



Importante: Leia, atentamente, todo o enunciado antes de responder. Justifique todas as respostas.

I

As coordenadas de uma partícula são as seguintes:

$$x(t) = 3 \cos(4t^2 + 2t)$$

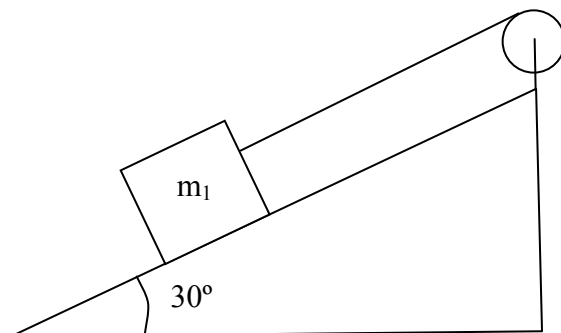
$$y(t) = 3 \sin(4t^2 + 2t)$$

Determine:

- a equação da trajectória e identifique o tipo de movimento
- a velocidade angular em $t=1$
- as componentes normal e tangencial da aceleração em $t=0$

II

Considere um bloco de massa $m_1=3$ kg preso por um fio inextensível que está enrolado numa roldana, como se mostra na figura. A massa da roldana é $M=2$ kg e tem um raio de $R=10$ cm. O momento de inércia da roldana é $I=1/2MR^2$. O coeficiente de atrito cinético entre m_1 e a superfície da rampa é $\mu=0,1$.



Calcule:

- a força de atrito entre o bloco e a superfície.
- a aceleração do bloco m_1 .
- o trabalho realizado pelas forças aplicadas ao bloco m_1 ao percorrer 1m.
- a energia cinética adquirida pelo bloco depois de percorrer essa distância.

III

Um corpo de massa 2 kg está ligado a uma mola. O corpo é deslocado + 5 cm da posição de equilíbrio por acção de uma força de intensidade $F = 3 \text{ N}$.

- Escreva a equação de movimento depois de retirar a força F , indicando a amplitude, a frequência angular e a fase na origem.
- Calcule a energia cinética e a energia potencial do sistema no instante $t = T/4$. T é o período de oscilação. Considere o instante inicial ($t=0$) o momento em que se solta a massa.
- Considerando o mesmo oscilador mas com atrito linear na velocidade, qual o coeficiente de amortecimento mínimo para que não haja oscilação.

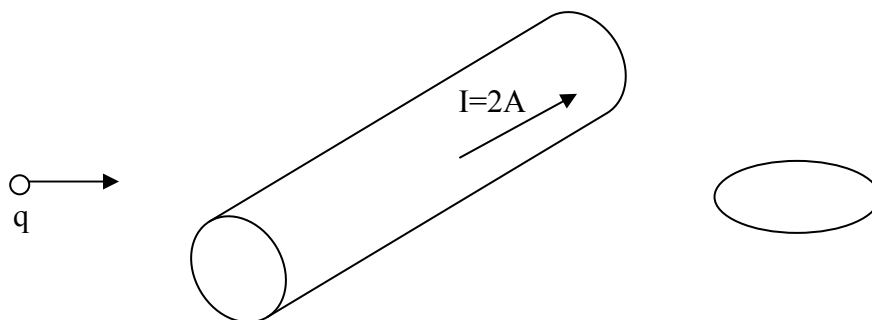
IV

Duas placas condutoras quadradas de lado $L=1\text{m}$ estão carregadas respectivamente com cargas $Q_1=-Q_2=4\text{nC}$. As placas estão separadas de 2mm e têm espessuras de 1cm.

- Calcule o campo eléctrico ao longo de uma linha que passa pelo centro das placas e as atravessa perpendicularmente.
- Indique a distribuição de cargas no sistema.
- Calcule a diferença de potencial entre as placas
- Determine a capacidade do sistema.

V

Um condutor de comprimento infinito e de raio $R=3\text{mm}$ é atravessado por uma corrente $I=2 \text{ A}$.



- Determine o campo magnético em todo o espaço (no exterior e no interior do condutor).
- Uma carga $q=3 \times 10^{-9} \text{ C}$ move-se perpendicularmente ao condutor. Se a carga tiver uma velocidade $v = 3 \times 10^3 \text{ m/s}$ quando se encontra a uma distância de 5 cm do seu eixo, qual será a força exercida sobre a carga? Considere que o sentido positivo da corrente no condutor é para a esquerda do movimento da carga q .

- c) Considere uma espira situada num plano que contém o eixo do condutor e inicialmente a uma distância d_0 . Se a espira for afastada do condutor, aparecerá uma corrente induzida. Justifique a origem dessa corrente. Faça um esquema indicando as linhas de campo e os sentidos das correntes no condutor infinito e na espira.

VI

Considere a seguinte onda harmónica que se propaga numa corda com densidade linear de massa $0,02 \text{ kg m}^{-1}$, e sujeita a uma tensão de 32 N ,
:

$$y = 0.05 \sin(kx - 4t + \pi/2), \quad (\text{S.I.}).$$

Calcule:

- a velocidade de propagação
- o comprimento de onda
- o gráfico da posição em função do tempo no ponto $x = 10\pi \text{ m}$, para um período de oscilação.

Formulário

$$\vec{r}(t); \quad \vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt}; \quad \vec{a}(t) = \frac{d^2\vec{r}(t)}{dt^2}; \quad \vec{a}_c = \frac{v^2}{r} \hat{u}_n; \quad \vec{a}_t = \frac{dv}{dt} \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} = \frac{dv}{dt} \hat{u}_t;$$

$$\theta(t); \quad \omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt}; \quad \alpha(t) = \frac{d^2\theta(t)}{dt^2}; \quad \omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}; \quad \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}; \quad \vec{p} = m\vec{v}; \quad F_{a, \text{cin}} = \mu_c N$$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}; \quad \vec{I} = \Delta \vec{P} \quad \vec{I} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F} \cdot dt; \quad \vec{r}_{\text{cm}} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i}; \quad \vec{F} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{u}_r$$

$$; \quad E_{\text{pg}} = -G \frac{M_T m}{r}; \quad I = \rho V g \quad \vec{\tau}_F = \vec{r} \times \vec{F}; \quad W = \int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}_f} \vec{F} \cdot d\vec{r}; \quad W = \Delta E_c; \quad W_c = -\Delta E_p;$$

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}; \quad \vec{L} = I \vec{\omega}; \quad I = \sum_i m_i r_i^2 \quad \vec{\tau} = I \vec{\alpha}; \quad I = I_{\text{cm}} + Md^2;$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \quad E_{\text{cr}} = \frac{1}{2} I \omega^2; \quad P = \frac{dE}{dt} = F \frac{dx}{dt} = F v$$

$$\vec{F}_{el} = -k\vec{x}; \quad x(t) = A \cos(\omega t + \delta); \quad \omega = \sqrt{k/m}; \quad \omega = 2\pi/T; \quad f = 1/T;$$

$$\theta(t) = \theta_0 \cos(\omega t + \delta); \quad \omega = \sqrt{g/l}; \quad E_c = (1/2) m v^2; \quad E_p = (1/2) k x^2$$

$$\vec{F} = -k\vec{x} - b\vec{v}; \quad x(t) = A_0 e^{-(b/2m)t} \cos(\omega t + \delta); \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2};$$

$$\vec{F} = -k\vec{x} - b\vec{v} + \vec{F}_{ext}; F_{ext}=F_0\cos(\omega t); x(t)=A\cos(\omega t+\delta); A = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_f^2 - \omega_0^2)^2 + \left(\frac{b\omega_f}{m}\right)^2}}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho_{lin}}}; y(x, t) = A \sin\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} \pm \frac{t}{T}\right)\right] = A \sin(kx \pm \omega t); f' = f \left(\frac{1 \pm \frac{v_o}{v_s}}{1 \mp \frac{v_f}{v_s}} \right);$$

$$y(x, t) = \left(2A \cos \frac{\Phi}{2}\right) \sin\left(kx - \omega t + \frac{\Phi}{2}\right); y(t) = 2A \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t\right) \sin\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t\right);$$

$$y(x, t) = (2A \sin kx) \cos \omega t$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{e}_r \quad \oint \vec{E} \cdot \vec{n} dS = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad \Delta V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad \vec{E} = -\vec{\nabla} V \quad C = \frac{Q}{V} \quad R = \frac{V}{I}$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{s} \times \vec{e}_r}{r^2} \quad \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I \quad \vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B} \quad \mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\epsilon_0 = 8.8542 \times 10^{12} C^2 / N \cdot m^2 \quad \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} T \cdot m / A$$

Constantes:

$$e = 1,602 \times 10^{-19} C; \text{massa electr\~ao} = 9,109 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$\text{massa prot\~ao} = 1,673 \times 10^{-27} \text{ kg}; \text{massa neutr\~ao} = 1,675 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}; k = 1/4\pi\epsilon_0 = 8,988 \times 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2};$$

$$M_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}; R_T = 6,37 \times 10^6 \text{ m}; D_{T-S} = 1,496 \times 10^{11} \text{ m}; M_S = 1,991 \times 10^{30} \text{ kg}$$