UNIVERSIDADE DE AVEIRO
DEPARTAMENTO DE FÍSICA
3810-193 AVEIRO

Mecânica e Campo Electromagnético
Exame Final

Ano lectivo 2007/08
1º Semestre
Data: 08 Janeiro 2008
Hora: 15h00
Duração: 2h 30m

Cotação:
I – 4
II – 3
III –3
IV –3
V – 3
VI –4

Importante: Leia, atentamente, todo o enunciado antes de responder. Justifique todas as respostas.

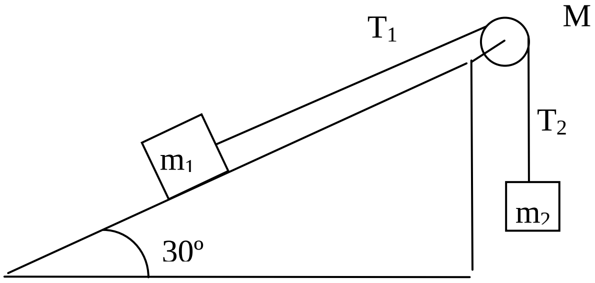
I

O vector aceleração de uma partícula em movimento é expresso pela função:
$\vec{a}(t) = 6t\hat{i} + \hat{j}$ (ms^{-2}) onde t vem em segundos. A partícula encontra-se inicialmente no ponto P(x=1m,y=3m) e, passados 3 segundos, a sua velocidade é $\vec{v} = 3\hat{i} - 3\hat{j}$ (m/s).

a) Determine o vector velocidade em função do tempo.
b) Determine o vector posição em função do tempo.

II

Considere blocos de massas m_1 = 4 kg e m_2 = 1 kg presos por um fio inextensível que passa por uma roldana, como se ilustra na figura. A massa da roldana é M = 1 kg e o raio da roldana é R = 10 cm. O momento de inércia da roldana é $I = 1/2MR^2$. Não há atrito entre m_1 e a superfície. O sistema encontra-se inicialmente em repouso.



Calcule:
a) a aceleração do sistema e as tensões T_1 e T_2.
b) a velocidade angular da roldana ao fim de 1 s.
c) a energia cinética do sistema (m_1, m_2 e roldana) ao fim de 1 s.

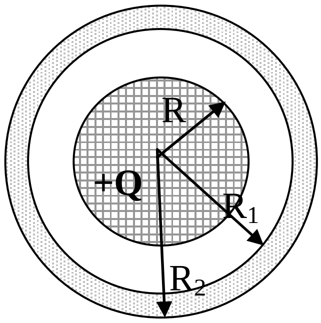
III

Um corpo de massa m = 1 kg ligado a uma mola de constante elástica K= 100 N/m oscila sob acção de uma força externa sinusoidal de valor máximo 10 N e frequência angular 6 rad/s. A constante de amortecimento do sistema é igual a 2 kg/s.

a) Escreva a expressão da força externa em função do tempo.
b) Determine a amplitude das oscilações forçadas.
c) Se a força externa deixar de actuar, ao fim de quanto tempo a amplitude passa para metade do valor inicial.

IV

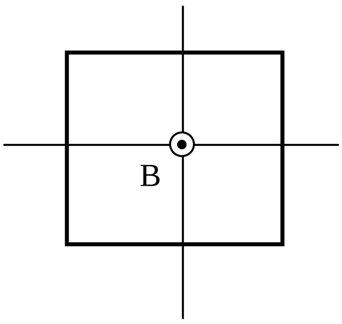
Considere uma esfera condutora de raio *R* com uma carga total $+Q$. Concêntrica com esta esfera está uma coroa esférica condutora de raios interno R_1 e externo R_2, com carga total nula, conforme mostra a figura.



a) Calcule o campo eléctrico e o potencial em todo o espaço (nas 4 regiões do espaço: $r < R$, $R < r < R_1$, $R_1 < r < R_2$, $r > R_2$).
b) Faça um esboço da distribuição de carga no sistema. Justifique.
c) Calcule a capacidade do sistema.

V

Uma espira quadrada de 10 cm de lado está fixa no espaço. O fio tem uma resistência de 10 Ω e o campo magnético varia no tempo de acordo com $B = 1 + 0{,}8t$ (T). Determine:

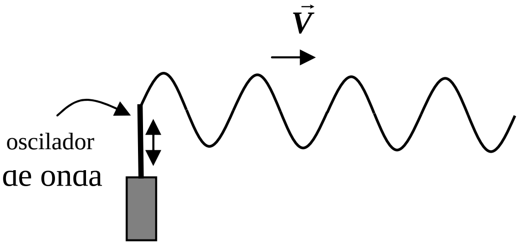


a) O fluxo do campo magnético através da espira no instante $t = 0$ s.
b) A f.e.m. induzida na espira.
c) O sentido e a intensidade da corrente eléctrica induzida. Represente de forma clara o sentido da corrente.

VI

Uma onda harmónica propaga-se ao longo de uma corda, como mostra a figura. O oscilador que gera esta onda completa 40.0 oscilações em 20 s. A distância entre as posições máxima e mínima do oscilador é de 20 cm. Um dado máximo (crista) da onda percorre 400 cm de corda em 10.0 s. No instante t = 1s um ponto da corda a 50 cm da extremidade ligada ao oscilador tem um deslocamento de 5 cm e move-se para baixo.

a) Calcule a amplitude
b) Calcule o comprimento de onda
c) Calcule a frequência angular
d) Calcule a fase inicial e escreva a função de onda



Considere a sobreposição de duas ondas iguais à acima descrita, deslocando-se em sentidos contrários numa corda solta numa extremidade

e) Qual o tipo de onda resultante ? Escreva a sua função de onda.

Formulário

$$\vec{r}(t);\quad \vec{v}(t)=\frac{d\vec{r}(t)}{dt};\quad \vec{a}(t)=\frac{d^2\vec{r}(t)}{dt^2};\quad \vec{a}_c=\frac{v^2}{r}\hat{u}_n;\quad \vec{a}_t=\frac{dv}{dt}\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}=\frac{dv}{dt}\hat{u}_t;$$

$$\theta(t);\ \omega(t)=\frac{d\theta(t)}{dt};\ \alpha(t)=\frac{d^2\theta(t)}{dt^2};\ \omega=2\pi f=\frac{2\pi}{T};\vec{F}=\frac{d\vec{p}}{dt};\vec{p}=m\vec{v};\ F_{a,cin}=\mu_c N$$

$$\vec{F}=\frac{d\vec{P}}{dt};\vec{I}=\Delta\vec{P}\qquad \vec{I}=\int_{t_i}^{t_f}\vec{F}\cdot dt;\ \vec{r}_{cm}=\frac{\sum_i m_i\vec{r}_i}{\sum_i m_i};\ \vec{F}=-G\frac{m_1m_2}{r^2}\hat{u}_r$$

$$;\ E_{pg}=-G\frac{M_Tm}{r};\ I=\rho Vg\ \vec{\tau}_F=\vec{r}\times\vec{F};\ W=\int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}_f}\vec{F}\cdot d\vec{r};\quad W=\Delta E_c;\ W_c=-\Delta E_p;$$

$$\vec{L}=\vec{r}\times\vec{p};\quad \vec{L}=I\vec{\omega};\quad I=\sum_i m_ir_i^2\quad \vec{\tau}=I\vec{\alpha}\quad;\ I=I_{CM}+Md^2;$$

$$E_c=\frac{1}{2}mv^2\quad E_{cr=}=\frac{1}{2}I\omega^2;\quad P=\frac{dE}{dt}=F\frac{dx}{dt}=F\,v$$

$$\vec{F}_{el}=-k\vec{x}\ ;\ x(t)=A\cos(\omega t+\delta);\ \omega=\sqrt{k/m};\ \omega=2\pi/T;\ f=1/T;$$

$$\theta(t)=\theta_o\cos(\omega t+\delta);\ \omega=\sqrt{g/l}\ ;\ E_c=(1/2)mv^2;\ E_p=(1/2)kx^2$$

$$\vec{F}=-k\vec{x}-b\vec{v}\ ;\ x(t)=A_0e^{-(b/2m)t}\cos(\omega t+\delta);\ \omega=\sqrt{\frac{k}{m}-\left(\frac{b}{2m}\right)^2}\ ;$$

$$\vec{F}=-k\vec{x}-b\vec{v}+\vec{F}_{ext}\ ;\ F_{ext}=F_0\cos(\omega_f t);\ x(t)=A\cos(\omega_f t+\delta);\ A=\frac{F_0/m}{\sqrt{\left(\omega_f^2-\omega_0^2\right)^2+\left(\frac{b\omega_f}{m}\right)^2}}$$

$$v=\sqrt{\frac{F}{\rho_{lin}}}\ ;y(x,t)=A\,sen\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda}\pm\frac{t}{T}\right)\right]=A\,sen(kx\pm\omega t)\ ;\ f'=f\left(\frac{1\pm\frac{v_o}{v_s}}{1\mp\frac{v_f}{v_s}}\right);$$

$$y(x,t)=\left(2A\cos\frac{\varphi}{2}\right)sen\left(kx-\omega t+\frac{\varphi}{2}\right);y(t)=2A\cos\left(\frac{\omega_1-\omega_2}{2}t\right)sen\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t\right);$$

$$y(x,t)=(2A\,sen kx)\cos\omega t$$

$$\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\vec{e}_r\qquad \oint\vec{E}\cdot\vec{n}\,dS=\frac{Q}{\varepsilon_0}\qquad \Delta V=-\int\vec{E}\cdot d\vec{l}\qquad \vec{E}=-\vec{\nabla}V\quad C=\frac{Q}{V}\qquad R=\frac{V}{I}$$

$$d\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{s}\times\vec{e}_r}{r^2}\qquad \oint\vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0 I\qquad \vec{F}_B=q\vec{v}\times\vec{B}\qquad \varepsilon=-\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\varepsilon_0=8.8542\times10^{12}C^2/N\cdot m^2\qquad \mu_0=4\pi\times10^{-7}T\cdot m/A$$

Constantes:

e=1,602x 10^{-19} C ;massa electrão=9,109x 10^{-31} kg

massa protão=1,673x 10^{-27} kg; massa neutrão=1,675x 10^{-27} kg

G = 6,67 x 10^{-11} Nm^2kg^{-2} ; $k=1/4\pi\varepsilon_0$ =8,988x10^9 Nm^2C^{-2};

M_T = 5,98 x 10^{24} kg ; R_T = 6,37 x 10^6 m; D_{T-S} = 1,496 x 10^{11} m ; M_S = 1,991x 10^{30} kg