



**Importante:** Leia, atentamente, todo o enunciado antes de responder. Justifique todas as respostas.

### I

O deslocamento de uma partícula segundo uma trajectória circular centrada na origem de raio  $R=2\text{m}$  é dada pela expressão  $s=3t+4t^2-0,5t^3$  (m).

- Determine a expressão do módulo da velocidade em função do tempo.
- Calcule as componentes tangencial e normal da aceleração,  $a_t(t)$  e  $a_n(t)$ .

### II

A velocidade de escape de um planeta é definida como a velocidade mínima que um corpo necessita de ter na superfície do planeta (e dirigida para fora deste) para, sem outras forças motrizes, chegar ao "infinito".

- Usando conservação de energia mecânica determine a velocidade de escape de um planeta esférico de raio  $R$  e massa  $M$ .
- No caso de um corpo de massa  $m_c$  começar exactamente com a velocidade de escape, qual o trabalho feito pela força gravítica no deslocamento desde a superfície do planeta até ao infinito?
- Imagine que a velocidade de escape é igual à velocidade da luz. Um tal planeta chama-se um "buraco negro". Calcule a relação entre o raio e a massa do buraco negro.

### III

No mergulho recreativo (não descompressivo) a máxima profundidade de mergulho permitida é de 42m.

- Calcule a pressão exercida no corpo do mergulhador que está no limite de profundidade sabendo que a pressão à superfície é  $1\text{ atm}=10^5\text{ Pa}=10^5\text{ N/m}^2$ . Admita que a água do mar tem massa volúmica  $1\text{ kg/m}^3$ .
- O mergulhador leva consigo uma bola e, a uma determinada profundidade  $L$ , largaa. No seu movimento de ascensão a bola vai sofrer atrito viscoso  $F=-bv$  com  $b=6\pi\eta R$ , onde  $R$  é o raio da bola. A bola chega à superfície e atinge uma altura  $h$  acima da superfície. Discuta, qualitativamente, como varia  $h$  com  $L$  (Esboce o gráfico de  $h(L)$ ).

#### IV

Uma estação orbital de massa  $M$  com a forma de um disco homogêneo de raio  $R$  roda com uma velocidade angular  $\omega_i$  em torno do eixo que passa pelo seu centro de massa e perpendicular ao plano do disco. Esta é atacada com dois projecteis de massas  $m_p$  que atingem a estação em pontos diametralmente opostos com velocidade  $v_p$ , igual para ambos, ficando agregados à estação.

Calcule

- a) A alteração na velocidade do centro de massa da estação orbital.
- b) A velocidade final de rotação da estação orbital.

$$I_{\text{cm}}^{\text{disco}} = \frac{1}{2}MR^2$$

#### Formulário

$$\vec{r}(t); \quad \vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt}; \quad \vec{a}(t) = \frac{d^2\vec{r}(t)}{dt^2}; \quad \vec{a}_c = \frac{v^2}{r} \hat{u}_n; \quad \vec{a}_t = \frac{dv}{dt} \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} = \frac{dv}{dt} \hat{u}_t;$$

$$\theta(t); \quad \omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt}; \quad \alpha(t) = \frac{d^2\theta(t)}{dt^2}; \quad \omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}; \quad \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}; \quad \vec{p} = m\vec{v}; \quad F_{a,\text{cin}} = \mu_c N$$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}; \quad \vec{I} = \Delta\vec{P} \quad \vec{I} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F} \cdot dt$$

$$\vec{r}_{\text{cm}} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i}; \quad \vec{F} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{u}_r; \quad E_{\text{pg}} = -G \frac{M_T m}{r}; \quad I = \rho V g$$

$$\vec{\tau}_F = \vec{r} \times \vec{F}; \quad W = \int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}_f} \vec{F} \cdot d\vec{r}; \quad W = \Delta E_c; \quad W_c = -\Delta E_p;$$

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}; \quad \vec{L} = I \vec{\omega}; \quad I = \sum_i m_i r_i^2 \quad \vec{\tau} = I \vec{\alpha}; \quad I = I_{\text{CM}} + M d^2$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \quad E_{\text{cr}} = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad P = \frac{dE}{dt} = F \frac{dx}{dt} = F v$$