



Ano lectivo 2008/09

1º Semestre

Data: 18 Novembro 2008

Hora: 14h00

Duração: 1h 30m

Cotação:

I – 5 valores

II – 5 valores

III – 5 valores

IV – 5 valores

**Importante:** Leia, atentamente, todo o enunciado antes de responder. Justifique todas as respostas.

### I

Uma partícula A move-se com velocidade  $\vec{v}_A(t) = 6t \hat{i} + 10t \hat{j} \text{ (m/s)}$  sendo a sua posição inicial  $\vec{r}_A(t=0) = 0 \hat{i} + 0 \hat{j} \text{ (m/s)}$ .

- Determine a expressão da posição em função do tempo.
- Determine a equação da trajectória  $y(x)$ .
- Calcule as componentes normal e tangencial da aceleração,  $a_t(t)$  e  $a_n(t)$ .

### II

Considere a seguinte força  $\vec{F} = 4x \hat{i} - 3\hat{j} \text{ (N)}$  aplicada a um corpo de massa 1kg que parte do repouso e da origem assente sobre um plano horizontal que contém o versor  $\hat{i}$ . O versor  $\hat{j}$  é vertical.

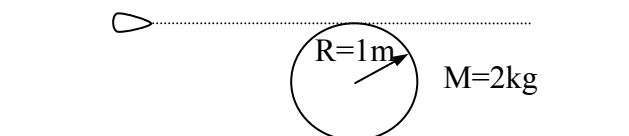
- Determine o trabalho realizado pela força ao percorrer 3m na direcção  $\hat{i}$ .
- Determine a variação de energia cinética.
- Se houver atrito entre o corpo e o plano horizontal quais as alterações aos valores obtidos nas alíneas anteriores. O coeficiente de atrito cinético é  $\mu=0,2$ .

### III

Um projectil de massa 10g embate com velocidade de 30 m/s na periferia de cilindro de massa 2 kg e raio  $R=1\text{m}$ . Depois do embate o projectil mantém a trajectória mas com uma velocidade de 10 m/s. O cilindro, inicialmente em repouso, rola sem escorregar ao longo de um plano horizontal.

O momento de inércia do cilindro em relação ao seu eixo é  $I_{\text{cm}} = \frac{1}{2} MR^2$ .

- Calcule o momento angular do projectil, antes do choque, em relação ao eixo definido pela linha de contacto entre o cilindro e a superfície.
- Calcule a velocidade angular de rotação do cilindro e a velocidade linear do centro de massa do cilindro após o embate.



#### IV

Uma massa 100g, presa a uma mola de constante  $K=3,6 \text{ N/m}$ , é colocada em movimento com uma velocidade de  $-1 \text{ m/s}$ , partindo da posição de equilíbrio.

- a) Indique a expressão da posição da massa em função do tempo  $x(t)$ .
- b) Se em certo instante for aplicada uma força  $F = 3 \cos(7t) \text{ (N)}$ , qual a nova expressão da posição em função do tempo quanto atinge o estado estacionário. Suponha que neste caso há também uma força de atrito proporcional à velocidade,  $F_a = -0,2 v \text{ (N)}$ .

#### Formulário

$$\vec{r}(t); \quad \vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt}; \quad \vec{a}(t) = \frac{d^2\vec{r}(t)}{dt^2}; \quad \vec{a}_c = \frac{v^2}{r} \hat{u}_n; \quad \vec{a}_t = \frac{dv}{dt} \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} = \frac{dv}{dt} \hat{u}_t;$$

$$\theta(t); \quad \omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt}; \quad \alpha(t) = \frac{d^2\theta(t)}{dt^2}; \quad \omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}; \quad \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}; \quad \vec{p} = m\vec{v}; \quad F_{a, \text{cin}} = \mu_c N$$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}; \quad \vec{I} = \Delta\vec{P} \quad \vec{I} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F} \cdot dt$$

$$\vec{r}_{\text{cm}} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i}; \quad \vec{F} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{u}_r; \quad E_{\text{pg}} = -G \frac{M_T m}{r}; \quad I = \rho V g$$

$$\vec{\tau}_F = \vec{r} \times \vec{F}; \quad W = \int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}_f} \vec{F} \cdot d\vec{r}; \quad W = \Delta E_c; \quad W_c = -\Delta E_p;$$

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}; \quad \vec{L} = I \vec{\omega}; \quad I = \sum_i m_i r_i^2 \quad \vec{\tau} = I \vec{\alpha}; \quad I = I_{\text{CM}} + M d^2$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \quad E_{\text{cr}} = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad P = \frac{dE}{dt} = F \frac{dx}{dt} = F v$$

$$\vec{F}_{el} = -k\vec{x}; \quad x(t) = A \cos(\omega t + \delta); \quad \omega = \sqrt{k/m}; \quad \omega = 2\pi/T; \quad f = 1/T;$$

$$\theta(t) = \theta_0 \cos(\omega t + \delta); \quad \omega = \sqrt{g/l}; \quad E_c = (1/2) m v^2; \quad E_p = (1/2) k x^2$$

$$\vec{F} = -k\vec{x} - b\vec{v}; \quad x(t) = A_0 e^{-(b/2m)t} \cos(\omega t + \delta); \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2};$$

$$\vec{F} = -k\vec{x} - b\vec{v} + \vec{F}_{\text{ext}}; \quad F_{\text{ext}} = F_0 \cos(\omega_f t); \quad x(t) = A \cos(\omega_f t + \delta);$$

$$A = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_f^2 - \omega_0^2)^2 + \left(\frac{b\omega_f}{m}\right)^2}}; \quad \text{tg}(\delta) = \frac{b\omega_f}{m(\omega_f^2 - \omega_0^2)}$$