UNIVERSIDADE DE AVEIRO
DEPARTAMENTO DE FÍSICA
3810-193 AVEIRO

Mecânica e Campo Electromagnético
Exame de Recurso

Ano lectivo 2007/08
1º Semestre
Data: 22 Janeiro 2008
Hora: 15h00
Duração: 2h 30m

Cotação:
I – 3
II – 3
III – 3
IV – 3
V – 4
VI – 4

Importante: Leia, atentamente, todo o enunciado antes de responder. Justifique todas as respostas.

I

A velocidade de uma partícula é dada por $\vec{v}(t) = 4t^2\hat{i} - 3t^2\hat{j}$ (m/s).

a) Sabendo que no instante t=0 a posição da partícula é $\vec{r} = 2\hat{i} + 2\hat{j}\ (m)$ determine o vector posição ao longo do tempo.
b) Determine o vector aceleração $\vec{a}(t)$.
c) Determine a aceleração tangencial.

II

Uma esfera de raio R = 0.5 m e massa M = 4 kg sobe um plano inclinado 30º com a horizontal, rolando sem escorregar. A esfera foi lançada e no instante inicial encontrava-se na base do plano, deslocando-se com uma velocidade angular ω_i = 10 rad/s. Para a esfera, $I_{cm}=2/5(MR^2)$.

a) Determine a energia cinética da esfera na base do plano.
b) Determine a distância percorrida pela esfera no plano inclinado até parar.

III

Uma pequena bola de massa 2,0 kg está ligada à extremidade superior de uma mola de aço flexível e vibrante vertical. A extremidade inferior desta mola está fixa e o sistema está em repouso. A bola foi afastada da posição de equilíbrio 0,20 m por acção de uma força de 10,0 N e a seguir foi libertada. A bola passou a executar um movimento oscilatório.

Considerando que o movimento é harmónico simples:

a) Calcule o período das oscilações.
b) Escreva a equação do movimento.

Considere que o movimento é oscilatório amortecido, com constante de amortecimento, b = 2,0 kg/s e que a amplitude inicial é a mesma das alíneas a) e b):

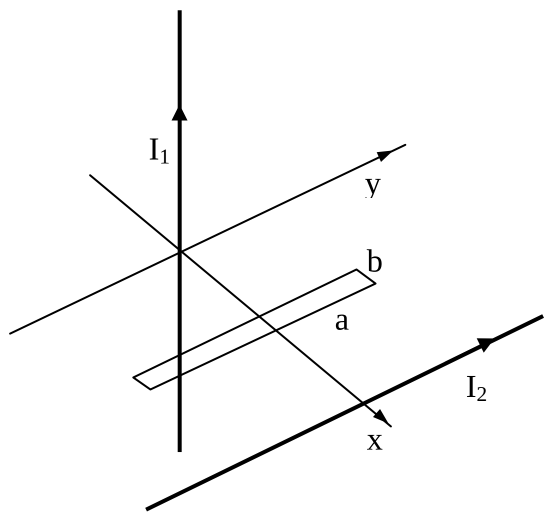
c) Calcule o instante de tempo no qual a energia mecânica reduz-se a metade do seu valor inicial.

IV

Dois pontos A e B estão respectivamente a 2 cm e 3 cm de um plano infinito carregado positivamente com uma densidade superficial de carga σ=5nC/m^2.

a) Deduza a expressão do campo eléctrico nesses pontos.
b) Calcule a diferença de potencial entre os dois pontos.

V

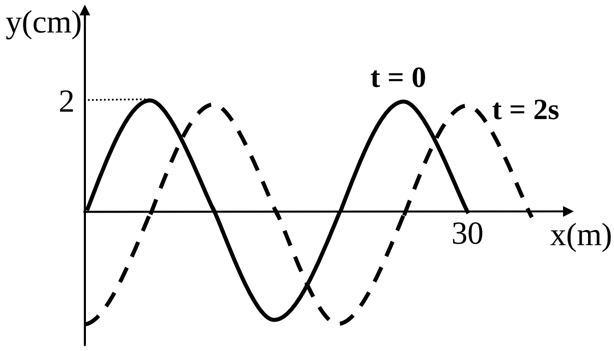


Considere uma corrente I_1 coincidente com o eixo z. outra corrente I_2 segundo da direcção y e separadas de uma distância L. Entre as duas linhas de corrente existe uma espira rectangular de lados a e b conforme mostra a figura. A expressão da intensidades de corrente é $I_1=I_2=I_0+ct$ em que I_0 e c são constantes positivas.
Determine

a) O campo magnético no centro da espira
b) A força magnética que actua sobre a corrente I_2
c) O fluxo do campo magnético que atravessa a espira (suponha que $b \ll L$)
d) A corrente induzida e o seu sentido

VI

A figura representa a forma de uma corda, nos instantes t = 0 (curva cheia) e t = 2m (curva tracejada), percorrida por uma onda transversal propagando-se no sentido positivo dos xx.



a) Determine o comprimento de onda.
b) Determine a velocidade de propagação da onda.
c) Determine o período.
d) Determine a fase inicial e escreva a função de onda.
e) Que tipo de onda se forma quando esta onda se sobrepõe com outra igual que se propaga no sentido contrário? Escreva a equação da onda referida em.
f) Se a onda referida em e) existir numa corda fixa nas extremidades, calcule o menor comprimento que a corda pode ter.

Formulário

$$\vec{r}(t);\quad \vec{v}(t)=\frac{d\vec{r}(t)}{dt};\quad \vec{a}(t)=\frac{d^2\vec{r}(t)}{dt^2};\quad \vec{a}_c=\frac{v^2}{r}\hat{u}_n;\quad \vec{a}_t=\frac{dv}{dt}\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}=\frac{dv}{dt}\hat{u}_t;$$

$$\theta(t);\ \omega(t)=\frac{d\theta(t)}{dt};\quad \alpha(t)=\frac{d^2\theta(t)}{dt^2};\quad \omega=2\pi f=\frac{2\pi}{T};\ \vec{F}=\frac{d\vec{p}}{dt};\ \vec{p}=m\vec{v};\ F_{a,cin}=\mu_c N$$

$$\vec{F}=\frac{d\vec{P}}{dt};\ \vec{I}=\Delta\vec{P}\qquad \vec{I}=\int_{t_i}^{t_f}\vec{F}\cdot dt;\ \vec{r}_{cm}=\frac{\sum_i m_i\vec{r}_i}{\sum_i m_i};\ \vec{F}=-G\frac{m_1m_2}{r^2}\hat{u}_r$$

$$;\ E_{pg}=-G\frac{M_T m}{r};\quad I=\rho Vg\ \vec{\tau}_F=\vec{r}\times\vec{F};\ W=\int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}_f}\vec{F}\cdot d\vec{r};\quad W=\Delta E_c;\ W_c=-\Delta E_p;$$

$$\vec{L}=\vec{r}\times\vec{p};\quad \vec{L}=I\vec{\omega};\quad I=\sum_i m_i r_i^2\quad \vec{\tau}=I\vec{\alpha}\quad ;\ I=I_{CM}+Md^2;$$

$$E_c=\frac{1}{2}mv^2\quad E_{cr=}=\frac{1}{2}I\omega^2;\quad P=\frac{dE}{dt}=F\frac{dx}{dt}=F\,v$$

$$\vec{F}_{el}=-k\vec{x};\ x(t)=A\cos(\omega t+\delta);\ \omega=\sqrt{k/m};\ \omega=2\pi/T;\ f=1/T;$$

$$\theta(t)=\theta_o\cos(\omega t+\delta);\ \omega=\sqrt{g/l};\ E_c=(1/2)mv^2;\ E_p=(1/2)kx^2$$

$$\vec{F}=-k\vec{x}-b\vec{v};\ x(t)=A_0e^{-(b/2m)t}\cos(\omega t+\delta);\ \omega=\sqrt{\frac{k}{m}-\left(\frac{b}{2m}\right)^2};$$

$$\vec{F}=-k\vec{x}-b\vec{v}+\vec{F}_{ext};\ F_{ext}=F_0\cos(\omega_f t);\ x(t)=A\cos(\omega_f t+\delta);\ A=\frac{F_0/m}{\sqrt{\left(\omega_f^2-\omega_0^2\right)^2+\left(\frac{b\omega_f}{m}\right)^2}}$$

$$v=\sqrt{\frac{F}{\rho_{lin}}};\ y(x,t)=A\,sen\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda}\pm\frac{t}{T}\right)\right]=A\,sen(kx\pm\omega t);\ f'=f\left(\frac{1\pm\frac{v_o}{v_s}}{1\mp\frac{v_f}{v_s}}\right);$$

$$y(x,t)=\left(2A\cos\frac{\varphi}{2}\right)sen\left(kx-\omega t+\frac{\varphi}{2}\right);\ y(t)=2A\cos\left(\frac{\omega_1-\omega_2}{2}t\right)sen\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t\right);$$

$$y(x,t)=(2A\,sen kx)\cos\omega t$$

$$\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\vec{e}_r\qquad \oint\vec{E}\cdot\vec{n}\,dS=\frac{Q}{\varepsilon_0}\qquad \Delta V=-\int\vec{E}\cdot d\vec{l}\qquad \vec{E}=-\vec{\nabla}V\quad C=\frac{Q}{V}\qquad R=\frac{V}{I}$$

$$d\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{s}\times\vec{e}_r}{r^2}\qquad \oint\vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0 I\qquad \vec{F}_B=q\vec{v}\times\vec{B}\qquad \varepsilon=-\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\varepsilon_0=8.8542\times10^{12}C^2/N\cdot m^2\qquad \mu_0=4\pi\times10^{-7}T\cdot m/A$$

Constantes:

$e=1{,}602\times 10^{-19}$ C ;massa electrão=$9{,}109\times 10^{-31}$ kg

massa protão=$1{,}673\times 10^{-27}$ kg; massa neutrão=$1{,}675\times 10^{-27}$ kg

$G = 6{,}67\times 10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}$; $k=1/4\pi\varepsilon_0=8{,}988\times10^9\ Nm^2C^{-2}$;

$M_T = 5{,}98\times 10^{24}$ kg ; $R_T = 6{,}37\times 10^6$ m; $D_{T\text{-}S} = 1{,}496\times 10^{11}$ m ; $M_S = 1{,}991\times 10^{30}$ kg