

Ano lectivo 2011/12

1º Semestre

Data: 10 Janeiro de 2011

Hora: 15h00

Duração: 1h 30m

Cotação:

I – 4 valores

II – 6 valores

III – 6 valores

IV – 4 valores

Importante: Leia, atentamente, todo o enunciado antes de responder. Justifique todas as respostas.

I

Considere dois pêndulos de igual massa m e comprimentos l acoplados por uma mola de constante k . Na aproximação de pequenos ângulos as equações de movimento são:

$$\begin{cases} -lmg\theta_1 + kl^2(\theta_1 - \theta_2) = ml^2 \frac{d^2\theta_1}{dt^2} \\ -lmg\theta_2 - kl^2(\theta_1 - \theta_2) = ml^2 \frac{d^2\theta_2}{dt^2} \end{cases}$$

- Defina o que são modos normais de oscilação.
- Calcule as frequências dos modos normais.

II

Uma esfera condutora de raio R está carregada com uma carga Q .

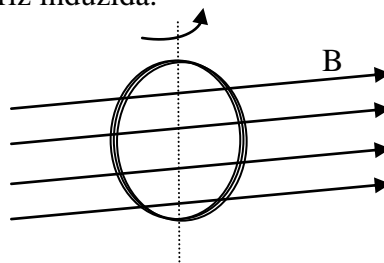
- Indique como se distribui a carga na esfera
- Qual o campo eléctrico em todo o espaço?
- Qual a energia necessária para trazer uma outra carga Q do infinito até à superfície da esfera.

III

Calcule o campo magnético produzido por um condutor cilíndrico infinito de raio R_c que transporta uma corrente de 2A.

IV

Um enrolamento de 100 espiras circulares de raio 2cm está num campo magnético B constante e uniforme de 3T roda a uma velocidade de 20 rad/s em torno de um eixo que contém o plano das espiras e passa pelo centro e é perpendicular ao campo. Determine a intensidade da força electromotriz induzida.



Formulário

$$\vec{r}(t); \quad \vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt}; \quad \vec{a}(t) = \frac{d^2\vec{r}(t)}{dt^2}; \quad \vec{a}_c = \frac{v^2}{r} \hat{u}_n; \quad \vec{a}_t = \frac{dv}{dt} \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} = \frac{dv}{dt} \hat{u}_t;$$

$$\theta(t); \quad \omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt}; \quad \alpha(t) = \frac{d^2\theta(t)}{dt^2}; \quad \omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}; \quad \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}; \quad \vec{p} = m\vec{v}; \quad F_{a, \text{cin}} = \mu_c N$$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}; \quad \vec{I} = \Delta \vec{P} \quad \vec{I} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F} \cdot dt; \quad \vec{r}_{cm} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i}; \quad \vec{F} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{u}_r;$$

$$E_{pg} = -G \frac{M_T m}{r}; \quad I = \rho V g; \quad \vec{\tau}_F = \vec{r} \times \vec{F}; \quad W = \int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}_f} \vec{F} \cdot d\vec{r}; \quad W = \Delta E_c; \quad W_c = -\Delta E_p;$$

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}; \quad \vec{L} = I \vec{\omega}; \quad I = \sum_i m_i r_i^2 \quad \vec{\tau} = I \vec{\alpha}; \quad I = I_{cm} + M d^2;$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \quad E_{cr} = \frac{1}{2} I \omega^2; \quad \vec{P} = \frac{dE}{dt} = \vec{F} \frac{dx}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

$$\vec{F}_{el} = -k\vec{x}; \quad x(t) = A \cos(\omega t + \delta); \quad \omega = \sqrt{k/m}; \quad \omega = 2\pi/T; \quad f = 1/T;$$

$$\theta(t) = \theta_0 \cos(\omega t + \delta); \quad \omega = \sqrt{g/l}; \quad E_c = (1/2) m v^2; \quad E_p = (1/2) k x^2$$

$$\vec{F} = -k\vec{x} - b\vec{v}; \quad x(t) = A_0 e^{-(b/2m)t} \cos(\omega t + \delta); \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2};$$

$$\vec{F} = -k\vec{x} - b\vec{v} + \vec{F}_{ext}; \quad F_{ext} = F_0 \cos(\omega_f t); \quad x(t) = A \cos(\omega_f t + \delta); \quad A = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_f^2 - \omega_0^2)^2 + \left(\frac{b\omega_f}{m}\right)^2}}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{e}_r \quad \oint \vec{E} \cdot \vec{n} dS = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad \Delta V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad \vec{E} = -\vec{\nabla} V$$

$$C = \frac{Q}{V} \quad R = \rho \frac{L}{A} \quad R = \frac{V}{I} \quad P = VI = RI^2 = \frac{V^2}{R}$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{s} \times \vec{e}_r}{r^2} \quad \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I \quad \vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B} \quad \mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\epsilon_0 = 8.8542 \times 10^{-12} C^2 / N \cdot m^2 \quad \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} T \cdot m / A$$

Constantes:

$$e = 1,602 \times 10^{-19} C; \text{ massa electrão} = 9,109 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$\text{massa protão} = 1,673 \times 10^{-27} \text{ kg}; \text{ massa neutrão} = 1,675 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}; \quad k = 1/4\pi\epsilon_0 = 8,988 \times 10^9 \text{ Nm}^2 \text{ C}^{-2};$$

$$M_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}; \quad R_T = 6,37 \times 10^6 \text{ m}; \quad D_{T,S} = 1,496 \times 10^{11} \text{ m}; \quad M_S = 1,991 \times 10^{30} \text{ kg}$$