Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Калужский филиал
федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»
(КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ ***ИУК «Информатика и управление»***
КАФЕДРА ***ИУК3 «Системы автоматического управления»***

ОТЧЁТ

ДОМАШНЯЯ РАБОТА № 2

«Исследование устойчивости линейных систем автоматического управления»

ДИСЦПЛИНА: «Общая теория автоматического управления»

Выполнил: студент гр. ИУК3-51Б ____________ (Смирнов Ф.С.)
(Подпись) (Ф.И.О.)

Проверил: ____________ (Корнюшин Ю.П.)
(Подпись) (Ф.И.О.)

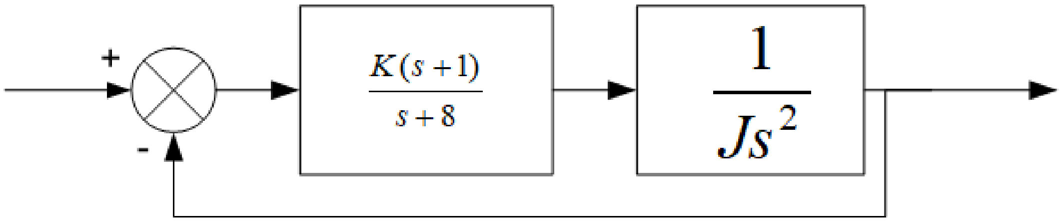
Дата сдачи (защиты):

Результаты сдачи (защиты):

- Балльная оценка:
- Оценка:

Калуга , 2023

Вариант 15



J = $10.8 \cdot 10^8$

Рис. 1. Структурная схема системы

1) Найдем передаточную функцию всей системы

$W_p(s) = \frac{K(s+1)}{10{,}8*10^8(s+8)s^2}$; $W(S)_э = \frac{W_{пр}}{1+W_{раз}}$;

$$W(S)_э = W(s)_э = \frac{K(s+1)}{\left(10.8*10^8(s+8)s^2 + K(s+1)\right)}$$

$$A(s) = 10.8*10^8(s^3+8s^2) + K(s+1)$$

$a_0 = 10.8*10\text{^}8, a_1 = K, a_2 = 86.4*10\text{^}8, a_3 = 10.8*10\text{^}8;$

a_i>0; при K>0.

Составим матрицу Гурвица

$$G = \begin{pmatrix} a_1 & a_3 & 0 \\ a0 & a_2 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K & 10.8*10\text{^}8 & 0 \\ 10.8*10\text{^}8 & 86.4*10\text{^}8 & 0 \\ 0 & K & 10.8*10\text{^}8 \end{pmatrix}$$

По критерию Гурвица для того, чтобы система была устойчива необходимо и достаточно, чтобы все определители на главной диагонали были больше нуля ($\forall \Delta_i > 0$). Найдем все миноры на главной диагонали:

$$\Delta_1 = |K| = K > 0,$$
$$\Delta_2 = \begin{pmatrix} K & 10.8*10\text{^}8 \\ 10{,}8*10\text{^}8 & 86.4*10\text{^}8 \end{pmatrix} = K*86.4*10\text{^}8 - 10.8^2*10^{16} > 0;$$
$$\Delta_3 = \begin{pmatrix} K & 10.8*10\text{^}8 & 0 \\ 10.8*10\text{^}8 & 86.4*10\text{^}8 & 0 \\ 0 & K & 10.8*10\text{^}8 \end{pmatrix} = 75.6*10\text{^}16*\mathrm{K}\text{^}2.$$
$$\begin{cases} K > 0, \\ K < 125000 \\ K > 0 \end{cases}$$

будет устойчива при $K \in [\,0; 125000\,]$

Воспользуемся критерием Михайлова.

$a_0 \ = \ 10.8 * 10\text{^}8, a_1 \ = \ K, a_2 \ = \ 86.4 * 10\text{^}8, a_3 \ = \ 10.8 * 10\text{^}8;$

$A(j\omega) = (j\omega)^3 + K(j\omega)^2 + 86.4 * 10\text{^}8 j\omega + 10.8 * 10\text{^}8 =$

$=(K\omega^2 - 10.8 * 10^8) + j(-\omega^3 + 86.4 * 10^8\omega) = U(\omega) + jV(\omega).$

Ищем корни действительной и мнимой части:

$$V(\omega) = 0,$$

$$-\omega^3 + 86.4 * 10^8 = 0;$$

$$\omega(\omega^2 - 86.4 * 10^8) = 0$$

$$\omega_0 = 0; \omega_1 = \sqrt{86.4 * 10^8};$$

$$U(\omega) = 0,$$

$$K\omega^2 - 10.8 * 10^8$$

$$\omega_2 = -\sqrt{10.8 * 10^8;}$$

Из условия

$\omega_0 < \omega_1 < \omega_2$, Получаем что система будет устойчива при $K \in [125000; +\infty]$

2) Построим годограф Михайлова для значения коэффициента передачи разомкнутой системы равного половине его граничных значений.

$$K_{cp} = \frac{125000}{2} = 6250$$

w=0:0.1:1;

K=6250

A=(K*w.^2-10.8*10^8)+1i*(w.^3+86.4*10^8*w);

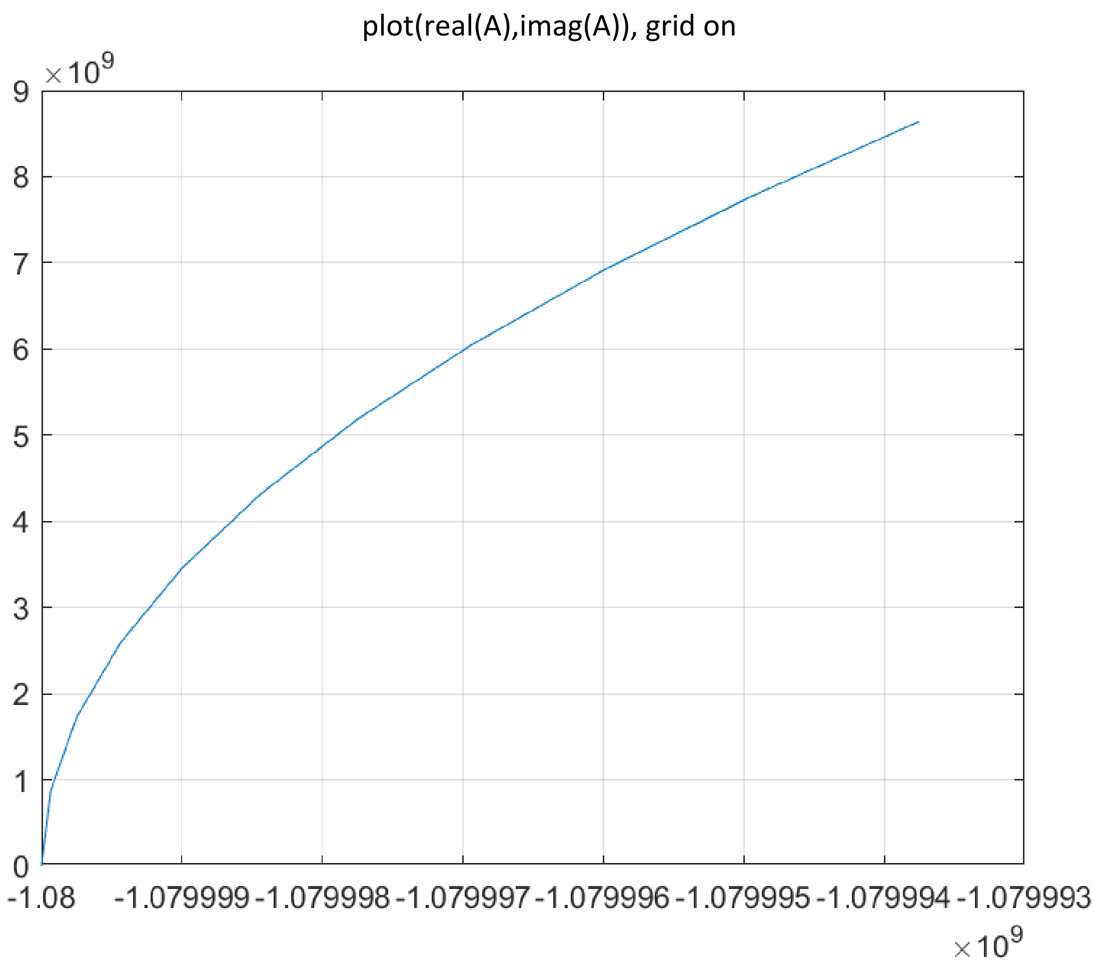


Рис. 2. Годограф Михайлова для значения коэффициента передачи K_{cp}=6250

Из рисунка видно, что при $K = K_{cp}$ система устойчива, т.к. $\Delta\, arg\, A\,(j\omega)|_{\omega=0}^{\infty} = n\frac{\pi}{2} = 3\,\frac{\pi}{2}$, где n=3 – порядок передаточной функции.

3) Построим график переходной функции

Для *K*=12500 найдем переходную функцию по второй теореме разложения.

$$h(t) = L^{-1}\left\{\frac{W_з(S)}{S}\right\} = L^{-1}\left\{\frac{B(S)}{A(S)}\right\},$$

$$h(t) = \sum_{k=1}^{5}\frac{B(S_k)}{A'(S_k)}e^{S_k t}$$

$$\frac{12500(s+1)}{\left(10.8 * 10^8(s+8)s^2 + \ 12500(s+1)\right)}$$

Корни знаменателя $A(S) = 0$

```
y=[1 10.8*10^8  8*10.8*10^8 12500 12500];
 roots(y)
```

S_1= 1.0e+09 *

-1.0800 + 0.0000i; $S_2$0 ; S_3=-0; $S_4$0; S_5=-0;

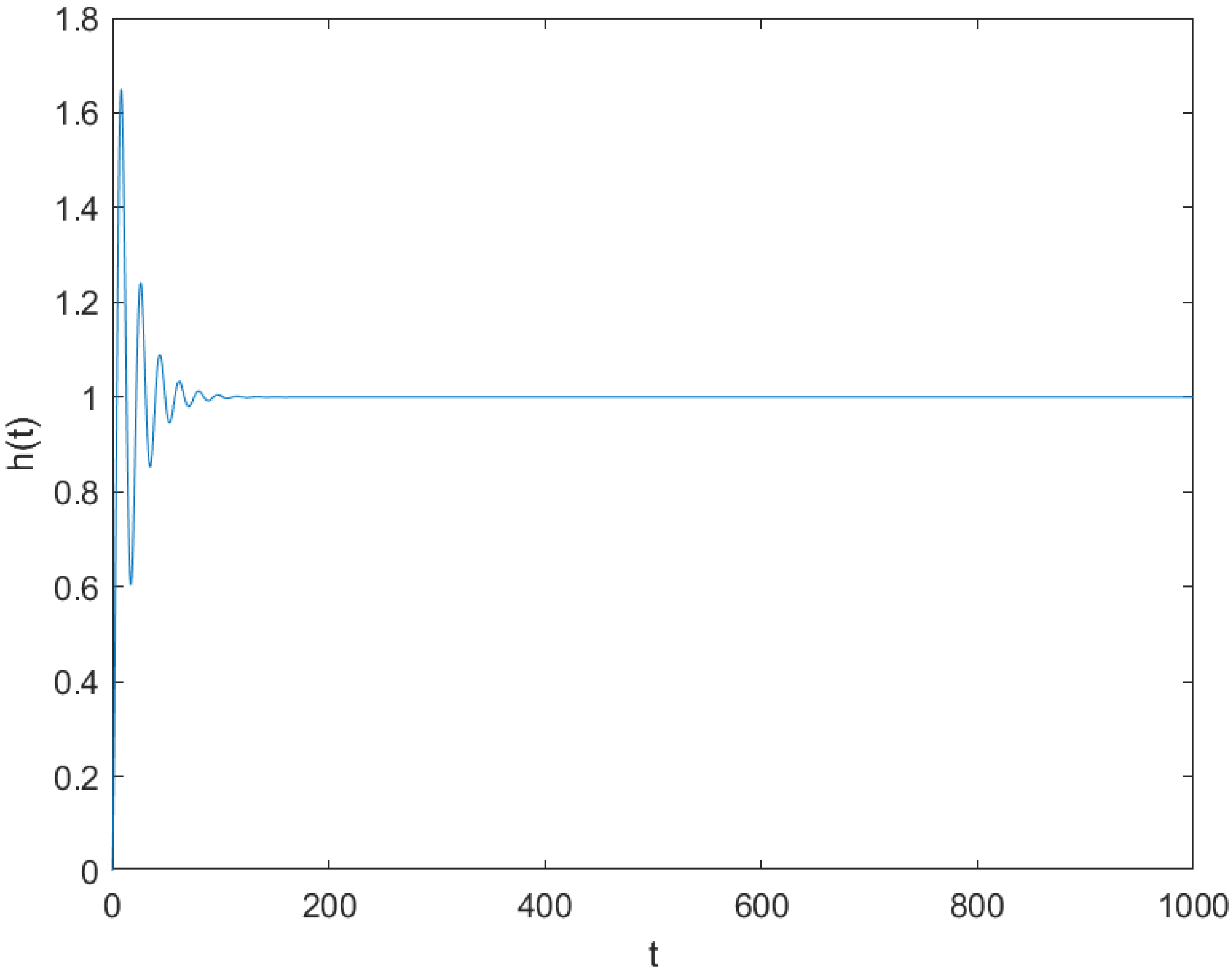


Рис. 3. График переходной функции для значения коэффициента передачи *K*=12500

Определим время регулирования. Для этого найдем $h_{уст}$:

$h_{уст} = \lim_{t\to\infty} h(t) = 1$ (Из уравнения)

Вычислим $\Delta = 0{,}05 h_{уст} = 0{,}05 \cdot 1 = 0{,}05$. Т.к $\left|h_{уст} - h(t_{рег})\right| < \Delta$, то $h(t_{рег}) \in \left[h_{уст} - \Delta; h_{уст} + \Delta\right] = [0{,}95; 1.05]$.

Находим время регулирования согласно рис.3 . $t_{рег} \approx 220$ *сек*.

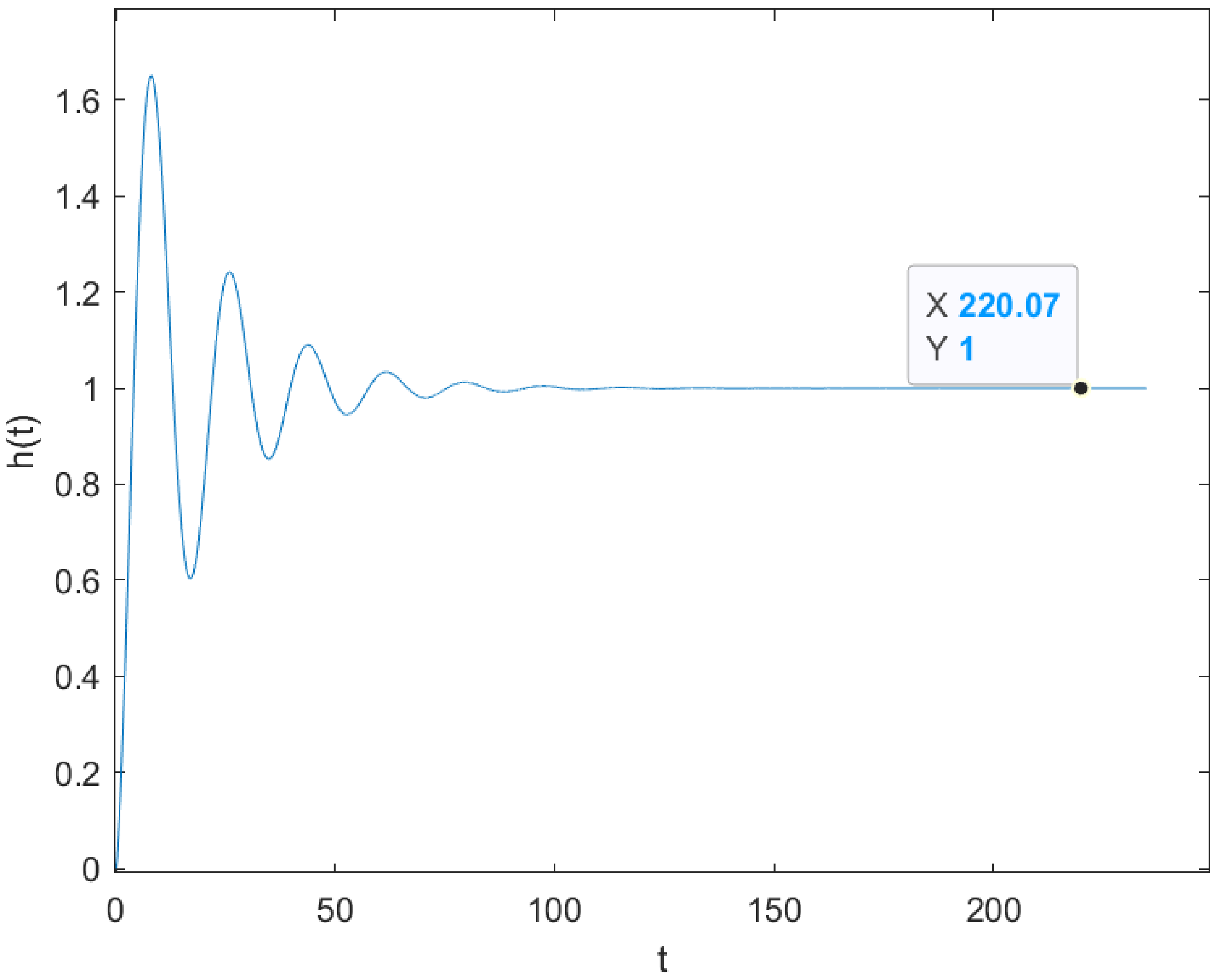


Рис.4. График переходной функции

Определим перерегулирование системы: $\sigma = \frac{hycm_{max}}{h_{ycm}}$

Значение h_{max} найдем по Рис.4. h_{max}=1.64

Перерегулирование системы составляет $\sigma = 61\%$.

Максимальное значение h(t) показано на рис. 5.

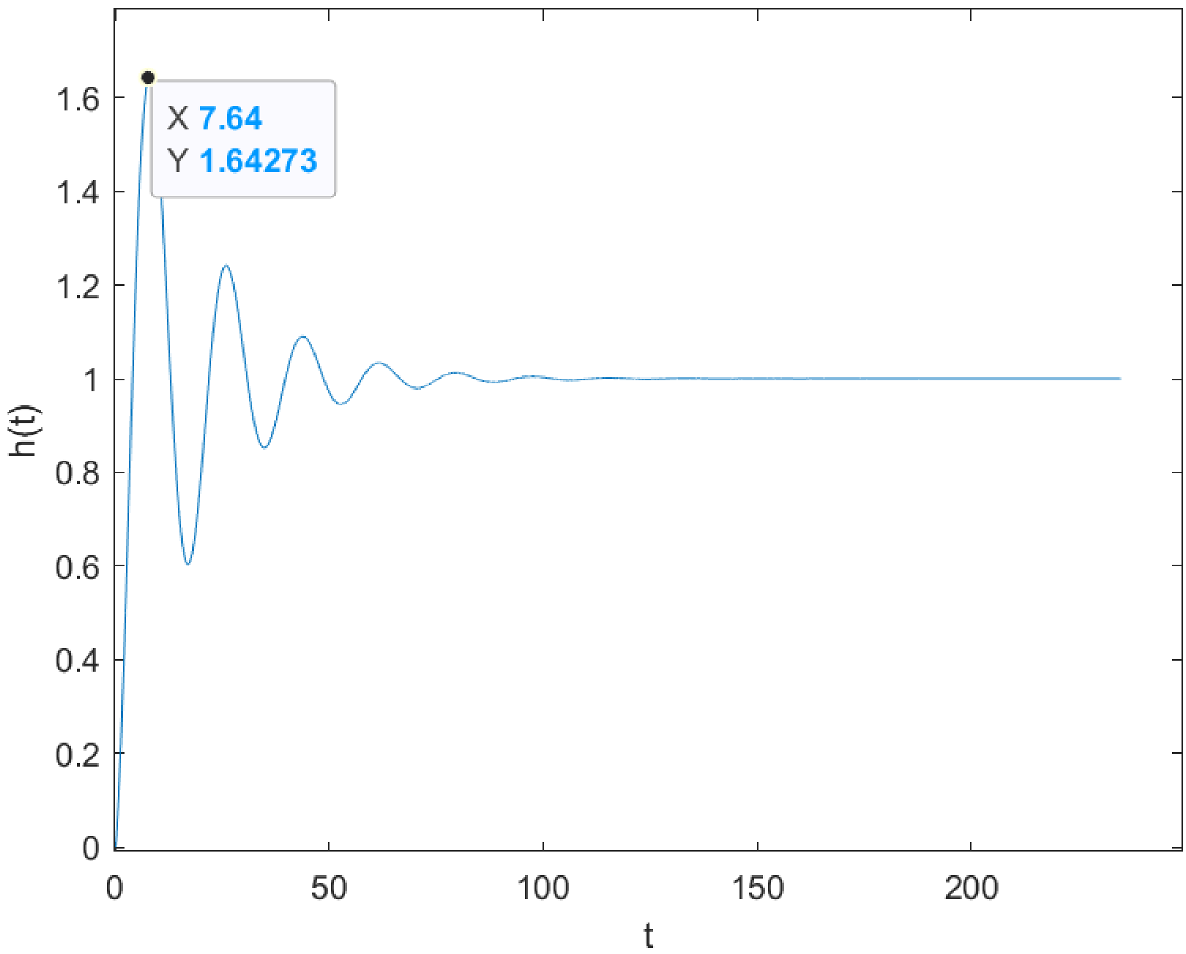


Рис. 5. Максимальное значение h(t)

4) Определим запас устойчивости по фазе и амплитуде для значения коэффициента передачи разомкнутой системы равного половине его граничных значений.

$$K_{cp} = 6250.$$

$$\frac{6250(s+1)}{\left(10.8 * 10^8 (s+8)s^2 + \ K(s+1)\right)}$$

$$W_p(j\omega) = \frac{6250(j\omega) + 6250}{(-8 * 10.8 * 10^8 \omega^2) + j(6250\omega - 10.8 * 10^8 \omega^3)}$$

График частотной передаточной функции в близи точки $[-1; 0j]$ изображен на рис. 6 и 7.

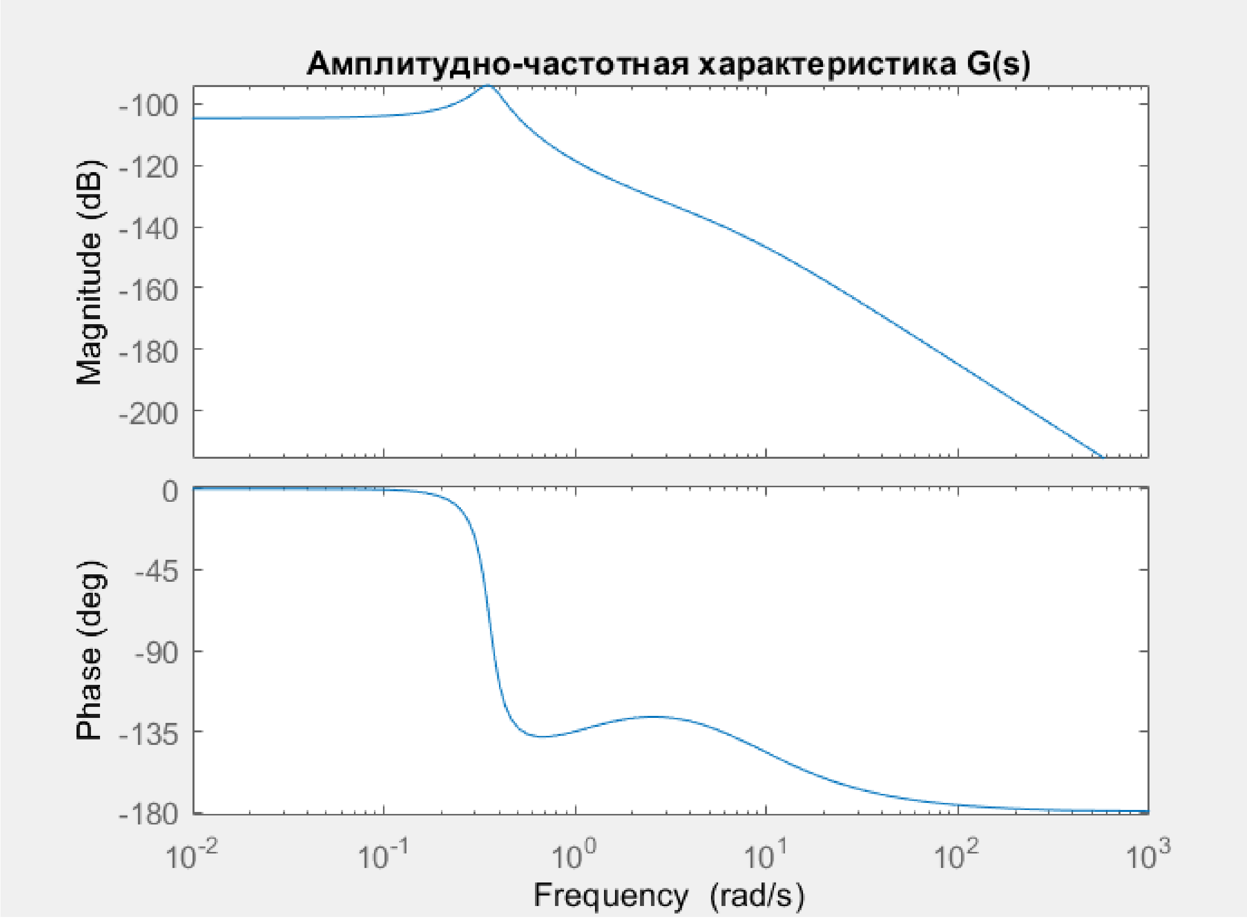


Рис. 6. График АФЧХ

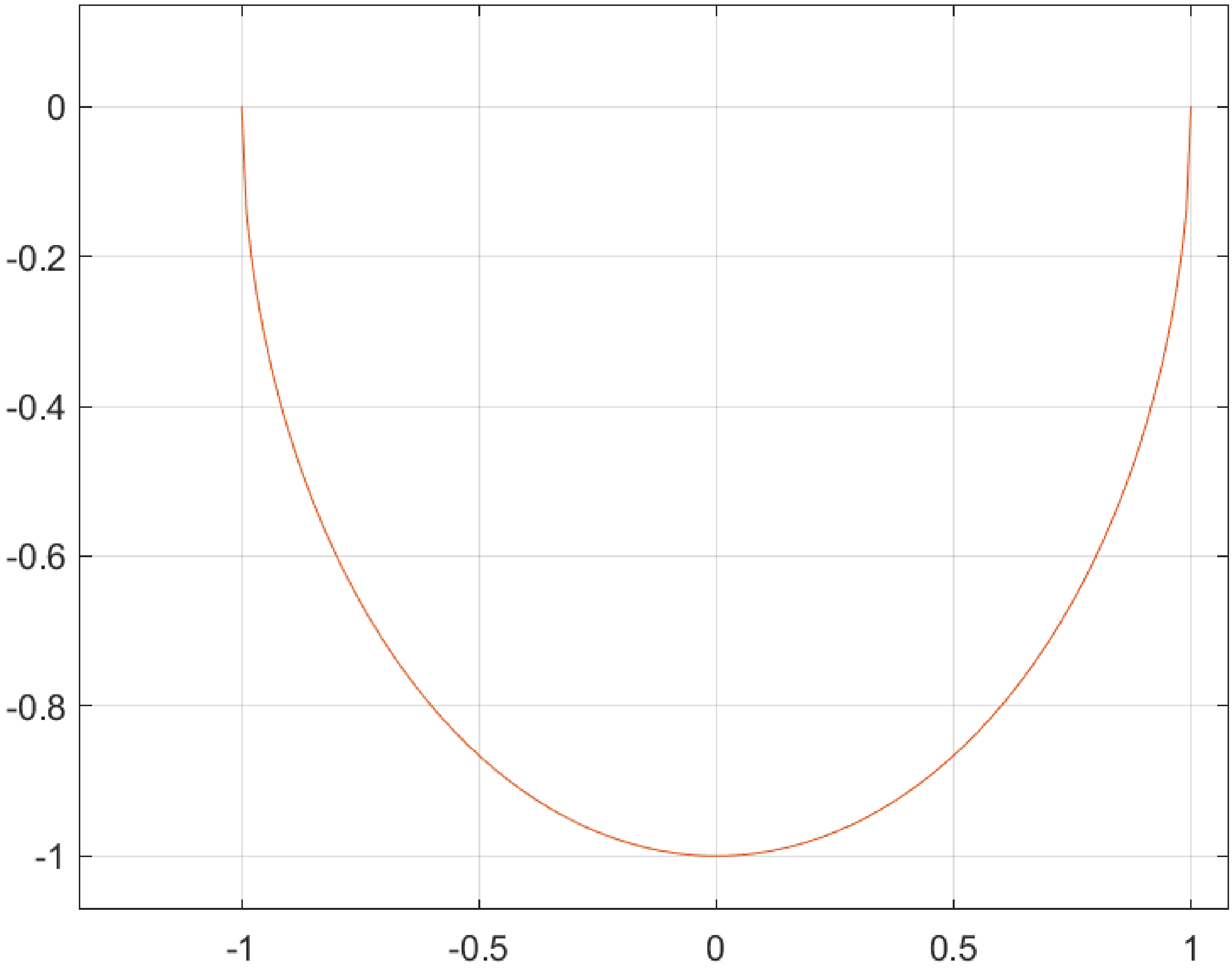


Рис. 7. График частотной передаточной функции в близи точки $[-1; 0j]$

Из графика $cos\,\varphi = \frac{0,87}{1}, \varphi = arccos\frac{0,87}{1} \approx 30°, h \approx 0,5.$

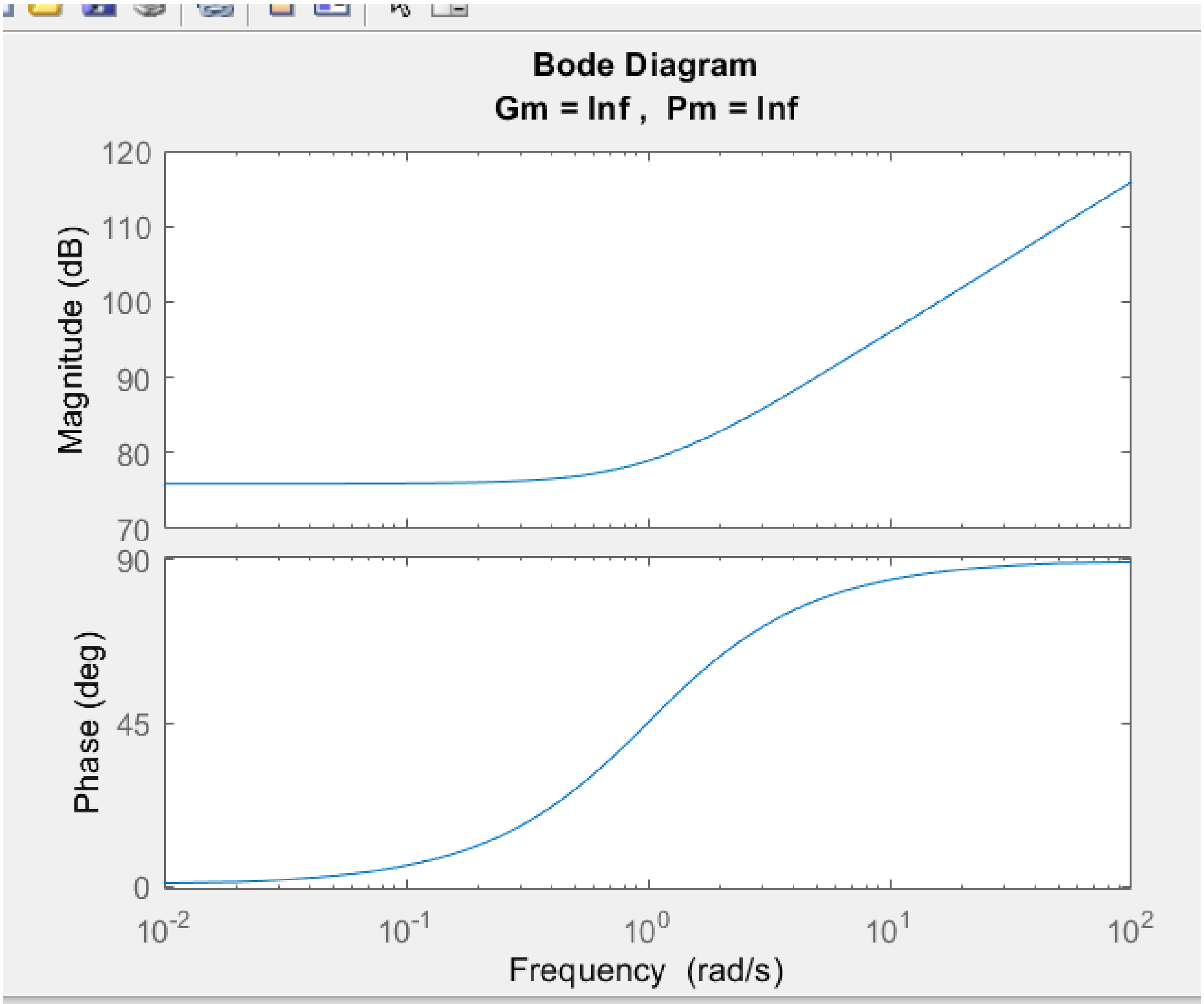


Рис. 8. График ФЧХ,ЛАЧХ

$\varphi = \frac{\pi - 2.6}{\pi} 180° \approx 31°, h \approx -15$дБ

5) Построим траектории движения полюсов передаточной функции системы при изменении коэффициента передачи разомкнутой системы.

Траектории движения полюсов при изменении *K* от 0 до 464 показаны на рисунке.

6) Определим приемлемое значение коэффициента передачи *K*, при котором перерегулирование не превосходит 30%.

$\sigma = \frac{h\text{уст}_{max}}{h_{\text{уст}}}$ h_{max} K=6500; (Из графика)

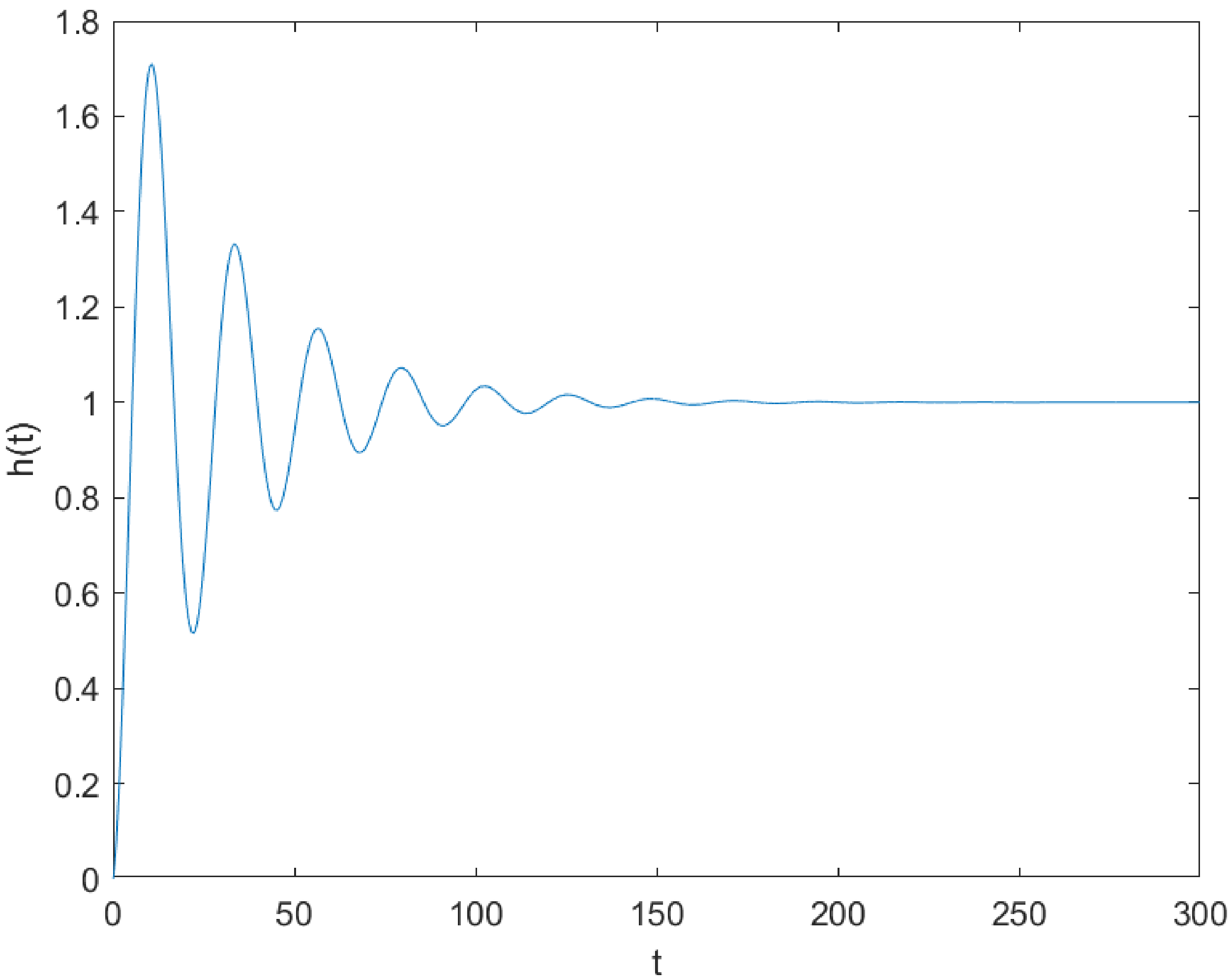


Рис. 40. График h(t) при K=65000

Выводы

При увеличении коэффициента передачи *К* прямой цепи быстродействие замкнутой системы уменьшается и увеличивается колебательность.