



Importante: Leia, atentamente, todo o enunciado antes de responder. Justifique todas as respostas.

I

Uma partícula, inicialmente em repouso sobre a origem, é forçada a movimentar-se com a seguinte aceleração:

$$a_x(t) = 4t$$

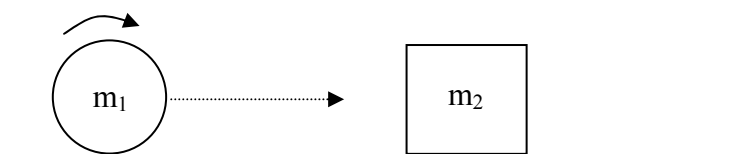
$$a_y(t) = 2$$

Determine:

- a posição em função do tempo.
- a direcção tangente à trajectória em $t=1$.
- as componentes tangencial e normal da aceleração em $t=1$.

II

Considere uma esfera de raio $R=0,05\text{m}$ e massa $m_1=1\text{ kg}$ que rola sem escorregar. A velocidade do seu centro de massa é $V_{CM}^i=3\text{m/s}$. A esfera choca com um bloco de massa $m_2=3\text{ kg}$ que está em repouso. Após o choque a esfera passa a rolar no sentido inverso com uma velocidade $V_{CM}^f=-1\text{m/s}$. O momento de inércia da esfera é $I=2/5MR^2$. O coeficiente de atrito cinético entre o bloco m_2 e a superfície $\mu=0,2$.



Calcule:

- a energia cinética inicial antes do choque.
- a velocidade do bloco m_2 após o choque.
- verifique se o choque é elástico ou inelástico.
- O trabalho realizado pela força de atrito sobre o bloco m_2 até este parar.

III

Um corpo de massa 50 g, preso a uma mola, tem um movimento descrito pela seguinte equação:

$$x(t) = 0,05 e^{-2t} \text{sen}(300t + \frac{\pi}{2})$$

Calcule:

- A energia inicial do sistema mola+corpo.
- A amplitude do movimento, quando é aplicada uma força $F=0,3\text{sen}(250t)$ e após um tempo de transição
- Qual deveria ser a frequência da força F para que o corpo oscilasse com a amplitude máxima?

IV

Um condutor esférico de raio $R_2=5\text{cm}$ está carregado com uma carga de $Q=4\text{nC}$. No centro do condutor existe uma cavidade esférica de raio $R_1=1\text{cm}$.

- Calcule o campo eléctrico em todo o espaço.
- Calcule o potencial eléctrico em todo o espaço.
- Indique como se distribui a carga eléctrica neste sistema.
- A energia necessária para colocar uma carga $q=10^{-12} \text{ C}$ na esfera desde o infinito.

V

Uma bobine infinita de raio $r=10\text{cm}$, com uma densidade de 1000 espiras/m é percorrida por uma corrente $I=2+3t$.

- Mostre que a intensidade do campo magnético no interior da bobine é:

$$B = \mu_0 \frac{N}{L} I$$

- Uma carga $q=3 \times 10^{-9} \text{ C}$ move-se ao longo do eixo da bobine. Se a carga tiver uma velocidade $v = 3 \times 10^3 \text{ m/s}$, qual será a força magnética exercida sobre a carga?
- Considere uma espira circular de raio $r=5\text{cm}$ dentro da bobine num plano perpendicular ao eixo da bobine. Qual a intensidade da f.e.m. na espira?

VI

Considere uma onda que se propaga numa corda no sentido positivo, com velocidade $v_p=10\text{m/s}$. O movimento da ponta da corda (origem) é dado pela seguinte função:

$$Y(t)=0.03 \sin(2t), \quad (\text{S.I.}).$$

- Calcule o comprimento de onda.
- Escreva a função de onda.
- Represente o gráfico dos deslocamentos do meio no instante $t=\pi/4$.

Formulário

$$\vec{r}(t); \quad \vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt}; \quad \vec{a}(t) = \frac{d^2\vec{r}(t)}{dt^2}; \quad \vec{a}_c = \frac{v^2}{r} \hat{u}_n; \quad \vec{a}_t = \frac{dv}{dt} \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} = \frac{dv}{dt} \hat{u}_t;$$

$$\theta(t); \quad \omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt}; \quad \alpha(t) = \frac{d^2\theta(t)}{dt^2}; \quad \omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}; \quad \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}; \quad \vec{p} = m\vec{v}; \quad F_{a, \text{cin}} = \mu_c N$$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}; \quad \vec{I} = \Delta \vec{P} \quad \vec{I} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F} \cdot dt; \quad \vec{r}_{cm} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i}; \quad \vec{F} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{u}_r$$

$$; \quad E_{pg} = -G \frac{M_T m}{r}; \quad I = \rho V g \quad \vec{\tau}_F = \vec{r} \times \vec{F}; \quad W = \int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}_f} \vec{F} \cdot d\vec{r}; \quad W = \Delta E_c; \quad W_c = -\Delta E_p;$$

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}; \quad \vec{L} = I \vec{\omega}; \quad I = \sum_i m_i r_i^2 \quad \vec{\tau} = I \vec{\alpha}; \quad I = I_{CM} + M d^2;$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \quad E_{cr} = \frac{1}{2} I \omega^2; \quad P = \frac{dE}{dt} = F \frac{dx}{dt} = F v$$

$$\vec{F}_{el} = -k\vec{x}; \quad x(t) = A \cos(\omega t + \delta); \quad \omega = \sqrt{k/m}; \quad \omega = 2\pi/T; \quad f = 1/T;$$

$$\theta(t) = \theta_0 \cos(\omega t + \delta); \quad \omega = \sqrt{g/l}; \quad E_c = (1/2) m v^2; \quad E_p = (1/2) k x^2$$

$$\vec{F} = -k\vec{x} - b\vec{v}; \quad x(t) = A_0 e^{-(b/2m)t} \cos(\omega t + \delta); \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2}; \quad \omega_{ress} = \sqrt{\frac{k}{m} - 2\left(\frac{b}{2m}\right)^2}$$

$$\vec{F} = -k\vec{x} - b\vec{v} + \vec{F}_{ext}; \quad F_{ext} = F_0 \cos(\omega_f t); \quad x(t) = A \cos(\omega_f t + \delta); \quad A = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_f^2 - \omega_0^2)^2 + \left(\frac{b\omega_f}{m}\right)^2}}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho_{lin}}} ; y(x, t) = A \operatorname{sen} \left[2\pi \left(\frac{x}{\lambda} \pm \frac{t}{T} \right) \right] = A \operatorname{sen}(kx \pm \omega t) ; f' = f \left(\frac{1 \pm \frac{v_o}{v_s}}{1 \mp \frac{v_f}{v_s}} \right) ;$$

$$y(x, t) = \left(2A \cos \frac{\Phi}{2} \right) \operatorname{sen} \left(kx - \omega t + \frac{\Phi}{2} \right) ; y(t) = 2A \cos \left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t \right) \operatorname{sen} \left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t \right) ;$$

$$y(x, t) = (2A \operatorname{sen} kx) \cos \omega t$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{e}_r \quad \oint \vec{E} \cdot \vec{n} dS = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad \Delta V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad \vec{E} = -\vec{\nabla} V \quad C = \frac{Q}{V} \quad R = \frac{V}{I}$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{s} \times \vec{e}_r}{r^2} \quad \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I \quad \vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B} \quad \mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\epsilon_0 = 8.8542 \times 10^{-12} \text{ C}^2 / \text{N} \cdot \text{m}^2 \quad \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} / \text{A}$$

Constantes:

$$e = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C} ; \text{massa electr\~ao} = 9,109 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$\text{massa prot\~ao} = 1,673 \times 10^{-27} \text{ kg} ; \text{massa neutr\~ao} = 1,675 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2} ; k = 1/4\pi\epsilon_0 = 8,988 \times 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2} ;$$

$$M_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg} ; R_T = 6,37 \times 10^6 \text{ m} ; D_{T-S} = 1,496 \times 10^{11} \text{ m} ; M_S = 1,991 \times 10^{30} \text{ kg}$$