\ 0.8 & 0.4\\ 0.5 & 0.3\end{bmatrix}$$

求模糊关系R与S的合成。

模糊关系的合成

某家中的子女与父母的长相的相似关系R为模糊关系，可表示为：

R	父	母
子	0.2	0.8
女	0.6	0.1

用模糊矩阵R表示为： $R=\begin{bmatrix}0.2 & 0.8\\ 0.6 & 0.1\end{bmatrix}$

该家中的父母与祖父母的相似关系S也是模糊关系，可表示为：

S	祖父	祖母
父	0.5	0.7
母	0.1	0

52

用模糊矩阵R可表示为： $S=\begin{bmatrix}0.5 & 0.7\\ 0.1 & 0\end{bmatrix}$

R	父	母
子	0.2	0.8
女	0.6	0.1

S	祖父	祖母
父	0.5	0.7
母	0.1	0

那么家中孙子，孙女与祖父，祖母的相似程度如何？

$$R\circ S=\begin{bmatrix}0.2 & 0.8\\ 0.6 & 0.1\end{bmatrix}\circ\begin{bmatrix}0.5 & 0.7\\ 0.1 & 0\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}(0.2\wedge 0.5)\vee(0.8\wedge 0.1) & (0.2\wedge 0.7)\vee(0.8\wedge 0)\\ (0.6\wedge 0.5)\vee(0.1\wedge 0.1) & (0.6\wedge 0.7)\vee(0.1\wedge 0)\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}0.2 & 0.2\\ 0.5 & 0.6\end{bmatrix}$$

P	祖父	祖母
孙子	0.2	0.2
孙女	0.5	0.6

53

作业

◆设有下列两个模糊关系

◆

◆ $R_1=\begin{bmatrix}0.2 & 0.8 & 0.4\\ 0.4 & 0 & 1\\ 1 & 0.5 & 0\\ 0.7 & 0.6 & 0.5\end{bmatrix}$ $R_2=\begin{bmatrix}0.7 & 0.3\\ 0.4 & 0.8\\ 0.2 & 0.9\end{bmatrix}$

◆试求出R_1与R_2的复合关系 $R_1\circ R_2$ 。

54