# 第2章 多目标优化的理论与应用

如前所述,目前文献中对活性污泥工艺节能与减排间的权衡研究比较少,原因主要是活性污泥工艺比较复杂,每次改变运行策略后均需要数十天才能达到稳态运行<sup>[31]</sup>,利用实验的方法研究难度很大;同时,传统的活性污泥工艺优化思路是单目标的<sup>[23,32-34]</sup>,如利用线性规划,单目标优化难以处理节能与减排间的多目标权衡问题<sup>[28,35]</sup>。如果通过权重加和方法将多目标优化转化为单目标优化,也会因目标间的权重系数不易确定而难以应用<sup>[23]</sup>。

## 2.1 多目标优化理论

根据文献资料,多目标最优化的思想起源于经济学中的效用理论。1896年,V.Pareto 首先在经济平衡的研究中提出了多目标最优化问题,引入了被称为 Pareto 最优的概念,而 Pareto 解集也成为多目标优化解的统称。1947年,数学家 J.Von Neuman 和 O.Morgenstern 在对策论的著作中提及多目标决策问题,引起人们对于多目标最优化研究的重视。1951年,数理经济学家 T.O.Koopmans 从生产和分配的效率分析中考虑了多目标最优化问题,引入有效解的定义并得到了某些基本结果,为多目标最优化学科奠定了基础。1960年以来出现不少求解多目标最优化问题方法的报道,取得良好效果。1973年,J.L.Cochrance 和 M.Zeleny 编集出版了第一本《多目标决策》的书,为多目标最优化学科的形成起了推动作用<sup>[36,37]</sup>。

多目标优化研究多于一个目标函数在给定区域上的最优化问题。在很多实际问题中,例如经济、管理、军事、科学和工程设计等领域,衡量一个方案的好坏往往难以用一个目标来判断,而需要用多个目标来比较,但这些目标有时甚至是矛盾的,比如投资问题,投资者总是希望所投入的资金最少,风险最小,但获得的收益最大,这样就形成了多目标优化问题。由于是对多个目标同时优化,照顾一个目标的利益,可能就损害了其它至少一个目标的利益,因此需要采取折衷的方法对各个目标进行综合考虑。

多目标优化问题的一般数学形式如式(2-1)所示:

Minimize 
$$f(x) = [f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x)]^T$$
  
s.t.  $x \in X$  (2-1)

式中,f(x)为优化目标,x 为决策变量; X 为相关的约束条件。

与单目标优化相比,多目标优化具有以下优势[38]:

①多目标优化可以给优化与决策过程中的参与者更好的职责。在优化与决策过程中 主要有两种角色:分析者与决策者。分析者将实际问题进行优化处理,并将其相关信息 提供给决策者,而决策者根据所获得的信息及个人偏好做最终的决策。

②多目标优化可以获得范围更加广泛的解集,然后根据实际情况进行筛选。

③考虑多个目标,会使参与者对实际问题的认识更加地清晰、准确。

两者的对比如表 2.1 所示。因此由于多目标优化与现代化的管理决策比较吻合,有能力处理各种度量单位没有统一甚至相互矛盾的多个目标,而且它便于利用计算机技术,所以已经成为解决现代化管理中多目标决策问题的有效工具。

## 表 2.1 单目标优化与多目标优化的区别

Table 2.1 The differences between single-objective and multi-objective optimization

	优化解个数	分析者	决策者
单目标优化	1 个	分析求解	考虑唯一的最优解在实际中能不能用
多目标优化	解集	分析求解	根据实际情况或个人偏好从解集中选择合适的解

#### 2.1.1 目标函数

目标函数是指在优化问题中所关心的一个或多个指标,它与优化问题中的某些因素呈函数关系,在优化过程中需要求其极值(最大值或最小值)。

在活性污泥工艺中,可以将以下指标作为目标函数:

- (1) 出水水质超标指数: 出水水质达标排放是首要目的,在污水处理厂的减排过程中,可以将出水水质超标指数作为待优化目标函数。
- (2)运行能耗:在减排过程中,减小出水水质超标指数的同时必须注意防止能耗过度增长,这对于污水处理厂的日常运行管理非常重要,因此运行能耗也应该作为待优化目标函数。活性污泥工艺中的运行能耗主要包括曝气能耗、泵能耗、污泥处理能耗及搅拌能耗等,由于搅拌能耗所占比重较小,因此本研究主要考虑了前三者。
- (3)生化反应池体积:反应池体积的增大一方面减小水力负荷,提高处理效果, 另一方面增加占地面积及基建投资。因此当需要对生化反应池体积进行优化时,其应当 作为目标函数。
- (4)污泥浓度:污泥浓度的增加一方面减小污泥负荷,提高处理效果,另一方面会影响沉淀池的沉淀效果,使出水中的悬浮颗粒性物质增加。

#### 2.1.2 决策变量

决策变量是指优化问题中所涉及的与约束条件和目标函数有关的待确定量。在活性 污泥工艺中,凡是能够影响到目标函数计算值大小的工艺参数都可以作为决策变量,比 如:各反应池水力停留时间影响到处理效果及反应池体积;好氧池溶解氧浓度、污泥回 流比、混合液回流比影响到处理效果及运行能耗;污泥龄影响处理效果、运行能耗及污 泥浓度;进水分配比影响处理效果等。

### 2.1.3 约束条件

在求目标函数的极值时,变量和目标函数必须满足的限制称为约束条件。在活性污泥工艺优化中,决策变量的约束条件主要为其取值范围,可以保证运行参数的合理性;目标函数的约束条件可以将其限制在一定的范围,比如出水水质超标指数的约束可以使优化结果全部优于原运行策略下的结果,也可将反应池体积限制在一定的范围等。

### 2.2 多目标优化解及求解方法

### 2.2.1 Pareto 解

多目标优化的解称为 Pareto 解,也称为非支配解。若考虑两个目标(Y1, Y2)最小的优化问题,如图 2.1 所示,整个的闭合区域代表了优化问题所有的可行解,而多目标优化解是由 ABCDEF 这些解组成的边界线:相对于其它的可行解,从该边界线上总可以找到更优的解,比如解 D 中两个目标值都要比解 H、I、J、K 和 L 中的目标值更小;而该边界线上的所有解在数学意义上是同等优秀的,比如对比解 B 和解 C, B 中的目标Y1 比 C 中的更优,但 C 中的 Y2 却比 B 中的更优,确定谁更优是无意义的。

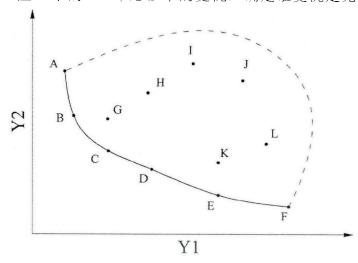


图 2.1 Pareto 解集示意图

Fig. 2.1 Schematic diagram for Pareto solutions

### 2.2.2 求解方法

随着以遗传算法为代表的全局搜索算法的发展,多目标优化方法的应用获得长足发展,因为遗传算法有确保潜在最优解的种群能够一代代下传的特点,这适用于多目标优化中对 Pareto 解的搜索。1995 年 Deb 等开发的非支配排序遗传算法 NSGA (Non-dominated Sorting Genetic Algorithms) [39], 2000 年改进的 NSGA-II<sup>[40,41]</sup>, 以及 NSGA-II 算法在软件 MATLAB 优化工具箱中的集成,对求解多目标优化的 Pareto 解起到推动作用。

NSGA 是一种基于 Pareto 最优概念的遗传算法,它与普通遗传算法的主要区别在于:在选择算子执行之前,将每个个体按照它们的支配和非支配关系进行分层,然后再进行选择操作,其它的操作(交叉、变异算子等)与普通遗传算法没有区别。NSGA 中非支配分层方法的应用,可以使好的个体有更大的机会遗传到下一代,另外适应度共享策略则可以使准 Pareto 解集中的个体均匀分布,保持了群体的多样性等。但 NSGA 中也存在一些问题,比如计算复杂度较高,缺少精英策略以及需要指定共享参数 σshare。

2000 年,Deb 提出了 NSGA 的改进算法 NSGA-II,引入了精英策略;提出了快速 非支配排序法以降低计算的复杂度;使用拥挤度及其比较算子代替需要指定  $\sigma_{\text{share}}$  的适应度共享策略等[42]。NSGA-II 计算流程如图 2.2 所示。

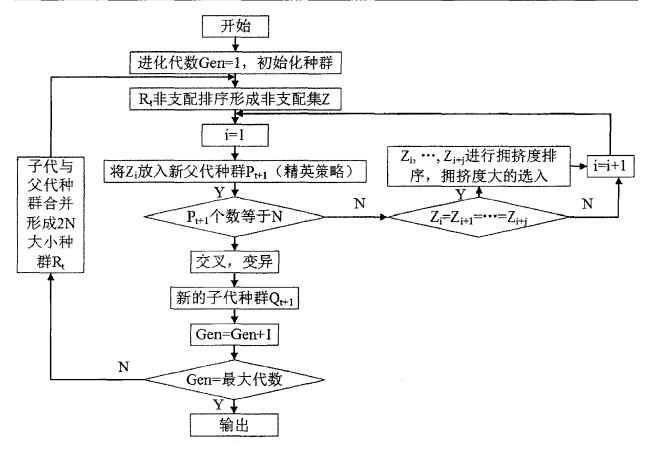


图 2.2 NSGA-II 计算流程

Fig. 2.2 Calculation process of NSGA-II

# 2.3 多目标优化在环境工程中应用

多目标优化的应用需要一个可用来模拟相关过程和工艺的数学模型,因此其在数学模型发展较完善的领域应用较多,比如化学工程领域<sup>[43]</sup>。随着环境工程领域相关数学模型易用性及多目标优化求解方法的发展,多目标优化已经得到了广泛的应用。

在空气检测与治理方面: Liu 等<sup>[44]</sup>利用多目标优化方法对地铁内空气质量控制器的设定值进行了优化,优化目标为空气质量(以 PM<sub>IO</sub> 为代表)和风机的运行能耗,相对于手动调节方式,在提高了空气质量的前提下节省了运行能耗。周德龙等<sup>[45]</sup>利用多目标优化方法对空气监测布点进行了优化,目标函数包括最大化布点质量和最小化布点费用,其中布点质量根据污染物浓度和超标情况进行考虑,采用评价函数法求解,结果表明,在相同布点数据下,多目标优化可以提供多种选择,具有节省布点费用、提高布点质量、适应面较宽等优点。

在固废处理方面: Anderson 等<sup>[46]</sup>利用多目标优化方法对固废焚烧炉的性能进行了研究,优化目标包括最大化固废处理量、最小化灰烬中的碳含量,决策变量为固废处理速率及其在焚烧炉内的停留时间,约束条件为焚烧炉内的温度,结果表明通过不断调整决策变量取值可以不同程度地满足各个优化目标,达到提高焚烧炉性能的目的。尚伟燕<sup>[47]</sup>利用多目标优化方法对生活垃圾中转装置进行了结构优化设计。优化目标包括作用于液

压缸的举升力最小、液压缸中活塞杆的伸长量最短,决策变量为摆臂最大转角  $\beta_{max}$ 、斜面倾角  $\theta$  等。采用 MATLAB 及其提供的多目标优化工具箱进行了求解,确定了举升机构相关构件的优化参数,与直接举升方式相比,液压泵的机械功率降低了 47%。

在水流域环境规划方面: Monarchi<sup>[48]</sup>和 Sasikumar<sup>[49]</sup>在对河流污染负荷的规划中,考虑了河中 DO 浓度、污染物浓度以及排污税率等,提出了交互式多目标优化模型。林高松<sup>[50]</sup>针对河流污染负荷分配中存在的多指标困难,综合考虑了经济效益、环境效益和公平这 3 个目标,建立了基于多目标优化的污染负荷分配模型,并利用交互式混合智能算法等进行了求解,为科学污染控制方案的制定提供了依据。苗丽娟<sup>[51]</sup>对大连湾海域进行了多目标管理模式的研究,考虑了经济、资源和环境目标,并利用线性规划进行了求解。徐福留<sup>[52]</sup>在对宣州市水环境综合整治中,考虑了基建投资、运行费用、征地费用、COD 去除率和水质要求等目标,对 5 种可行方案进行了优化、对比和决策。

在污水处理工艺方面,多目标优化也有了不少的应用。概况来讲,它们主要用来对活性污泥工艺进行优化设计<sup>[34,53,54]</sup>; 用来确定污水处理控制系统内被控变量的最优设定值<sup>[28,55,56]</sup>; 用来评估模型参数及进水水质水量等的不确定性对决策过程的影响<sup>[31]</sup>以及在不同工艺参数下计算各优化目标之间的权衡关系<sup>[57]</sup>等。

Iqbal 等<sup>[34]</sup>利用 NSGA 算法对一种延时曝气活性污泥工艺进行了多目标稳态优化。 优化目标为最大化处理水量、最小化出水中的污染物浓度及最小化工艺的运行能耗,决 策变量包括污泥龄、反应池中的污泥浓度、以及回流污泥浓度等。作者利用活性污泥稳 态模型对活性污泥工艺进行了数学建模,分别研究对比了在优化一个、两个和三个目标 情况下得到结果的差异。结果显示多目标优化结果能够建立多个目标之间的权衡关系, 在满足污染物排放标准的前提下提高了处理水量并且降低了运行能耗。

Guerrero 等<sup>[28]</sup>利用多目标优化方法对脱氮除磷活性污泥工艺三种控制策略中的被控变量设定值进行了优化研究。优化目标包括活性污泥工艺的出水水质、运行能耗和沉淀池中污泥的沉降性,决策变量为控制策略中的被控变量等。结果显示,多目标优化得到的 Pareto 解集可以反映各目标之间的权衡关系,在优化得到的被控变量设定值运行条件下可以降低由于污泥膨胀等因素导致的污泥沉降性问题,并且出水水质和运行能耗也得到了一定的改善。

Hakanen 等<sup>[55]</sup>将交互式多目标优化工具 NIMBUS 应用到活性污泥工艺(采用 GPS-X 软件建模)的设计与优化中,以辅助相关决策者。优化目标包括降低出水中的氨氮浓度、降低碳酸钠的使用量以及降低工艺的运行能耗,决策变量为工艺中的污泥浓度、碳酸钠投加速率和曝气池中的溶解氧浓度,采用受控随机搜索算法进行求解。优化结果显示,在降低碳酸钠使用量及运行能耗的情况下,仍可以降低出水中的氨氮浓度;而且在活性污泥工艺的交互式多目标优化过程中,优化结果可以及时反映出决策者的个人决策,有利于决策者对优化结果的控制。

Flores 等<sup>[31]</sup>以简化的活性污泥基准流程 BSM2 为对象,研究了输入的不确定性对活性污泥工艺多目标优化决策的影响。优化目标包括出水水质、运行能耗以及以泥水分离

代表的稳定性指标。首先在 ASMs 参数缺省值的情况下利用多目标方法评估了 BSM2 工艺中的六种控制策略;然后引入以概率分布函数表示的模型参数的不确定性;最后将 其与蒙特卡洛工具结合起来。优化结果显示,虽然外加碳源的控制策略能够降低三个优 化目标的输出不确定性,但相应会增加运行能耗。

Zhang 等<sup>[57]</sup>针对传统多目标优化模型优化目标中决定因素不可变的缺点,通过引入神经网络开发了一种改进的多目标优化模型,该模型可以根据决策者对优化结果的期望不断调整优化目标中的决定因素,因此该优化模型更加灵活。在对 A<sup>2</sup>/O 工艺的优化中,相比于原运行策略,优化策略能够达到节能减排的效果。