Trabalho 2: Movimento de Projéteis

Departamento de eletrónica, telecomunicações e informática

Universidade de Aveiro

João Diogo Videira Oliveira
(93295) jdvoliveira@ua.pt

Miguel Gomes Nogueira

(93082) miguel.nogueira@ua.pt

Pedro da Silva Loureiro
(92953) psloureiro@ua.pt

Outubro de 2019

Sumário

Os objetivos deste trabalho são: obter a velocidade inicial de um projétil através de duas maneiras diferentes: com um sensor e com um pêndulo balístico e avaliar a exatidão e precisão destes cálculos e verificar a dependência entre o ângulo de lançamento (em relação à direção horizontal) e o alcance do projétil. Para demonstrar isto teremos que medir a distância e o tempo que o projétil demora entre 2 sensores horizontalmente.

Após concluirmos esta experiência, concordamos que os resultados obtidos foram muito satisfatórios já que obtivemos uma boa exatidão demonstrada pelo erro percentual inferior a 5% calculado na Parte C. Já a precisão não foi a melhor dado que deu cerca de 24%. Apesar disso, achamos que os resultados obtidos não ficaram muito aquém do previsto.

Introdução Teórica

Um projétil, por definição, é um corpo sujeito apenas à ação da força gravítica ($\overrightarrow{Fg}$) e da resistência do ar. Nesta prática laboratorial, e no estudo desta disciplina, apenas consideramos projéteis de tamanho reduzido, com velocidades relativamente baixas, desprezando a resistência do ar, e ao mesmo tempo lançamo-los junto da superfície terreste de modo a considerar constante a aceleração gravítica e com o valor de $9.8 m/s^2$.

Nesta prática estudamos, inicialmente, o lançamento horizontal do projétil e posteriormente ao lançamento oblíquo variando sucessivamente o ângulo de lançamento. Não interessa neste trabalho abordar diretamente este tipo de lançamento porque é apenas para calcular a velocidade inicial do projétil. Quanto ao lançamento oblíquo, o corpo possui uma velocidade inicial de ângulo (0-téta) em relação à direção horizontal, descreve um movimento parabólico e é caracterizado pelas seguintes equações do movimento:

$$x = x_0 + (v_0 \cos(\theta_0))\, t$$

$$y = y_0 + (v_0 \sin(\theta_0))t - \frac{1}{2} g t^2$$

Seguidamente nesta prática, pretendemos provar a seguinte expressão para obter a velocidade inicial do projétil:

$$v_0 = (m+M*m) \sqrt{2gh}$$

(m – massa do projétil, M – massa do pêndulo balístico, h – altura máxima que o pêndulo atinge) que provém das fórmulas do momento linear e variação da energia cinética e potencial.

Procedimento experimental

Parte A:

Primeiramente, efetuar a montagem do lançador de projéteis:

- Fixar a base do LP e colocá-lo na horizontal
- Ligar o sistema de controlo e garantir que o sensor de tempo está à saída do LP

Seguidamente, medir a distância entre os sensores e carregar o LP na posição de "SHORT RANGE". Desta forma permite ter um alcance mais baixo, facilitando assim os cálculos. Empurrar a bola com a vareta de carregar até o indicador se encontrar na posição correta de lançamento.

A seguir, colocar o sistema de controlo no modo "TWO GATES". Carregar em START/STOP e disparar a bola, puxando o fio verticalmente e suavemente. Registar o tempo indicado no sistema de controlo.

Repetir os passos 5 vezes e verificar sempre a horizontalidade do LP.

Parte B:
Primeiramente, efetuar a montagem do lançador de projéteis:

- Fixar a base do LP e colocá-lo com um ângulo de 30º
- Colocar o papel milimétrico a uma distância, tal que a bola, atinja a sua superfície

Seguidamente, carregar o LP na posição de "SHORT RANGE. Empurrar a bola com a vareta de carregar até o indicador se encontrar na posição correta de lançamento.

A seguir, disparar a bola, puxando o fio verticalmente e suavemente. Registar o alcance com a fita métrica e o ângulo de lançamento (θ).

Repetir os passos 2 vezes e verificar se o ângulo de lançamento se mantém constante.

Por fim, **repetir para os ângulos 34º e 50º, identificar o número de valores necessários para os ângulos bem como o respetivo incremento angular** e depois meça a altura a que a esfera é lançada.

Parte C:
Primeiramente, medir a massa do projétil (m), e do pêndulo (M), assim como o comprimento do pêndulo (l).

A seguir, carregar o LP na posição "SHORT RANGE".

Por fim, efetuar um disparo e medir o ângulo máximo (α), descrito pelo pêndulo e **repetir mais 4 vezes**.

Apresentação e Análise de Resultados

Parte A:

Para 0^0 no lançamento:

1. t = (0,0436 ± 0,0001) segundos
2. t = (0,0440 ± 0,0001) segundos
3. t = (0,0441 ± 0,0001) segundos
4. t = (0,0439 ± 0,0001) segundos
5. t = (0,0440 ± 0,0001) segundos

$\bar{t}$ = (0,0439 ± 0,0003) segundos

$\Delta t = \frac{-0{,}0003}{0.0439} * 100$ = 0.6834%

A partir dos valores anteriores e a distância entre os dois sensores (x = 0,1 metros), calculámos a velocidade inicial (v_0) e o respetivo erro (Δv_0):

$V_0 = \frac{x}{\Delta t} = \frac{0{,}1}{0{,}0439} \approx 2{,}277$ m/s

$\Delta v_0 = \left|\frac{\partial v_0}{\partial x}\right| \Delta x + \left|\frac{\partial v_0}{\partial t}\right| \Delta t = \frac{1}{t} \Delta x + \frac{x}{t^2} \Delta t = 0.0269$ m/s

As fontes de erro foram:

- Má medição da distância dos sensores
- Resistência do ar
- Atrito no lançador de projeteis

Após uma discussão de grupo concluímos que a maior fonte de erro é a medição dos tempos nos sensores.
Para melhorar os resultados obtidos, deveríamos realizar mais ensaios.

Parte B:

Para 30^0 no lançamento:

1. x = (72,10 ± 0,05) centímetros

2. x = (71,50 ± 0,05) centímetros
3. x = (72,70 ± 0,05) centímetros
4. x = (72,40 ± 0,05) centímetros
5. x = (72,50 ± 0,05) centímetros

$\bar{x}$ = 0,7224 ± $5*10^{-4}$ (metros)

Para 34^0 no lançamento:

1. x = (72,30 ± 0,05) centímetros
2. x = (72,90 ± 0,05) centímetros
3. x = (73,40 ± 0,05) centímetros

$\bar{x}$ = 0,7287 ± $5*10^{-4}$ (metros)

Para 40^0 no lançamento:

1. x = (71,80 ± 0,05) centímetros
2. x = (71,50 ± 0,05) centímetros
3. x = (71,40 ± 0,05) centímetros

$\bar{x}$ = 0,7157 ± $5*10^{-4}$ (metros)

Para 45^0 no lançamento:

1. x = (69,90 ± 0,05) centímetros
2. x = (69,20 ± 0,05) centímetros
3. x = (69,90 ± 0,05) centímetros

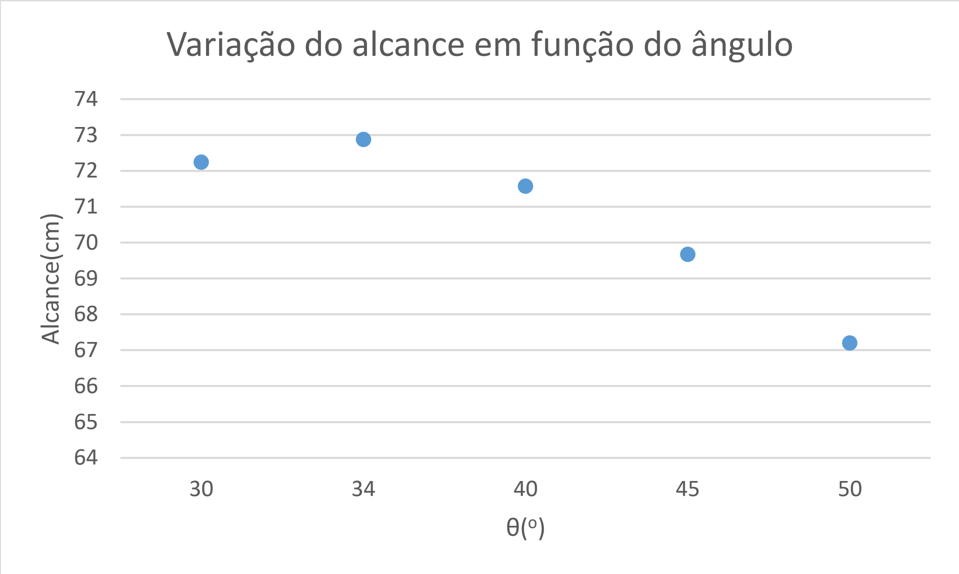
$\bar{x}$ = 0,6967 ± $5*10^{-4}$ (metros)

Para 50^0 no lançamento:

1. x = (67,40 ± 0,05) centímetros
2. x = (66,60 ± 0,05) centímetros
3. x = (67,60 ± 0,05) centímetros

$\bar{x}$ = 0,6720 ± $5*10^{-4}$ (metros)

Pode-se verificar que o alcance aumenta consoante o ângulo, no entanto, a partir de um certo ângulo (θ_{max}) o alcance volta a diminuir.



$$\theta_{max} = arctg \frac{1}{\sqrt{1+\frac{2g(yi-yf)}{{v_0}^2}}} = 35{,}21^o$$

Verificamos que os resultados experimentais coincidem com o cálculo obtido teoricamente do θ_{max}. Este resultado obtido foi de 35,21º e verificamos que a parábola do nosso gráfico atinge o pico à volta dos 34º, que é o valor esperado.

Parte C:

Massa do pendulo ($m_{pêndulo}$) = 237,65 kg
Comprimento do pendulo (l) = 32,0 centímetros

Medições dos ângulos do pêndulo:

1. $\alpha = 19{,}0^o$
2. $\alpha = 18{,}7^o$
3. $\alpha = 20{,}0^o$
4. $\alpha = 19{,}5^o$
5. $\alpha = 19{,}6^o$

$\bar{\alpha} = (19{,}36 \pm 0{,}66)^o$

$\Delta\alpha = \frac{0,66}{19,36} * 100 = 3,4\%$

Para calcular a altura que o pêndulo subiu (h):

$$\cos(\theta) = \frac{l-h}{l} \Leftrightarrow h = l - l * \cos(\theta) \Leftrightarrow h = 0,181 \text{ metros}$$

$\Delta h = (1 - \cos(\theta)) * \Delta l + l * \sin(\theta) * \Delta\theta = 0,0237$ metros

$$\Delta v_0 = \left|\frac{\partial v0}{\partial m}\right| \Delta m + \left|\frac{\partial v0}{\partial M}\right| \Delta M + \left|\frac{\partial v0}{\partial h}\right| \Delta h$$

$$= \sqrt{2gh} * -\frac{M}{m^2} * \Delta m + \sqrt{2gh} * \frac{1}{m} * \Delta M + \frac{m+M}{m} * \frac{g}{\sqrt{2gh}} + * \Delta h$$

$$= 1,845 \text{ m/s}$$

Nesta parte a maior fonte de erro que obtivemos pode ter sido, na sua maioria, erros do pêndulo. Desde má calibração do pêndulo e o atrito do pêndulo achamos que foram os maiores causadores de erros experimentais, mas não descartamos o facto de termos medido mal a massa e altura do pêndulo.

A exatidão dos nossos resultados dos ângulos foi boa já que o erro destes foi de apenas 3,4%, já a precisão foi relativamente insatisfatória sendo o erro em relação à velocidade obtida na parte A foi de 24.7%.

Discussão e conclusão

Neste trabalho experimental, os objetivos foram conseguidos visto que obtivemos um gráfico que relata o que esperávamos teoricamente em relação ao alcance máximo em função do ângulo. Em relação à velocidade obtida através do pêndulo balístico, concluímos que, conforme a precisão obtida, não foi o previsto já que o erro percentual foi cerca de 24,7%.

Para melhorar os resultados obtidos, poderíamos ter efetuado mais medições para aumentar a precisão, já que a exatidão foi boa!

Contribuição individual

João Oliveira: relatório + medição + análise (parte A)

Miguel Nogueira: medição + análise

Pedro Loureiro (coordenador): medição + análise

Apesar da separação, houve uma entreajuda entre todos os membros do grupo em todas as partes do trabalho.