

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Калужский филиал



федерального государственного бюджетного

образовательного учреждения высшего образования

*«Московский государственный технический университет имени Н.Э.*

*Баумана (национальный исследовательский университет)»*

*(КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана)*

**ФАКУЛЬТЕТ *ИУК «Информатика и управление»***

**КАФЕДРА *ИУК3 «Системы автоматического управления»***

## ОТЧЁТ

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 7

**«Исследование точности линейных систем управления в  
установившемся режиме»**

**ДИСЦИПЛИНА: «Общая теория автоматического  
управления»**

Выполнил: студент гр. ИУК3-51Б

\_\_\_\_\_ (Смирнов Ф.С.)

(Подпись)

(Ф.И.О.)

Проверил:

\_\_\_\_\_ (Корнюшин Ю.П.)

(Подпись)

(Ф.И.О.)

Дата сдачи (защиты):

Результаты сдачи (защиты):

- Балльная оценка:

- Оценка:

Калуга , 2023

Цель лабораторной работы - формирование практических навыков по исследованию точности линейных систем управления в установившемся режиме.

Задача лабораторной работы - освоение технологии исследования точности работы линейных систем управления в установившемся режиме. Закрепление полученных знаний на практике. Экспериментальное определение ошибки системы управления при различных входных воздействиях, анализ влияния изменения структуры системы и её параметров на ошибку системы, определение коэффициентов ошибок.

### Задание на выполнение лабораторной работы

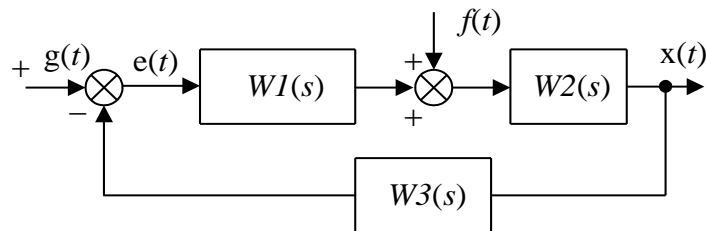


Рис. 1 – Одноконтурная система управления

**Эксперимент 1.** Исследование выходного сигнала  $x(t)$  системы при подаче задающего воздействия  $g(t)$  и возмущения  $f(t)$ , если  $W_1(s) = \frac{K_1}{T_1 s + 1}$

$$W_2(s) = \frac{K_2}{T_2 s + 1}.$$

1.1. Получить передаточные функции для выходного сигнала замкнутой системы по задающему воздействию  $g(t) = g_0 1(t)$  и возмущению  $f(t) = f_0 1(t)$  в общем виде, подставить заданные параметры и занести в табл.1;

1.2. Используя теоремы о начальном и конечном значении функции, определить начальные и конечные значения выходной величины и занести в табл.1;

1.3. Набрать схему моделирования системы в Simulink;

1.4. Получить реакцию системы

- на задающее воздействие  $g(t) = g_0 1(t)$  при условии, что  $f(t) = 0$ ,

- на возмущение  $f(t) = f_0 1(t)$ , при условии, что  $g(t) = 0$ ,
- при подаче одновременно  $g(t) = g_0 1(t)$  и  $f(t) = f_0 1(t)$ .

1.5. Осциллограммы переходных процессов представить на одном графике. Снять экспериментальные значения выходной величины и занести в табл.1.

Таблица 1.

$W_1(s)=\frac{K_1}{T_1s+1}$	$K_1$	$T_1$	$W_2(s)=\frac{K_2}{T_2s+1}$	$K_2$	$T_2$
	0.5	2.4		0.8	0.5
$W(s)=\frac{K_1K_2}{T_1T_2s^2+(T_1+T_2)s+1+K_1K_2}=$ $=\frac{0.4}{1.2s^2+2.9s+1.4}$			$W_f(s)=\frac{K_2(T_1s+1)}{T_1T_2s^2+(T_1+T_2)s+1+K_1K_2}=$ $=\frac{1.92s+0.8}{1.2s^2+2.9s+1.4}$		
Расчётные					
$x_g(0)$	$x_f(0)$	$x(0)$	$x_g(\infty)$	$x_f(\infty)$	$x(\infty)$
0	0	0	$0.2857 \cdot g_0$	$0.5714 \cdot f_0$	$0.2857 \cdot g_0 + 0.5714 \cdot f_0$
Экспериментальные ( $g_0 = 2$ ; $f_0 = 1$ )					
0	0	0	0.5714	0.5714	1.143

$$x_g(0) = \lim_{t \rightarrow 0} x_g(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} s W_g(s) G(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \cdot \frac{0.4}{1.2s^2 + 2.9s + 1.4} \cdot \frac{g_0}{s} = 0$$

$$x_f(0) = \lim_{t \rightarrow 0} x_f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} s W_f(s) F(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \cdot \frac{1.92s + 0.8}{1.2s^2 + 2.9s + 1.4} \cdot \frac{f_0}{s} = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{\cancel{s} \left( 1.92 + \frac{0.8}{s} \right)}{s^2 \left( 1.2 + \frac{2.9}{s} + \frac{1.4}{s^2} \right)} \cdot f_0 = 0$$

$$x(0) = \lim_{t \rightarrow 0} x(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \cdot (W_g(s) G(s) + W_f(s) F(s)) = \lim_{s \rightarrow \infty} s W_g(s) G(s) + \lim_{s \rightarrow \infty} s W_f(s) F(s) = 0$$

$$x_g(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} x_g(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s W_g(s) G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{0.4}{1.2s^2 + 2.9s + 1.4} \cdot \frac{g_0}{s} = \frac{0.4}{1.4} \cdot g_0 = 0.2857 \cdot g_0$$

$$x_f(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} x_f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s W_f(s) F(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1.92s + 0.8}{1.2s^2 + 2.9s + 1.4} \cdot \frac{f_0}{s} = \frac{0.8}{1.4} \cdot f_0 = 0.5714 \cdot f_0$$

$$x(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot (W_g(s) G(s) + W_f(s) F(s)) = 0.2857 \cdot g_0 + 0.5714 \cdot f_0$$

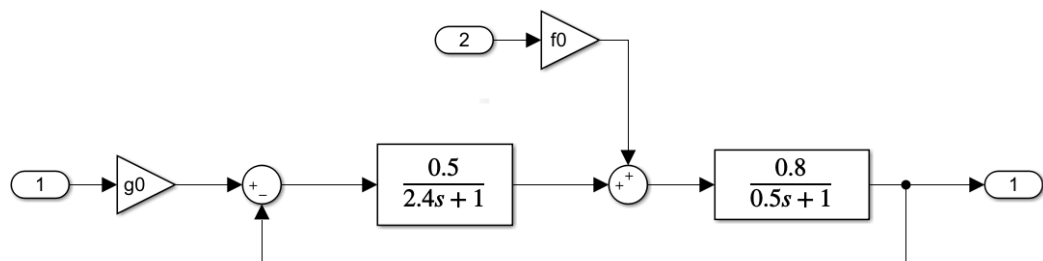


Рис. 2 – Схема моделирования системы

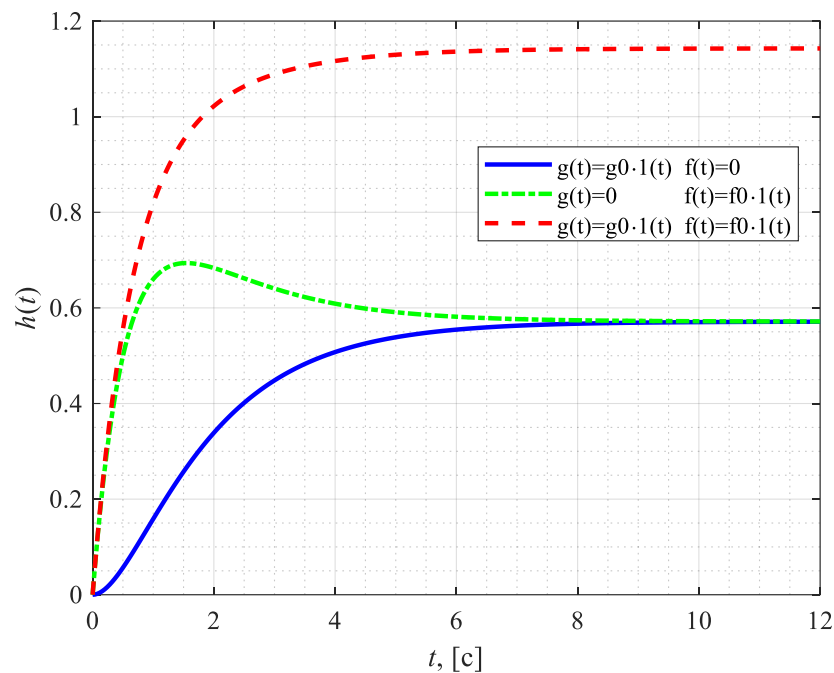


Рис. 3 – Осциллограммы переходных процессов

**Эксперимент 2.** Исследование сигнала ошибки системы  $e(t)$  при подаче задающего воздействия  $g(t)$  и возмущения  $f(t)$ , если  $W_1(s) = \frac{K_1}{T_1 s + 1}$   
 $W_2(s) = \frac{K_2}{T_2 s + 1}$ .

2.1. Получить передаточные функции замкнутой системы по ошибке по задающему воздействию  $g(t) = g_0 1(t)$  и возмущению  $f(t) = f_0 1(t)$  в общем виде, подставить заданные параметры и занести в табл. 2;

2.2. Используя теоремы о начальном и конечном значении функции, определить начальные и конечные значения ошибки и занести в табл. 2;

2.3. При выполнении эксперимента изменить исследуемый сигнал: с выходного сигнала на сигнал ошибки;

2.4. Получить реакцию системы

- на задающее воздействие  $g(t) = g_0 1(t)$  при условии, что  $f(t) = 0$ ,
- на возмущение  $f(t) = f_0 1(t)$ , при условии, что  $g(t) = 0$ ,
- при подаче одновременно  $g(t) = g_0 1(t)$  и  $f(t) = f_0 1(t)$ .

Осциллограммы переходных процессов по ошибке представить на одном графике. Определить по графикам установившиеся значения ошибок  $e_g(\infty)$ ,  $e_f(\infty)$ ,  $e(\infty)$  и занести в табл. 2;

2.5. Рассчитать коэффициенты ошибок и занести в табл. 2.

2.6. Сравнить теоретические и экспериментальные значения ошибок.

Таблица 2.

$W_1(s) = \frac{K_1}{T_1 s + 1}$		$K_1$	$T_1$	$W_2(s) = \frac{K_2}{T_2 s + 1}$		$K_2$	$T_2$
		0.5	2.4			0.8	0.5
$W_e(s) = 1 - W(s) = \frac{1.2s^2 + 2.9s + 1}{1.2s^2 + 2.9s + 1.4}$				$W_e^f(s) = -W_f(s) = -\frac{1.92s + 0.8}{1.2s^2 + 2.9s + 1.4}$			
Расчётные							
$e_g(0)$	$e_f(0)$	$e(0)$	$e_g(\infty)$	$e_f(\infty)$	$e(\infty)$		
$g_0$	0	$g_0$	$0.7143 \cdot g_0$	$-0.5714 \cdot f_0$	$0.7143 \cdot g_0 - 0.5714 \cdot f_0$		
Экспериментальные ( $g_0 = 1$ ; $f_0 = 1$ )							
1	0	1	0.7143	-0.5714	0.1429		
$C_0^g$			$C_0^f$				
$C_0^g = \left\{ W_e^g(s) \right\} \Big _{s=0} = \frac{1}{1.4} = 0.7143$			$C_0^f = \left\{ W_e^f(s) \right\} \Big _{s=0} = -\frac{0.8}{1.4} = -0.5714$				

Экспериментальные и теоретические ошибки совпадают по величине.

$$e_g(0) = \lim_{t \rightarrow 0} e_g(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} s W_e(s) G(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \cdot \frac{1.2s^2 + 2.9s + 1}{1.2s^2 + 2.9s + 1.4} \cdot \frac{g_0}{s} = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{s^2 \left( 1.2 + \frac{2.9}{s} + \frac{1}{s^2} \right)}{s^2 \left( 1.2 + \frac{2.9}{s} + \frac{1.4}{s^2} \right)} g_0 = g_0$$

$$e_f(0) = \lim_{t \rightarrow 0} e_f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} s W_e^f(s) F(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \cdot \frac{-(1.92s + 0.8)}{1.2s^2 + 2.9s + 1.4} \cdot \frac{f_0}{s} = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{-s \left( 1.92 + \frac{0.8}{s} \right)}{s^2 \left( 1.2 + \frac{2.9}{s} + \frac{1.4}{s^2} \right)} \cdot f_0 = 0$$

$$e(0) = \lim_{t \rightarrow 0} e(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \cdot (W_e(s) G(s) + W_e^f(s) F(s)) = g_0$$

$$e_g(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} e_g(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s W_e(s) G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1.2s^2 + 2.9s + 1}{1.2s^2 + 2.9s + 1.4} \cdot \frac{g_0}{s} = \frac{1}{1.4} g_0 = 0.7143 \cdot g_0$$

$$e_f(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} e_f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s W_e^f(s) F(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{-(1.92s + 0.8)}{1.2s^2 + 2.9s + 1.4} \cdot \frac{f_0}{s} = -0.5714 \cdot f_0$$

$$e(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot (W_e(s) G(s) + W_e^f(s) F(s)) = 0.7143 \cdot g_0 - 0.5714 \cdot f_0$$

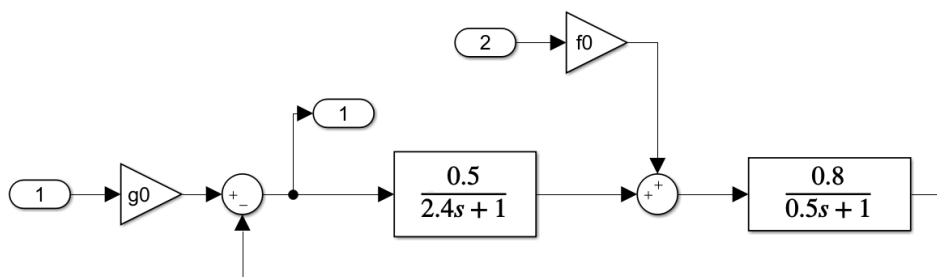


Рис. 4 – Схема моделирования системы

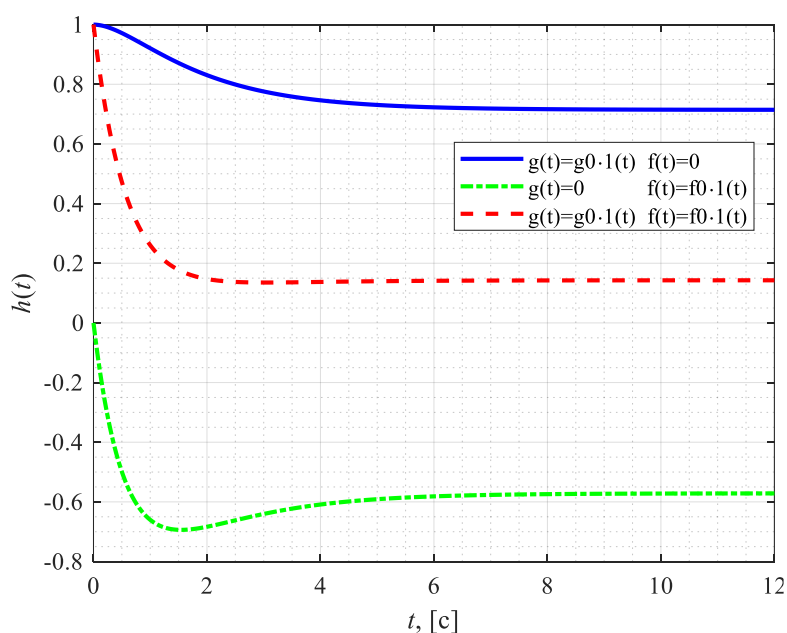


Рис. 5 – Осциллограммы переходных процессов

**Эксперимент 3.** Исследование сигнала ошибки системы  $e(t)$  при подаче задающего воздействия  $g(t)$  и возмущения  $f(t)$ , если  $W_1(s) = \frac{K_1}{T_1 s + 1}$

$$W_2(s) = \frac{K_2}{s}.$$

Повторить пункты 2.1 – 2.5. Результаты эксперимента занести в табл.3.

- 1.6. Сравнить теоретические и экспериментальные значения ошибок. Сравнить полученные результаты с результатами эксперимента 2.

Таблица 3.

$W_1(s) = \frac{K_1}{T_1 s + 1}$	$K_1$	$T_1$	$W_2(s) = \frac{K_2}{s}$	$K_2$
	0.5	2.4		0.8

$W(s)=\frac{K_1K_2}{T_1s^2+s+K_1K_2}=\frac{0.4}{2.4s^2+s+0.4}$			$W_f(s)=\frac{K_2(T_1s+1)}{T_1s^2+s+K_1K_2}=\frac{1.92s+0.8}{2.4s^2+s+0.4}$		
$W_e(s)=1-W(s)=\frac{2.4s^2+s}{2.4s^2+s+0.4}$			$W_e^f(s)=-W_f(s)=-\frac{1.92s+0.8}{2.4s^2+s+0.4}$		
Расчётные					
$e_g(0)$	$e_f(0)$	$e(0)$	$e_g(\infty)$	$e_f(\infty)$	$e(\infty)$
$g_0$	0	$g_0$	0	$-2\cdot f_0$	$-2\cdot f_0$
Экспериментальные ( $g_0=1$ ; $f_0=1$ )					
1	0	1	0	-2	-2
$C_0^g$	$C_1^g$		$C_0^f$		$C_1^f$
$C_0^g=0$	$C_1^g=\left\{\frac{dW_e^g(s)}{ds}\right\}\bigg _{s=0}=2.5$		$C_0^f=-2$		$C_1^f=0.2$

Экспериментальные и теоретические ошибки совпадают по величине.

$$e_g(0) = \lim_{t \rightarrow 0} e_g(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} s W_e(s) G(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \cdot \frac{2.4s^2 + s}{2.4s^2 + s + 0.4} \cdot \frac{g_0}{s} = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{s^2 \left( 2.4 + \frac{1}{s} \right)}{s^2 \left( 2.4 + \frac{1}{s} + \frac{0.4}{s^2} \right)} \cdot g_0 = g_0$$

$$e_f(0) = \lim_{t \rightarrow 0} e_f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} s W_e^f(s) F(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \cdot \frac{-1.92s - 0.8}{2.4s^2 + s + 0.4} \cdot \frac{f_0}{s} = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{\cancel{s^2} \left( -1.92 - \frac{0.8}{s} \right)}{s^2 \left( 2.4 + \frac{1}{s} + \frac{0.4}{s^2} \right)} \cdot f_0 = 0$$

$$e(0) = \lim_{t \rightarrow 0} e(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \cdot (W_e(s) G(s) + W_e^f(s) F(s)) = g_0$$

$$e_g(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} e_g(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s W_e(s) G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{2.4s^2 + s}{2.4s^2 + s + 0.4} \cdot \frac{g_0}{s} = 0$$

$$e_f(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} e_f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s W_e^f(s) F(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{-1.92s - 0.8}{2.4s^2 + s + 0.4} \cdot \frac{f_0}{s} = -\frac{0.8}{0.4} \cdot f_0 = -2 \cdot f_0$$

$$e(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot (W_e(s) G(s) + W_e^f(s) F(s)) = -2 \cdot f_0$$

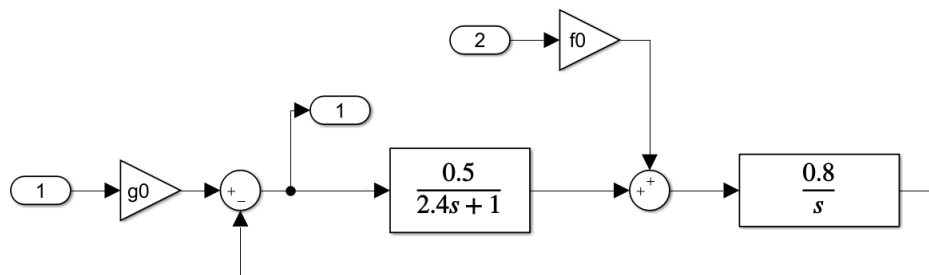


Рис. 6 – Схема моделирования системы

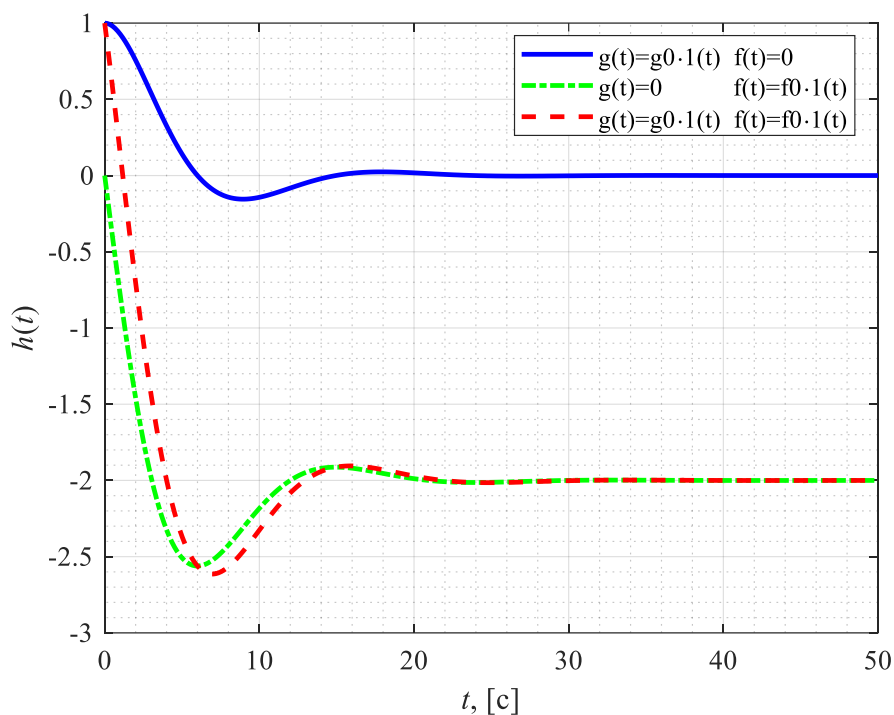


Рис. 7 – Осциллограммы переходных процессов

Точность системы при обработке задающего воздействия в эксперименте 3 возросла (система имеет астатизм первого порядка), но точность системы по возмущению уменьшилась.

**Эксперимент 4.** Исследование сигнала ошибки системы  $e(t)$  при подаче задающего воздействия  $g(t)$  и возмущения  $f(t)$ , если  $W_1(s) = \frac{K_1}{s}$

$$W_2(s) = \frac{K_2}{T_2 s + 1}.$$

Повторить пункты 2.1 – 2.5. Результаты эксперимента занести в табл. 4.

4.6. Сравнить теоретические и экспериментальные значения ошибок.

Сравнить полученные результаты с результатами эксперимента 2 и 3.

Таблица 4.

$W_1(s) = \frac{K_1}{s}$	$K_1$	$W_2(s) = \frac{K_2}{T_2 s + 1}$	$K_2$	$T_2$
	0.5		0.8	0.5
$W(s) = \frac{K_1 K_2}{T_2 s^2 + s + K_1 K_2} = \frac{0.4}{0.5 s^2 + s + 0.4}$		$W_f(s) = \frac{K_2 s}{T_2 s^2 + s + K_1 K_2} = \frac{0.8 s}{0.5 s^2 + s + 0.4}$		
$W_e(s) = 1 - W(s) = \frac{0.5 s^2 + s}{0.5 s^2 + s + 0.4}$		$W_e^f(s) = -W_f(s) = -\frac{0.8 s}{0.5 s^2 + s + 0.4}$		
Расчётные				



$e_g(0)$	$e_f(0)$	$e(0)$	$e_g(\infty)$	$e_f(\infty)$	$e(\infty)$
$g_0$	0	$g_0$	0	0	0
Экспериментальные ( $g_0 = 2; f_0 = 1$ )					
2	0	2	0	0	0
$C_0^g$	$C_1^g$	$C_0^f$	$C_1^f$		
0	2.5	0	-2		

Экспериментальные и теоретические ошибки совпадают по величине.

$$e_g(0) = \lim_{t \rightarrow 0} e_g(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} s W_e(s) G(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \cdot \frac{0.5s^2 + s}{0.5s^2 + s + 0.4} \cdot \frac{g_0}{s} = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{s^2 \left(0.5 + \frac{1}{s}\right)}{s^2 \left(0.5 + \frac{1}{s} + \frac{0.4}{s^2}\right)} \cdot g_0 = g_0$$

$$e_f(0) = \lim_{t \rightarrow 0} e_f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} s W_e^f(s) F(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \cdot \frac{-0.8s}{0.5s^2 + s + 0.4} \cdot \frac{f_0}{s} = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{\cancel{s}(-0.8)}{s^2 \left(0.5 + \frac{1}{s} + \frac{0.4}{s^2}\right)} \cdot f_0 = 0$$

$$e(0) = \lim_{t \rightarrow 0} e(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \cdot (W_e(s) G(s) + W_e^f(s) F(s)) = g_0$$

$$e_g(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} e_g(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s W_e(s) G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{0.5s^2 + s}{0.5s^2 + s + 0.4} \cdot \frac{g_0}{s} = 0$$

$$e_f(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} e_f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s W_e^f(s) F(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{-0.8s}{0.5s^2 + s + 0.4} \cdot \frac{f_0}{s} = 0$$

$$e(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot (W_e(s) G(s) + W_e^f(s) F(s)) = 0$$

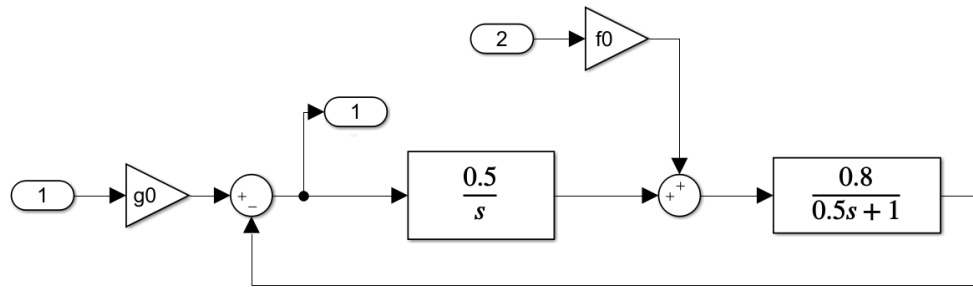


Рис. 8 – Схема моделирования системы

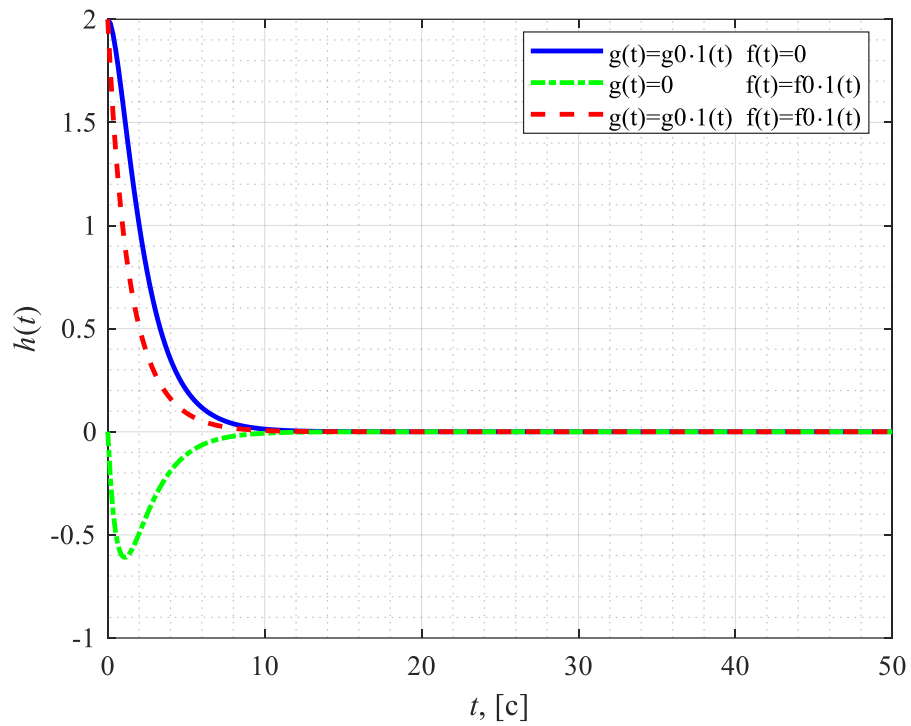


Рис. 9 – Осциллограммы переходных процессов

Точность системы по возмущению увеличилась.

**Вывод:** в ходе выполнения данной лабораторной работы было проведено экспериментальное определение ошибки системы управления при различных входных воздействиях, проведен анализ влияния изменения структуры системы и её параметров на ошибку системы, а также определены коэффициенты ошибок.

