

Mecânica e Campo Electromagnético Exame Final

 Cotação:

 Ano lectivo 2010/11
 I − 2 valores

 1° Semestre
 II − 3 valores

 Data: 11 Janeiro de 2011
 IV − 3 valores

 Hora: 15h00
 V − 2 valores

Duração: 3h 00m VI – 3 valores VII – 3 valores VIII – 2 valores

<u>Importante</u>: Leia, <u>atentamente</u>, todo o enunciado antes de responder. Justifique todas as respostas.

I

Uma partícula tem a seguinte velocidade $\vec{v} = (2t^2 + 5)\hat{i} + 3\hat{j}$ (m/s)

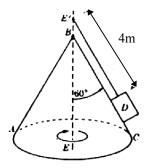
Determine:

- a) A posição em qualquer instante sabendo que partiu da origem.
- b) A aceleração em qualquer instante?
- c) A aceleração tangencial em t=1s?

II

Um corpo D cuja massa é de 6 kg está sobre uma superfície cónica A B C e está rodando em torno do eixo EE' com uma velocidade angular de 10 rev/min. Calcule:

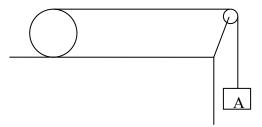
- a) a velocidade linear do corpo
- b) a velocidade angular necessária para reduzir a reacção do plano a zero.



Ш

O recorde mundial de salto em altura é de 2,4m. Se a aceleração da gravidade fosse reduzida para metade qual seria, provavelmente, o novo recorde ?

Um cilindro rola sobre uma superfície plana é puxado por um fio que se desenrola do cilindro e suspende um corpo A conforme a figura. A massa do corpo A é 2kg e do cilindro é de 5kg com raio R=0,1 m. A massa da roldana é desprezável. O momento de inércia de um cilindro é I=1/2 MR²



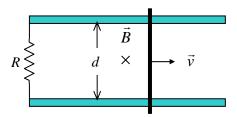
- a) Indique as forças presentes no sistema
- b) Calcule a aceleração do corpo A
- c) Calcule a energia cinética total em função da velocidade do corpo A

\mathbf{V}

Calcule a amplitude de oscilação de um corpo de massa M=0,5Kg presa a uma mola de constante k=1250N/m e sujeito a uma força externa adicional de F=2 cos(60t) (N).

VI

O esquema da figura representa uma barra que se pode deslocar sem atrito sobre dois condutores fixos, ligados nas extremidades a uma resistência. Considere $R = 6 \Omega$, d = 1.2 m e que um campo magnético de 2.5 T está dirigido para o interior da página.



A que velocidade se deveria mover a barra para produzir uma corrente de 0.5 A na resistência?

VII

Usando as leis de Gauss ou Ampère, calcule:

- a) O campo eléctrico produzido por um fio infinito carregado uniformemente com uma densidade linear de carga λ .
- b) O campo magnético produzido por um fio infinito que conduz uma corrente eléctrica I.

VIII

- a) Deduza a expressão da capacidade equivalente de dois condensadores em série
- b) Deduza a expressão da capacidade de um condensador de placas paralelas e infinitas
- c) Como se altera a capacidade desse condensador quando se coloca uma placa metálica paralela a meio das outras duas?

Formulário

$$\vec{r}(t); \quad \vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt}; \quad \vec{a}(t) = \frac{d^2\vec{r}(t)}{dt^2}; \quad \vec{a}_c = \frac{v^2}{r}\hat{u}_n; \quad \vec{a}_t = \frac{dv}{dt}\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} = \frac{dv}{dt}\hat{u}_t;$$

$$\theta(t); \ \omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt}; \ \alpha(t) = \frac{d^2\theta(t)}{dt^2}; \ \omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}; \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}; \vec{p} = m\vec{v}; \ F_{a,cin} = \mu_c N$$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}; \vec{I} = \Delta \vec{P}$$
 $\vec{I} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F} \cdot dt; \ \vec{r}_{cm} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i}; \ \vec{F} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{u}_r$

;
$$E_{pg} = -G \frac{M_T^m}{r}$$
; $I = \rho Vg \vec{\tau}_F = \vec{r} \times \vec{F}$; $W = \int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}_f} \vec{F} \cdot d\vec{r}$; $W = \Delta E_c$; $W_c = -\Delta E_p$;

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p};$$
 $\vec{L} = I \vec{\omega};$ $I = \sum_{i} m_{i} r_{i}^{2}$ $\vec{\tau} = I \vec{\alpha}$; $I = I_{CM} + Md^{2}$;

$$E_{c} = \frac{1}{2}mv^{2}$$
 $E_{cr} = \frac{1}{2}I\omega^{2}$; $P = \frac{dE}{dt} = F\frac{dx}{dt} = Fv$

$$\vec{F}_{el} = -k\vec{x}$$
; $x(t) = A \cos(\omega t + \delta)$; $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$; $\omega = 2\pi/T$; $f = 1/T$;

$$\theta(t) = \theta_o \cos(\omega t + \delta); \ \omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \ ; \ E_c = (1/2)mv^2; \ E_p = (1/2)kx^2$$

$$\vec{F} = -k\vec{x} - b\vec{v}$$
; $x(t) = A_0 e^{-(b/2m)t} \cos(\omega t + \delta)$; $\omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2}$;

$$\vec{F} = -k\vec{x} - b\vec{v} + \vec{F}_{ext}; F_{ext} = F_0 cos(\omega_f t); x(t) = A cos(\omega_f t + \delta); A = \frac{F_0/m}{\sqrt{\left(\omega_f^2 - \omega_0^2\right)^2 + \left(\frac{b\omega_f}{m}\right)^2}}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{e}_r \qquad \oint \vec{E} \cdot \vec{n} \, dS = \frac{Q}{\varepsilon_0} \qquad \Delta V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{l} \qquad \vec{E} = -\vec{\nabla} V$$

$$C = \frac{Q}{V}$$
 $R = \rho \frac{L}{A}$ $R = \frac{V}{I}$ $P = VI = RI^2 = \frac{V^2}{R}$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{s} \times \vec{e}_r}{r^2} \qquad \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I \qquad \vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B} \qquad \varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\varepsilon_0 = 8.8542 \times 10^{-12} C^2 / N \cdot m^2$$
 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} T \cdot m / A$

Constantes:

e=1,602x 10⁻¹⁹ C ;massa electrão=9,109x 10⁻³¹ kg massa protão=1,673x 10⁻²⁷ kg; massa neutrão=1,675x 10⁻²⁷ kg G = 6,67 x 10⁻¹¹ Nm²kg⁻² ; k = 1/4
$$\pi\epsilon_0$$
 =8,988x10⁹ Nm²C⁻²; M_T = 5,98 x 10²⁴ kg ; R_T = 6,37 x 10⁶ m; D_{T-S} = 1,496 x 10¹¹ m ; M_S = 1,991x 10³⁰ kg