Следящая система.

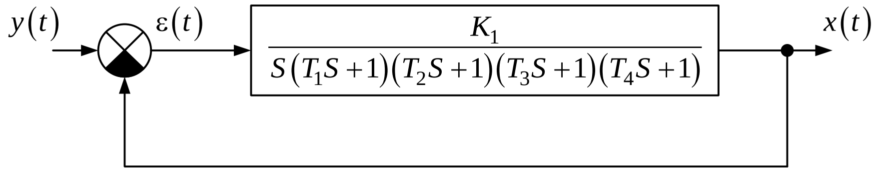

Рис 2. Структурная схема системы управления

$G(s)$- желаемое положение рабочего стола;

$x(t)$- действительное положение рабочего стола.

$W_1(s)=\frac{K_1(s+a)}{(s+b)}$ - передаточная функция регулятора;

$W_2(s)=\frac{1}{s(s+c)(s+d)}$ - передаточная функция усилителя мощности и приводного двигателя с червячной передачей;

$W_3(s)=K_2$ - передаточная функция датчика положения рабочего стола.

№ варианта	K1	T_1,сек	T_2,сек	T_3,сек	T_4,сек
95	8	3	2	5	7

1. <u>Определение передаточной функции замкнутой системы.</u>

В прямой цепи этого контура располагается одно звено.
Передаточная функция звена:

$$W_1(s)=\frac{K_1}{S(T_1S+1)(T_2S+1)(T_3S+1)(T_4S+1)}$$

Добавим отрицательную обратную связь:

$$W(s)=\frac{W_1(s)}{1+W_1(s)}$$

Таким образом, передаточная функция замкнутой системы имеет вид:

$$W(s)=\frac{K_1}{S(T_1S+1)(T_2S+1)(T_3S+1)(T_4S+1)+K_1}$$

Подставляя численные значения параметров, получим ПФ в виде:

$$W(s) = \frac{8}{210s^5 + 247s^4 + 101s^3 + 17s^2 + s + 8}$$

Система является физически реализуемой, так как порядок полинома в знаменателе переходной функции меньше порядка полинома в числителе.

2. Записать передаточную функцию в виде дифференциального уравнения

По известной передаточной функции замкнутой системы получим дифференциальное уравнение этой системы.

$$210\frac{d^5x(t)}{dt^5} + 247\frac{d^4x(t)}{dt^4} + 101\frac{d^3x(t)}{dt^3} + 17\frac{d^2x(t)}{dt^2} + \frac{dx(t)}{dt} + 8x(t) = 8y(t)$$

3. Определение нулей и полюсов передаточной функции замкнутой системы.

Передаточная функция не имеет нулей

Найдём корни уравнения: $A(s) = 210s^5 + 247s^4 + 101s^3 + 17s^2 + s + 8 = 0$

Корни последнего уравнения: $s_1 = -0{,}7853$

$$s_2 = -0{,}4029 + 0.4679i$$
$$s_3 = -0{,}4029 - 0{,}4679i$$
$$s_4 = 0{,}2075 + 0{,}2901i$$
$$s_5 = 0{,}2075 - 0{,}2901i$$

4. Импульсная переходная характеристика замкнутой системы $k(t)$:

Из определения передаточной функции следует, что $X(s) = W(s)Y(s)$.
Пусть входной сигнал $y(t)$ представляет собой единичный мгновенный импульс $\delta(t)$, изображение которого имеет вид $Y(s) = 1$.
Изображение выходного сигнала имеет вид:

$$X(s) = W(s)Y(s) = \frac{B(s)}{A(s)}Y(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = W(s).$$

Найдём импульсную переходную функцию системы $w(t) = L^{-1}\{W(s)\}$.
Если изображение $W(s)$ является дробно-рациональной функцией

$$W(s)=\frac{b_m s^m+\ldots+b_1 s+b_0}{a_n s^n+\ldots+a_1 s+a_0}=\frac{B(s)}{(s-s_1)(s-s_2)\ldots(s-s_n)},$$ то

нахождение оригинала $w(t)$ можно осуществить по следующим формулам:

1. Корни простые, вещественные:

$$K(t)=\sum_{i=1}^{n}\frac{B(s_i)}{A'(s_i)}e^{s_i t}. \qquad (1)$$

2. Корни комплексно-сопряженные: $s_{1,2}=-\alpha\pm j\omega$

$$k(t)=2\,\mathrm{Re}\left[\frac{B(s)}{A'(s)}e^{st}\right],$$ если $s=\lambda_1$, где $\lambda_1=-\alpha+j\omega$; (2)

$$e^{st}=e^{-\alpha t}e^{j\omega t}=e^{-\alpha t}(Cos\,\omega t+jSin\,\omega t)$$

Импульсная переходная функция системы будет равна $k(t)=\sum_{i=1}^{n}k_i(t)$,

где n - число корней характеристического уравнения.

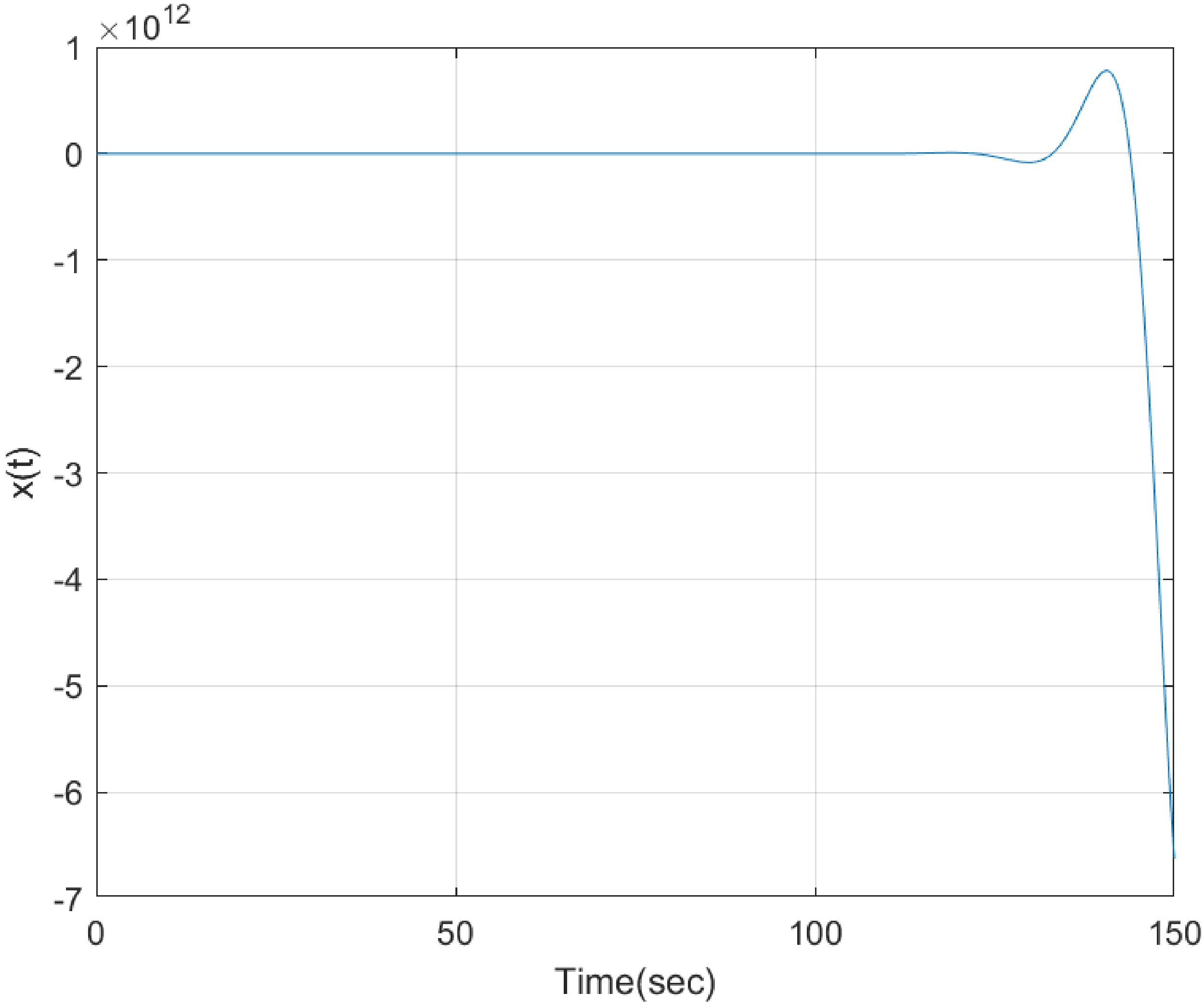

Рис. 3 График функции, построенный с использованием оператора `impulse`

5. <u>Переходная функция замкнутой системы</u> $h(t)$.

Пусть входной сигнал $x(t)$ представляет собой единичную ступенчатую функцию $1(t)$, тогда изображение единичного сигнала имеет вид $X(s)=\frac{1}{s}$.

Изображение выходного сигнала имеет вид $Y(s)=W(s)\frac{1}{s}=H(s)=\frac{B(s)}{sA(s)}$.

Найдём переходную функцию системы $h(t)=L^{-1}\{H(s)\}$.

1. Корни простые, вещественные и один корень нулевой, т.е. $H(s)=\frac{B(s)}{sA(s)}$.

$$h(t)=\frac{B(0)}{A(0)}+\sum_{i=1}^{n}\frac{B(s_i)}{s_i A'(s_i)}e^{s_i t}. \qquad (3)$$

2. Корни комплексно-сопряженные и один нулевой:

$$h(t)=\frac{B(0)}{A(0)}+2\operatorname{Re}\left[\frac{B(s)}{sA'(s)}e^{st}\right], \text{ если } s=\lambda_1, \text{ где } \lambda_1=-\alpha+j\omega; \qquad (4)$$

$$e^{st}=e^{-\alpha t}e^{j\omega t}=e^{-\alpha t}(Cos\,\omega t+jSin\,\omega t).$$

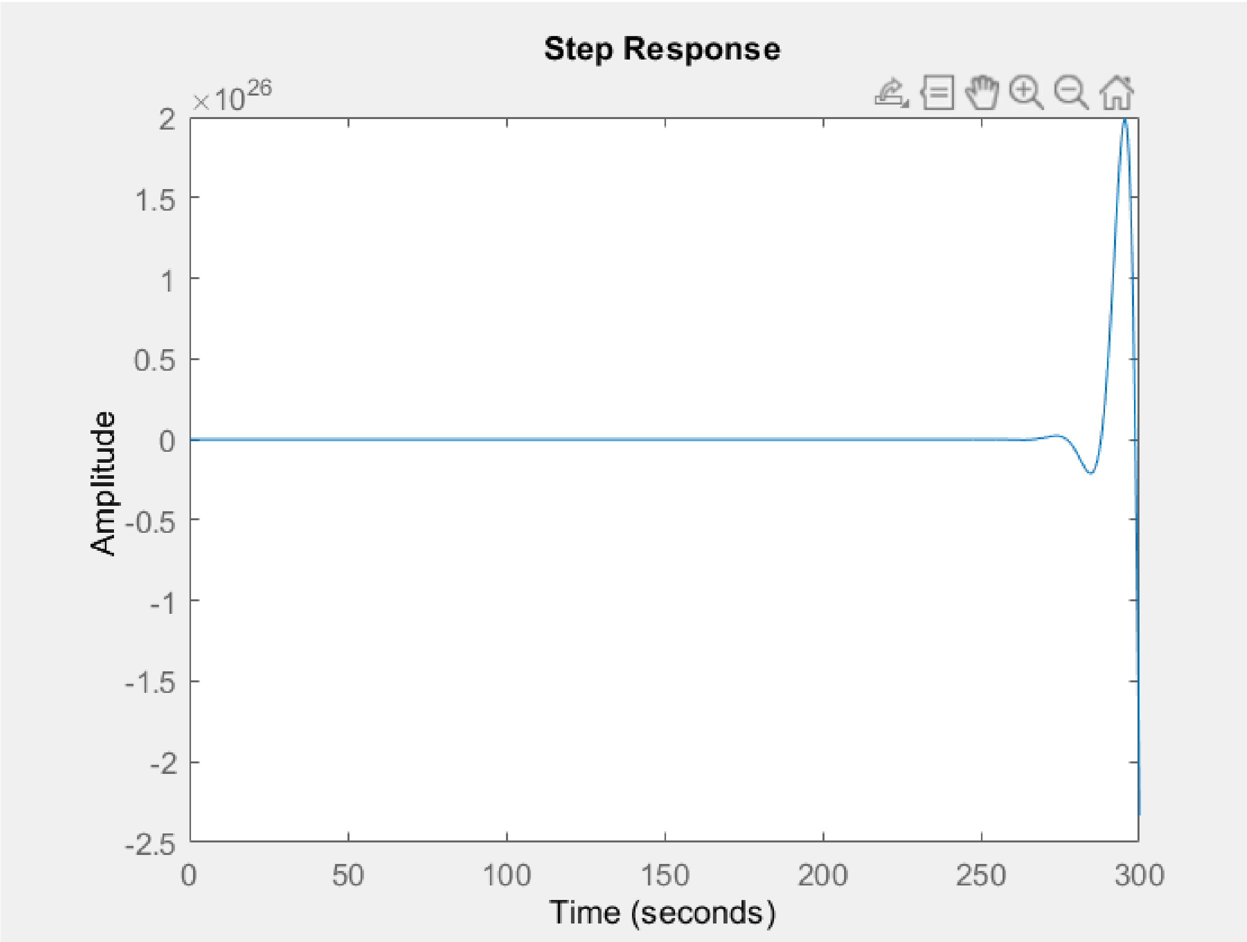

Рис. 4 График функции, построенный с использованием оператора `step`

6. <u>Построение $P(\omega)$ и $Q(\omega)$.</u>

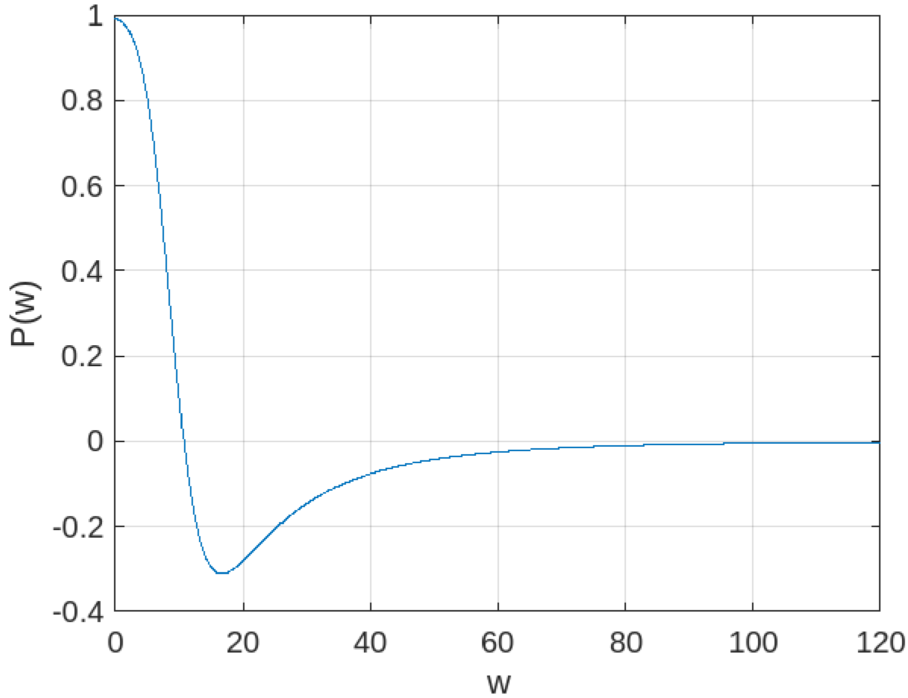

Рис. 5 График вещественной частотной характеристики, построенный с использованием оператора plot

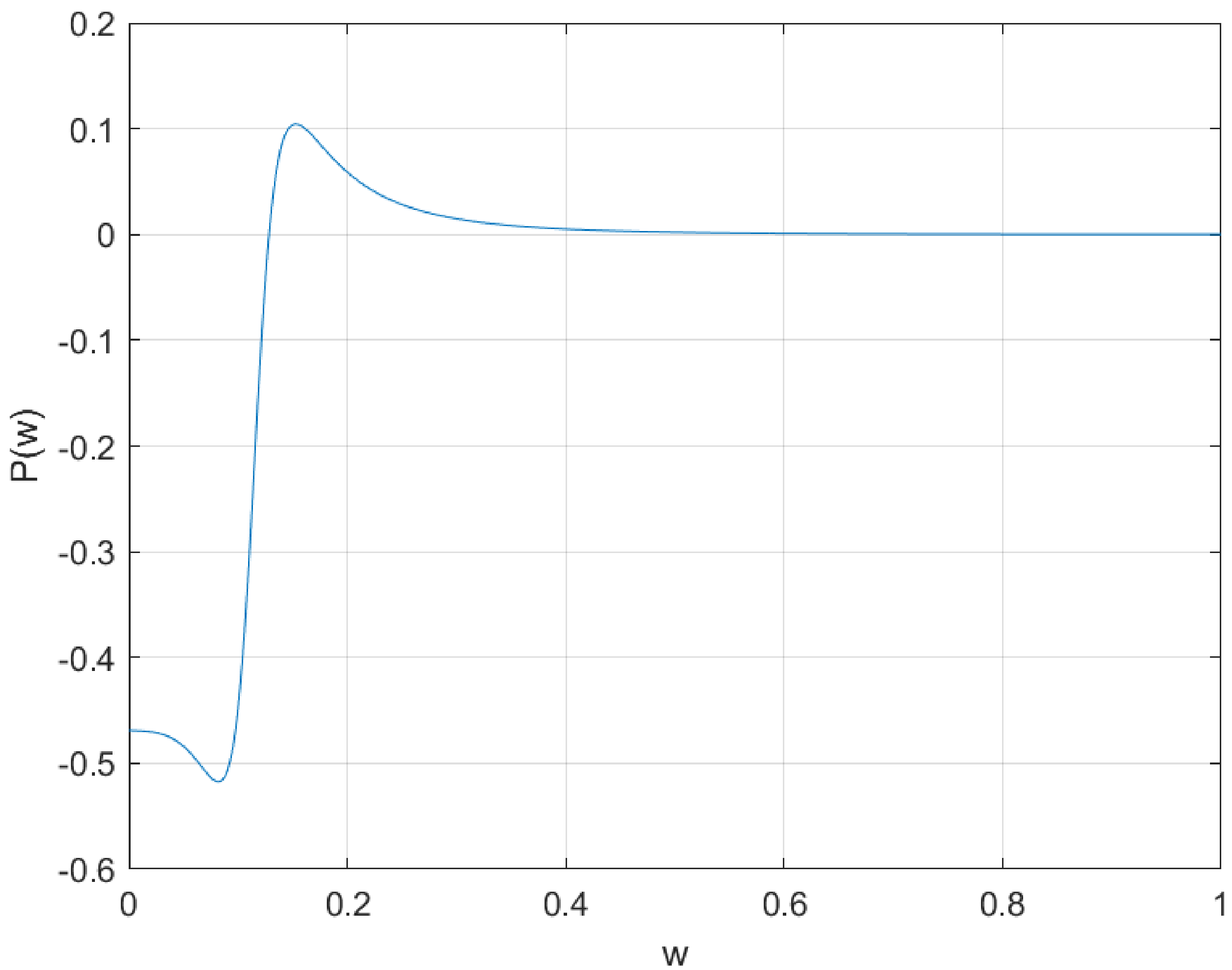

Рис. 6 График мнимой вещественной частотной характеристики, построенный с использованием оператора plot

7. Построение $W(j\omega)$.

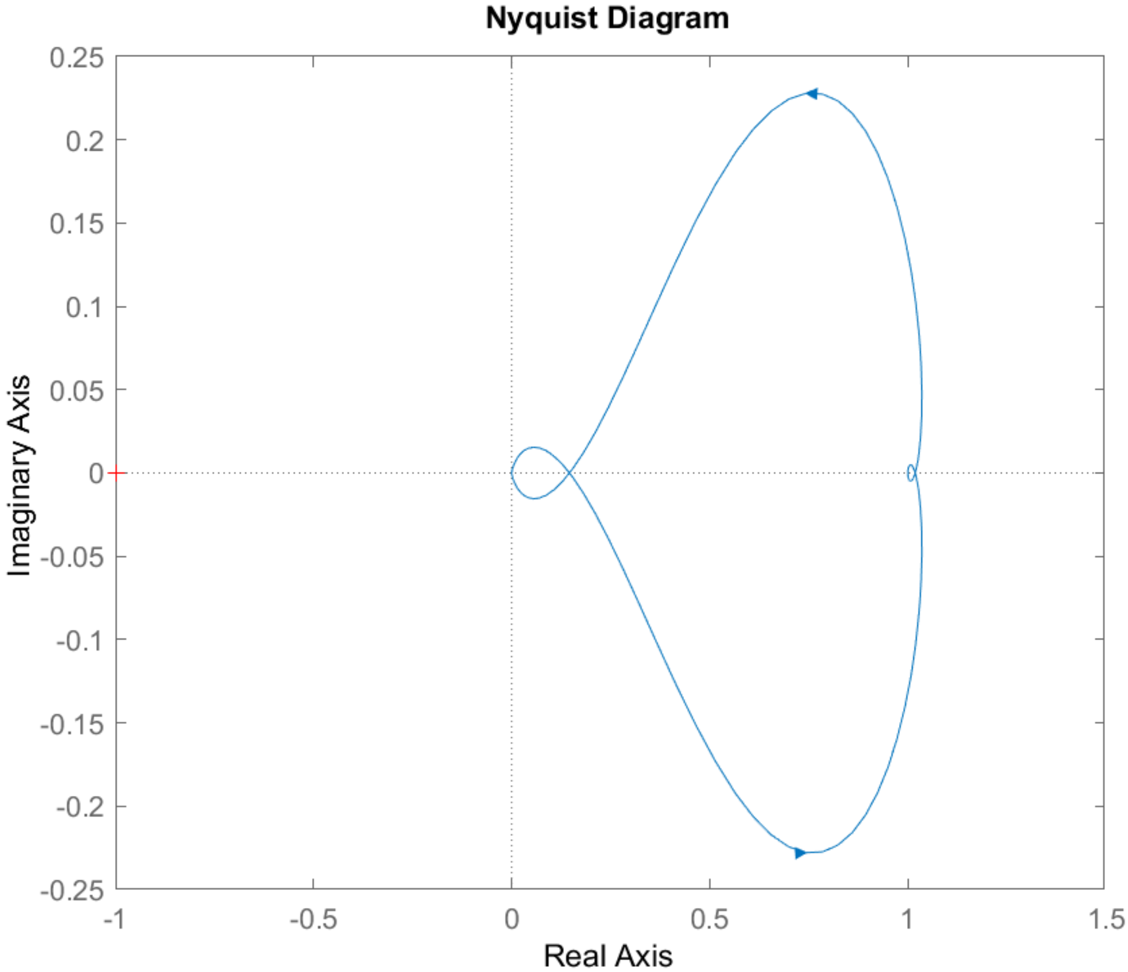

Рис. 7 График амплитудно-фазочастотной характеристики

8. Построение амплитудной частотной характеристики

$$A(\omega) = |W(j\omega)| = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)}$$

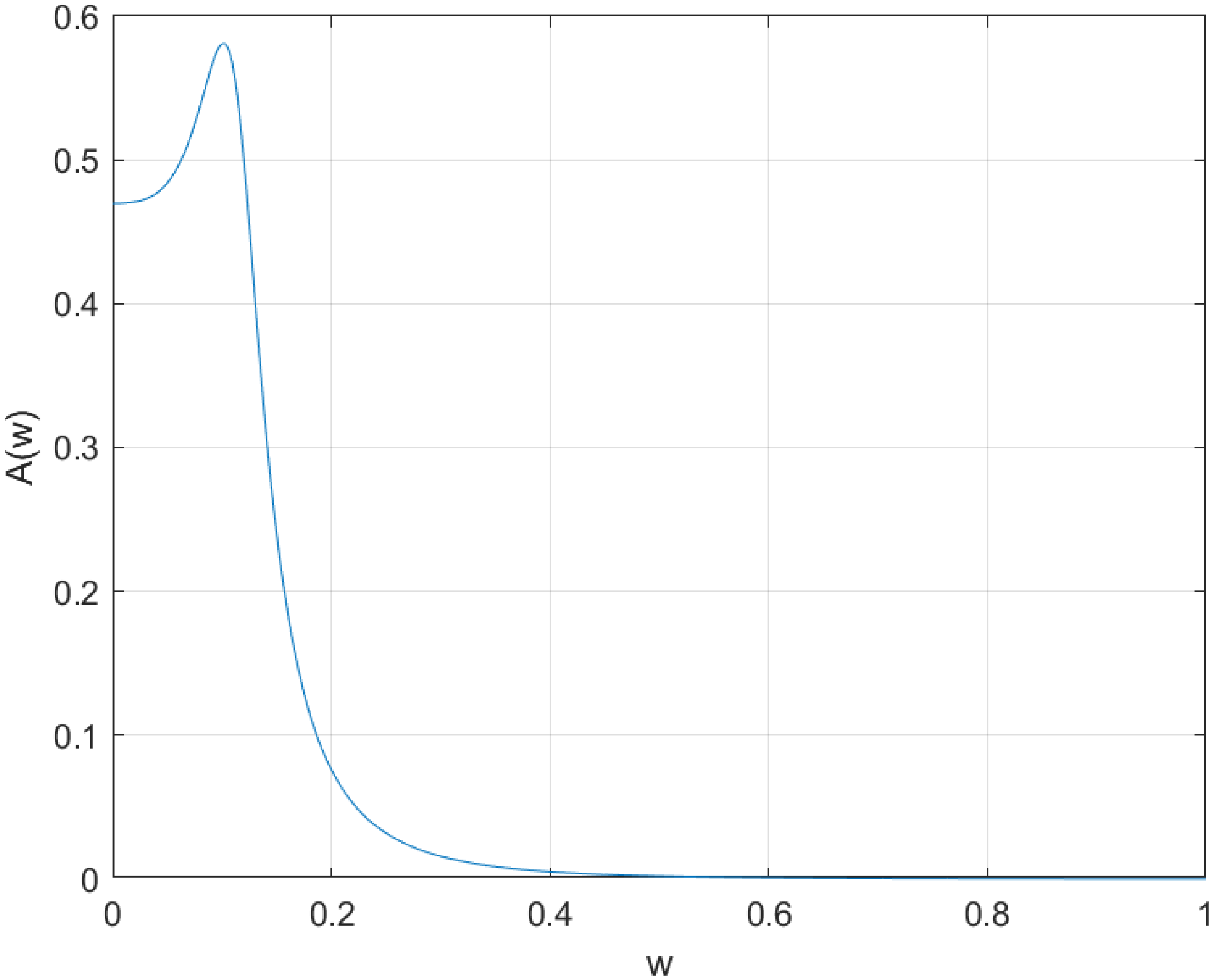

Рис. 8 График амплитудной частотной характеристики

9. Построение фазо-частотной характеристики

$$\varphi(\omega) = \mathrm{Arg}\,W(j\omega) = -\mathrm{arctg}\,2\omega$$

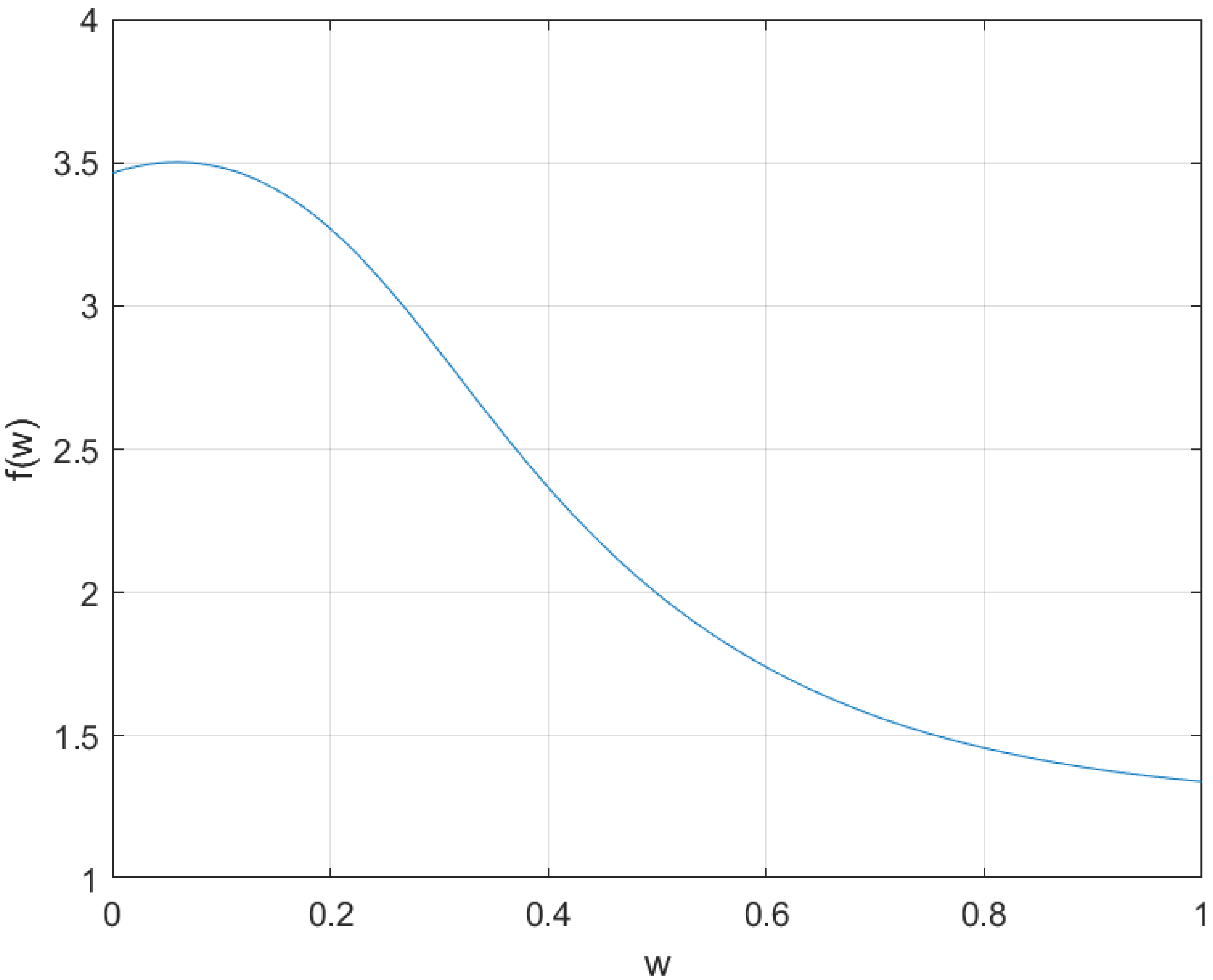

Рис. 9 График фазо-частотной характеристики

<u>10. Построение логарифмической амплитудной частотной характеристики</u>

$$\frac{L(\omega)}{L(\omega) = 20lgA(\omega)}$$

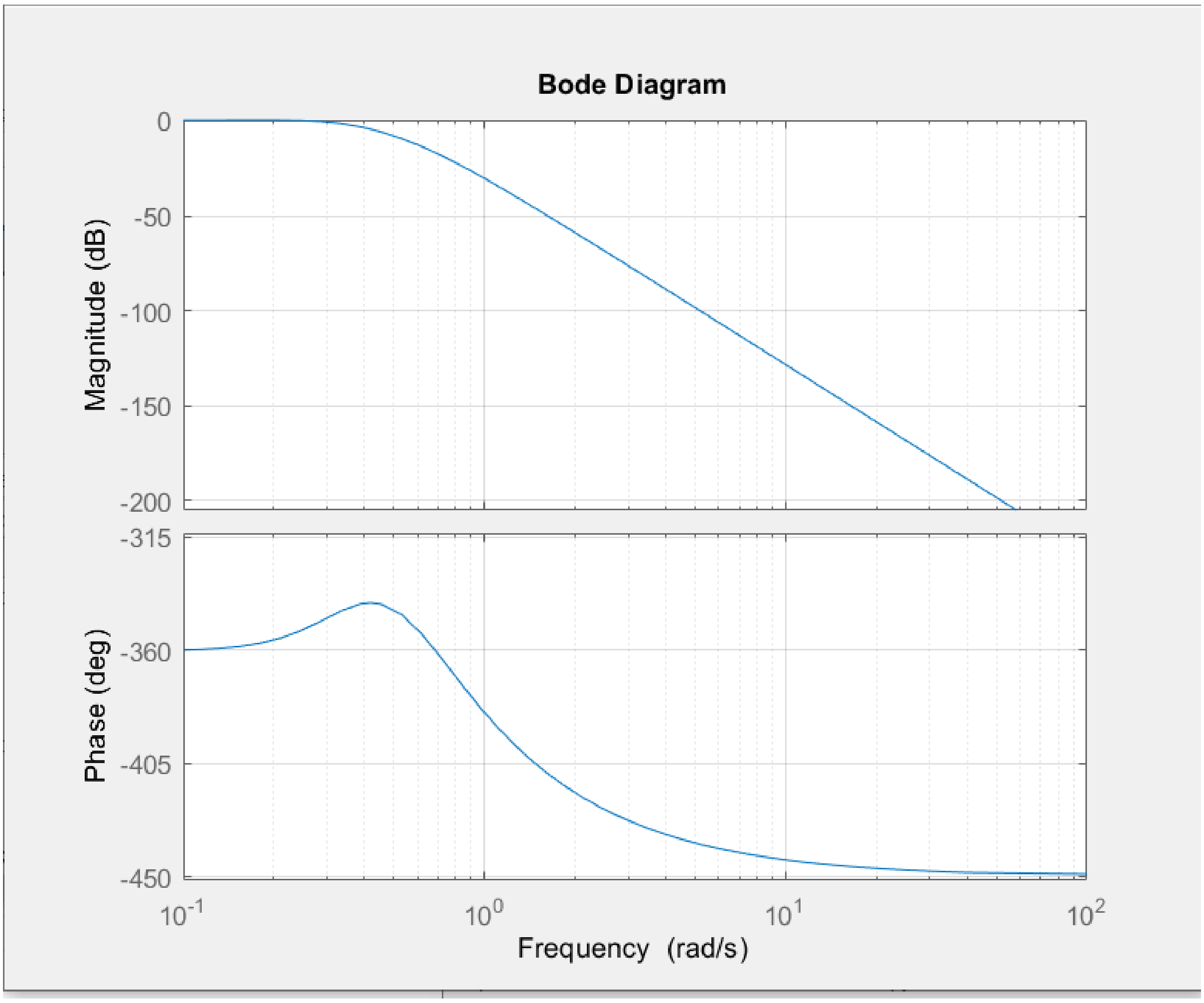

Рис. 10 ЛАЧХ и ЛФЧХ