

Mecânica e Campo Electromagnético **Exame Final**

Cotação: I - 3 valores Ano lectivo 2009/10 II – 4 valores 1° Semestre III - 3 valores Data: 12 Janeiro de 2010 IV – 4 valores **Hora:** 15h00

V - 4 valores Duração: 2h 30m VI - 2 valores

Importante: Leia, atentamente, todo o enunciado antes de responder. Justifique todas as respostas.

I

Uma partícula é sujeita a um teste de aceleração e parte do repouso com a seguinte aceleração em função do tempo a = 3*t + 5 (unidade SI).

- a) Quais as unidades da constante 3?
- b) Qual a velocidade da partícula em t=2 s?
- c) De quanto se deslocou a partícula durante os instantes t = 0 s e t = 2 s?

II

Considere o movimento de um cilindro de raio R e massa M que rola sem escorregar num plano inclinado que faz um ângulo α com a horizontal. O momento de inércia em relação ao eixo do cilindro (que é o seu eixo de rotação) é dado por $I = 1/2MR^2$.

- a) Qual é a relação entre a velocidade do centro de massa e velocidade angular ω de rotação em relação ao seu eixo?
- b) Usando o princípio da conservação de energia, determine a velocidade do centro de massa do cilindro quando ele chega à base do plano inclinado, sabendo que este tem uma altura h e que o cilindro parte do repouso.
- c) Se o cilindro apenas escorregasse e não rolasse, a velocidade com que chegaria à base do plano inclinado seria menor ou maior? Justifique a resposta.

III

Um corpo de massa M=200g com uma velocidade v_i=10m/s î explode em três fragmentos. Um fragmento de massa m₁=100g adquire uma velocidade 5m/s î, um segundo fragmento de massa m₂=50g adquire uma velocidade 20m/s fazendo um ângulo de 60° com a direcção î.

- a) Calcule o momento linear e a energia cinética inicial.
- b) Diga se houve conservação de energia cinética. Justifique.
- c) Calcule a velocidade do 3º fragmento.

Uma esfera condutora de raio R=2cm está carregada com uma carga eléctrica de 10⁻¹⁰C.

- d) Indique como está distribuída a carga eléctrica.
- e) Determine o campo eléctrico dentro e fora da esfera.
- f) Determine a capacidade eléctrica de um sistema formado por esta esfera e uma coroa esférica concêntrica de raio 3cm.

\mathbf{V}

Uma resistência cilíndrica de 1cm de raio e infinita é percorrida por uma corrente de 1A. A resistividade do material é de $10^{-5}\Omega$ m. Determine

- a) A diferença de potencial por unidade de comprimento da resistência.
- b) A potencia dissipada por unidade de comprimento da resistência.
- c) O campo magnético dentro e fora da resistência.

VI

Uma partícula com carga eléctrica de 10^{-18} C tem uma velocidade de 10^3 m/s e uma massa de 10^{-22} kg. Entra num espaço de campo magnético constante de 2T e perpendicular à velocidade. Determine

- a) A força sentida pela partícula.
- b) O raio da trajectória.

Formulário

$$\vec{r}(t); \quad \vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt}; \quad \vec{a}(t) = \frac{d^2\vec{r}(t)}{dt^2}; \quad \vec{a}_c = \frac{v^2}{r}\hat{u}_n; \quad \vec{a}_t = \frac{dv}{dt}\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} = \frac{dv}{dt}\hat{u}_t;$$

$$\theta(t); \ \omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt}; \ \alpha(t) = \frac{d^2\theta(t)}{dt^2}; \ \omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}; \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}; \vec{p} = m\vec{v}; \ F_{a,cin} = \mu_c N$$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}; \vec{I} = \Delta \vec{P}$$
 $\vec{I} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F} \cdot dt; \ \vec{r}_{cm} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i}; \ \vec{F} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{u}_r$

;
$$E_{pg} = -G \frac{M_T^m}{r}$$
; $I = \rho Vg \vec{\tau}_F = \vec{r} \times \vec{F}$; $W = \int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}_f} \vec{F} \cdot d\vec{r}$; $W = \Delta E_c$; $W_c = -\Delta E_p$;

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p};$$
 $\vec{L} = I \vec{\omega};$ $I = \sum_{i} m_{i} r_{i}^{2}$ $\vec{\tau} = I \vec{\alpha}$; $I = I_{CM} + Md^{2}$;

$$E_{c} = \frac{1}{2}mv^{2}$$
 $E_{cr} = \frac{1}{2}I\omega^{2}$; $P = \frac{dE}{dt} = F\frac{dx}{dt} = Fv$

$$\vec{F}_{el} = -k\vec{x}$$
; $x(t) = A \cos(\omega t + \delta)$; $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$; $\omega = 2\pi/T$; $f = 1/T$;

$$\theta(t) = \theta_o \cos(\omega t + \delta); \ \omega = \sqrt{\frac{g}{l}}; \ E_c = (1/2)mv^2; \ E_p = (1/2)kx^2$$

$$\vec{F} = -k\vec{x} - b\vec{v}; x(t) = A_0 e^{-(b/2m)t} \cos(\omega t + \delta); \omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2};$$

$$\vec{F} = -k\vec{x} - b\vec{v} + \vec{F}_{ext}; F_{ext} = F_0 cos(\omega_f t); x(t) = A cos(\omega_f t + \delta); A = \frac{F_0}{m} \sqrt{\left(\omega_f^2 - \omega_0^2\right)^2 + \left(\frac{b\omega_f}{m}\right)^2}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{e}_r \qquad \oint \vec{E} \cdot \vec{n} \, dS = \frac{Q}{\varepsilon_0} \qquad \Delta V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{l} \qquad \vec{E} = -\vec{\nabla} V$$

$$C = \frac{Q}{V}$$
 $R = \rho \frac{L}{A}$ $R = \frac{V}{I}$ $P = VI = RI^2 = \frac{V^2}{R}$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{s} \times \vec{e}_r}{r^2} \qquad \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I \qquad \vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B} \qquad \varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\varepsilon_0 = 8.8542 \times 10^{-12} \, C^2 \, / \, N \cdot m^2 \, \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \, T \cdot m \, / \, A$$

Constantes:

e=1,602x 10⁻¹⁹ C ;massa electrão=9,109x 10⁻³¹ kg massa protão=1,673x 10⁻²⁷ kg; massa neutrão=1,675x 10⁻²⁷ kg G = 6,67 x 10⁻¹¹ Nm²kg⁻² ; k = 1/4
$$\pi\epsilon_0$$
 =8,988x10⁹ Nm²C⁻²; M_T = 5,98 x 10²⁴ kg ; R_T = 6,37 x 10⁶ m; D_{T-S} = 1,496 x 10¹¹ m ; M_S = 1,991x 10³⁰ kg