



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана»
(национальный исследовательский университет)
(КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ ИУК «Информатика и управление»
КАФЕДРА ИУКЗ «Системы автоматического управления»

ДОМАШНЯЯ РАБОТА № 1

«Частотные и временные характеристики линейных систем управления»

ДИСЦИПЛИНА: «Общая теория автоматического управления»

Выполнил: студент гр. ИУКЗ-51Б


(Подпись)

(Смирнов Ф.С.)
(Ф.И.О.)

Проверил:


(Подпись)

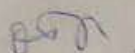
(Корнюшин Ю.П.)
(Ф.И.О.)

Дата сдачи (защиты):

22.11.23

Результаты сдачи (защиты):

- Балльная оценка:

- Оценка: 

Калуга, 2023

Следящая система.

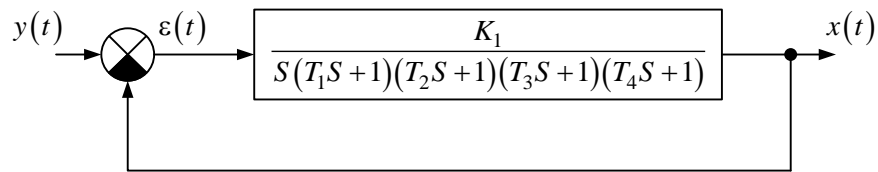


Рис 2. Структурная схема системы управления

$G(s)$ - желаемое положение рабочего стола;

$x(t)$ - действительное положение рабочего стола.

$W_1(s) = \frac{K_1(s+a)}{(s+b)}$ - передаточная функция регулятора;

$W_2(s) = \frac{1}{s(s+c)(s+d)}$ - передаточная функция усилителя мощности и

приводного двигателя с червячной передачей;

$W_3(s) = K_2$ - передаточная функция датчика положения рабочего стола.

№ варианта	K1	$T_1, \text{сек}$	$T_2, \text{сек}$	$T_3, \text{сек}$	$T_4, \text{сек}$
95	8	3	2	5	7

1. Определение передаточной функции замкнутой системы.

В прямой цепи этого контура располагается одно звено.

Передаточная функция звена:

$$W_1(s) = \frac{K_1}{S(T_1S + 1)(T_2S + 1)(T_3S + 1)(T_4S + 1)}$$

Добавим отрицательную обратную связь:

$$W(s) = \frac{W_1(s)}{1 + W_1(s)}$$

Таким образом, передаточная функция замкнутой системы имеет вид:

$$W(s) = \frac{K_1}{S(T_1S + 1)(T_2S + 1)(T_3S + 1)(T_4S + 1) + K_1}$$

Подставляя численные значения параметров, получим ПФ в виде:

$$W(s) = \frac{8}{210s^5 + 247s^4 + 101s^3 + 17s^2 + s + 8}$$

Система является физически реализуемой, так как порядок полинома в знаменателе переходной функции меньше порядка полинома в числителе.

2. Записать передаточную функцию в виде дифференциального уравнения

По известной передаточной функции замкнутой системы получим дифференциальное уравнение этой системы.

$$210 \frac{d^5 x(t)}{dt^5} + 247 \frac{d^4 x(t)}{dt^4} + 101 \frac{d^3 x(t)}{dt^3} + 17 \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + \frac{dx(t)}{dt} + 8x(t) = 8y(t)$$

3. Определение нулей и полюсов передаточной функции замкнутой системы.

Передаточная функция не имеет нулей

Найдём корни уравнения: $A(s) = 210s^5 + 247s^4 + 101s^3 + 17s^2 + s + 8 = 0$

Корни последнего уравнения: $s_1 = -0,7853$

$$s_2 = -0,4029 + 0,4679i$$

$$s_3 = -0,4029 - 0,4679i$$

$$s_4 = 0,2075 + 0,2901i$$

$$s_5 = 0,2075 - 0,2901i$$

4. Импульсная переходная характеристика замкнутой системы $k(t)$:

Из определения передаточной функции следует, что $X(s) = W(s)Y(s)$.

Пусть входной сигнал $y(t)$ представляет собой единичный мгновенный импульс $\delta(t)$, изображение которого имеет вид $Y(s) = 1$.

Изображение выходного сигнала имеет вид:

$$X(s) = W(s)Y(s) = \frac{B(s)}{A(s)}Y(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = W(s).$$

Найдём импульсную переходную функцию системы $w(t) = L^{-1}\{W(s)\}$.

Если изображение $W(s)$ является дробно-рациональной функцией

$$W(s) = \frac{b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0} = \frac{B(s)}{(s-s_1)(s-s_2)\dots(s-s_n)}, \text{ то}$$

нахождение оригинала $w(t)$ можно осуществить по следующим формулам:

1. Корни простые, вещественные:

$$K(t) = \sum_{i=1}^n \frac{B(s_i)}{A'(s_i)} e^{s_i t}. \quad (1)$$

2. Корни комплексно-сопряженные: $s_{1,2} = -\alpha \pm j\omega$

$$k(t) = 2 \operatorname{Re} \left[\frac{B(s)}{A'(s)} e^{st} \right], \text{ если } s = \lambda_1, \text{ где } \lambda_1 = -\alpha + j\omega; \quad (2)$$

$$e^{st} = e^{-\alpha t} e^{j\omega t} = e^{-\alpha t} (\cos \omega t + j \sin \omega t)$$

Импульсная переходная функция системы будет равна $k(t) = \sum_{i=1}^n k_i(t)$,

где n - число корней характеристического уравнения.

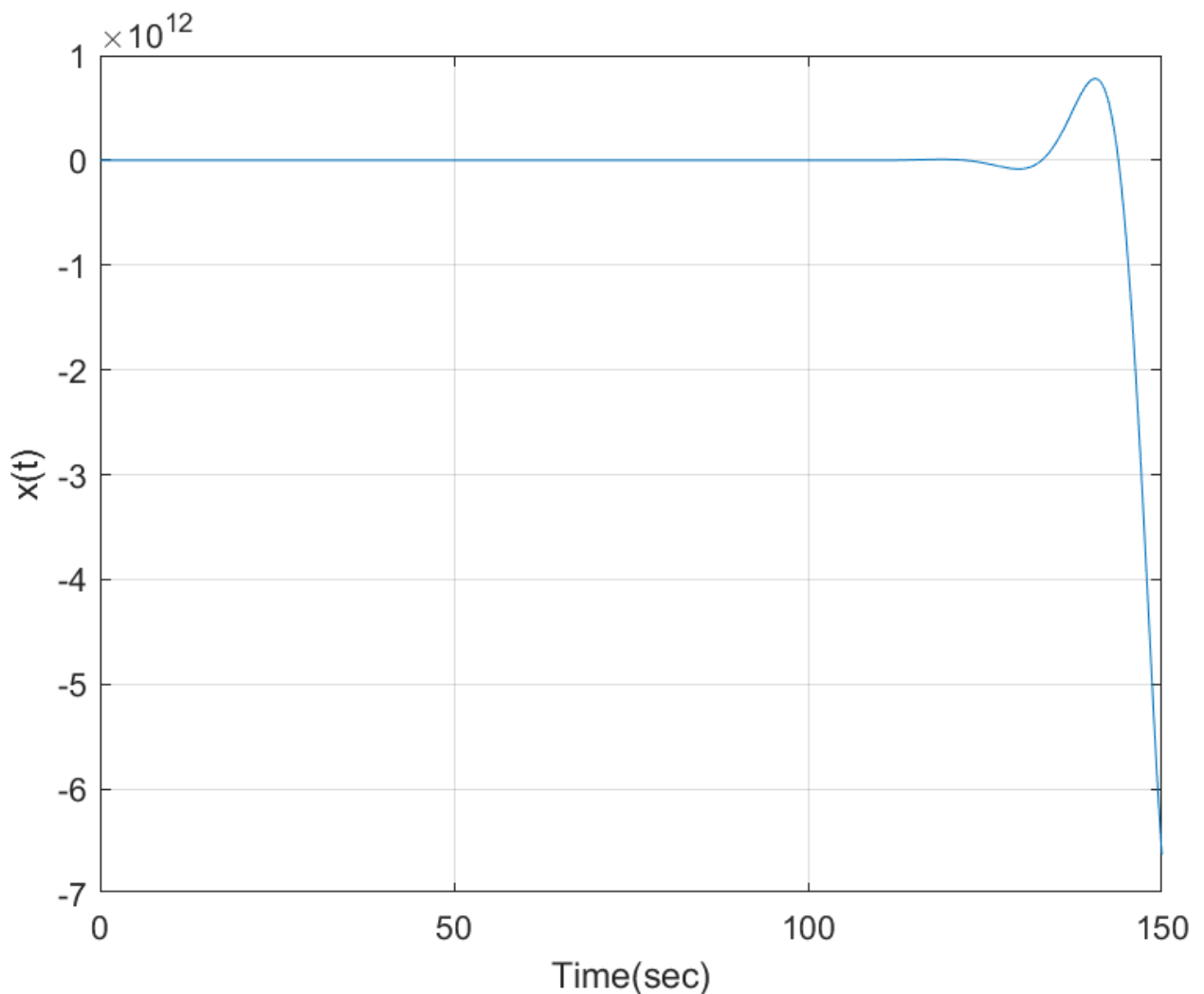


Рис. 3 График функции, построенный с использованием оператора `impulse`

5. Переходная функция замкнутой системы $h(t)$.

Пусть входной сигнал $x(t)$ представляет собой единичную ступенчатую функцию $1(t)$, тогда изображение единичного сигнала имеет вид $X(s) = \frac{1}{s}$.

Изображение выходного сигнала имеет вид $Y(s) = W(s) \frac{1}{s} = H(s) = \frac{B(s)}{sA(s)}$.

Найдём переходную функцию системы $h(t) = L^{-1}\{H(s)\}$.

1. Корни простые, вещественные и один корень нулевой, т.е. $H(s) = \frac{B(s)}{sA(s)}$.

$$h(t) = \frac{B(0)}{A(0)} + \sum_{i=1}^n \frac{B(s_i)}{s_i A'(s_i)} e^{s_i t}. \quad (3)$$

2. Корни комплексно-сопряженные и один нулевой:

$$h(t) = \frac{B(0)}{A(0)} + 2 \operatorname{Re} \left[\frac{B(s)}{sA'(s)} e^{st} \right], \text{ если } s = \lambda_1, \text{ где } \lambda_1 = -\alpha + j\omega; \quad (4)$$

$$e^{st} = e^{-\alpha t} e^{j\omega t} = e^{-\alpha t} (\cos \omega t + j \sin \omega t).$$

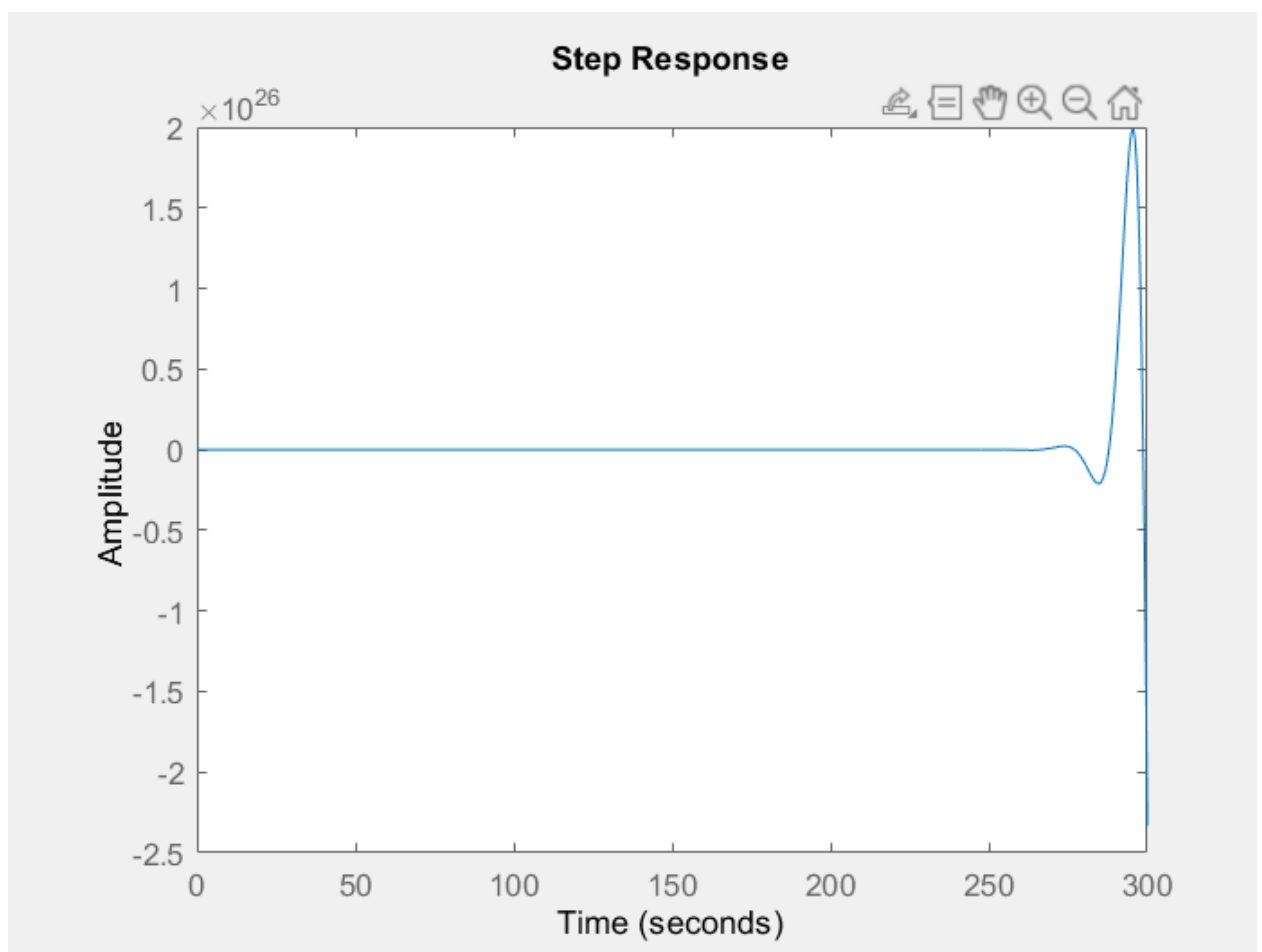


Рис. 4 График функции, построенный с использованием оператора `step`

6. Построение $P(\omega)$ и $Q(\omega)$.

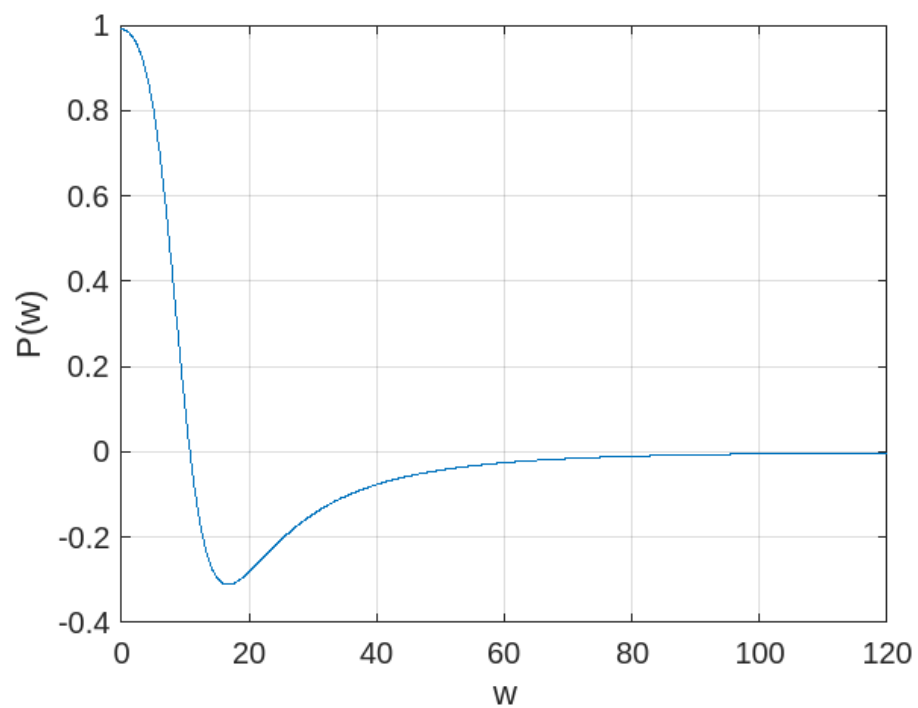


Рис. 5 График вещественной частотной характеристики, построенный с использованием оператора plot

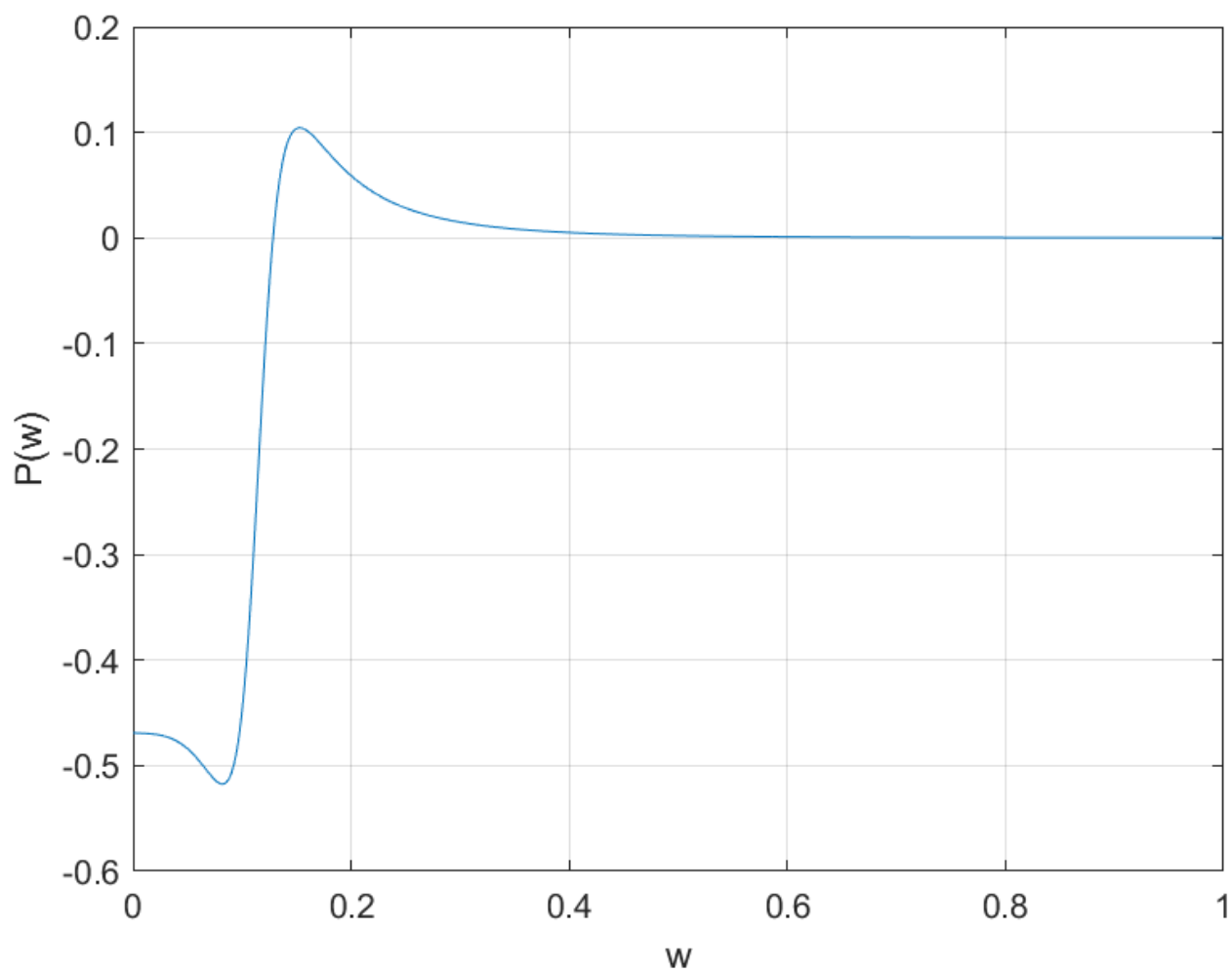


Рис. 6 График мнимой вещественной частотной характеристики, построенный с использованием оператора plot

7. Построение $W(j\omega)$.

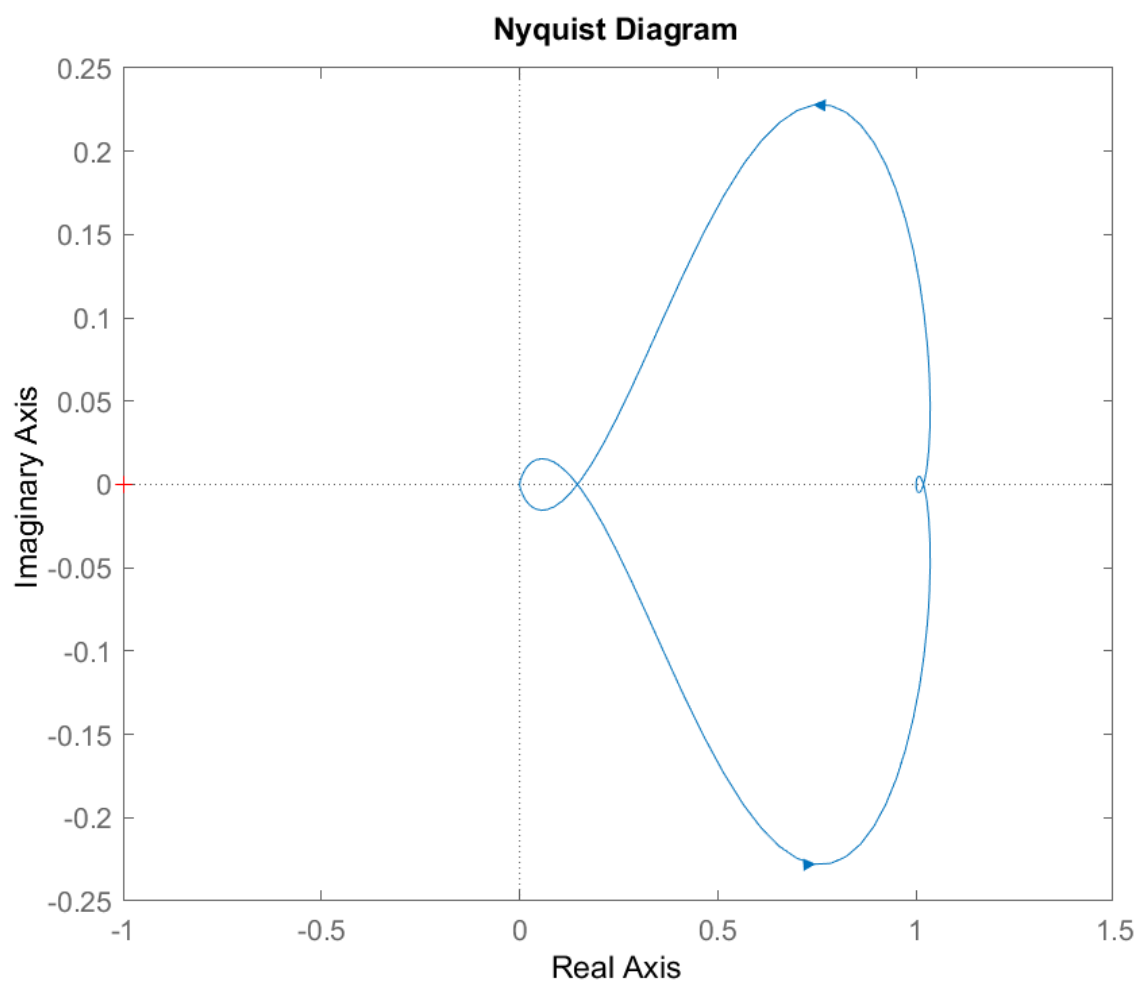


Рис. 7 График амплитудно-фазочастотной характеристики

8. Построение амплитудной частотной характеристики

$$A(\omega) = |W(j\omega)| = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)}$$

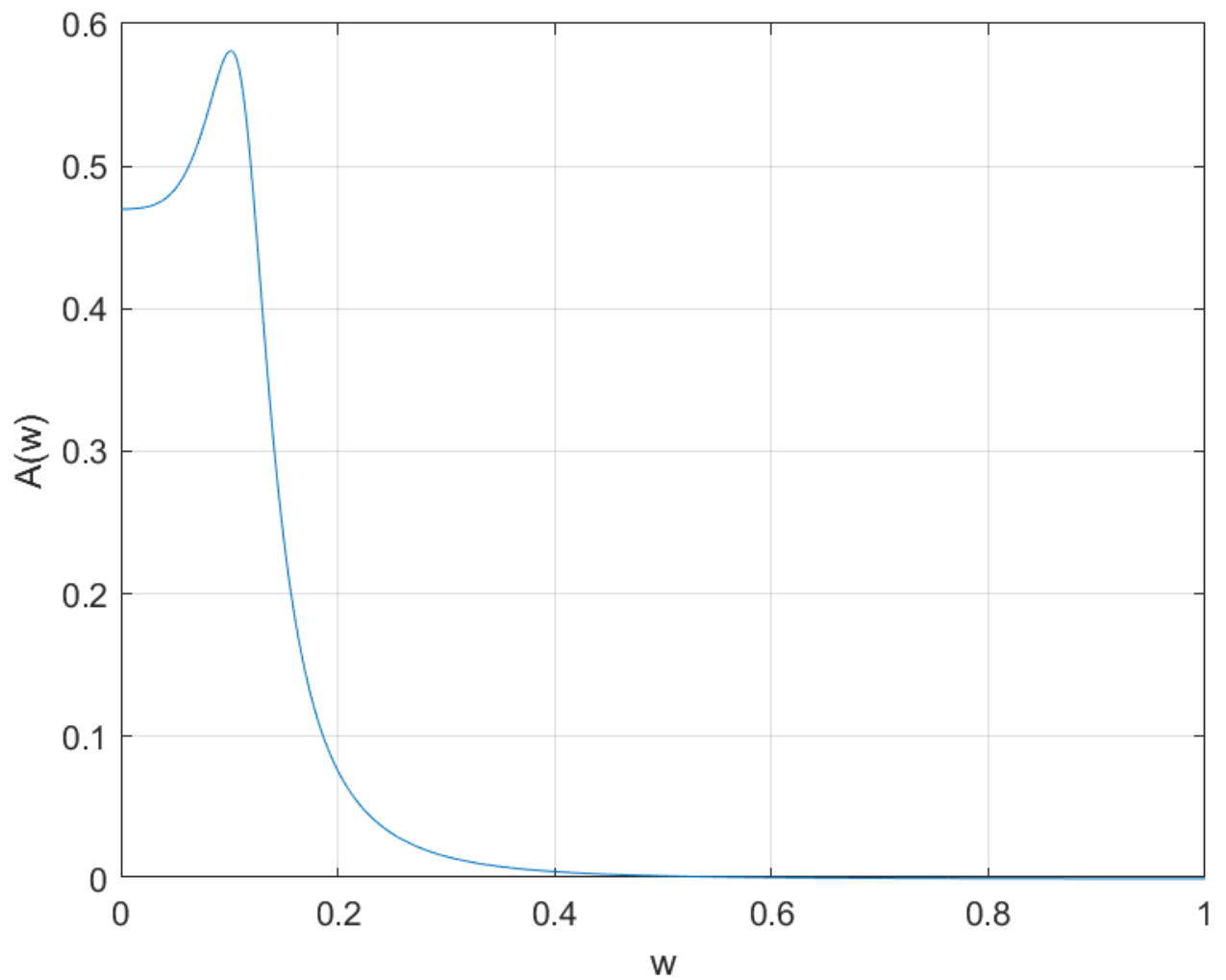


Рис. 8 График амплитудной частотной характеристики

9. Построение фазо-частотной характеристики

$$\varphi(\omega) = \text{Arg} W(j\omega) = -\arctg 2\omega$$

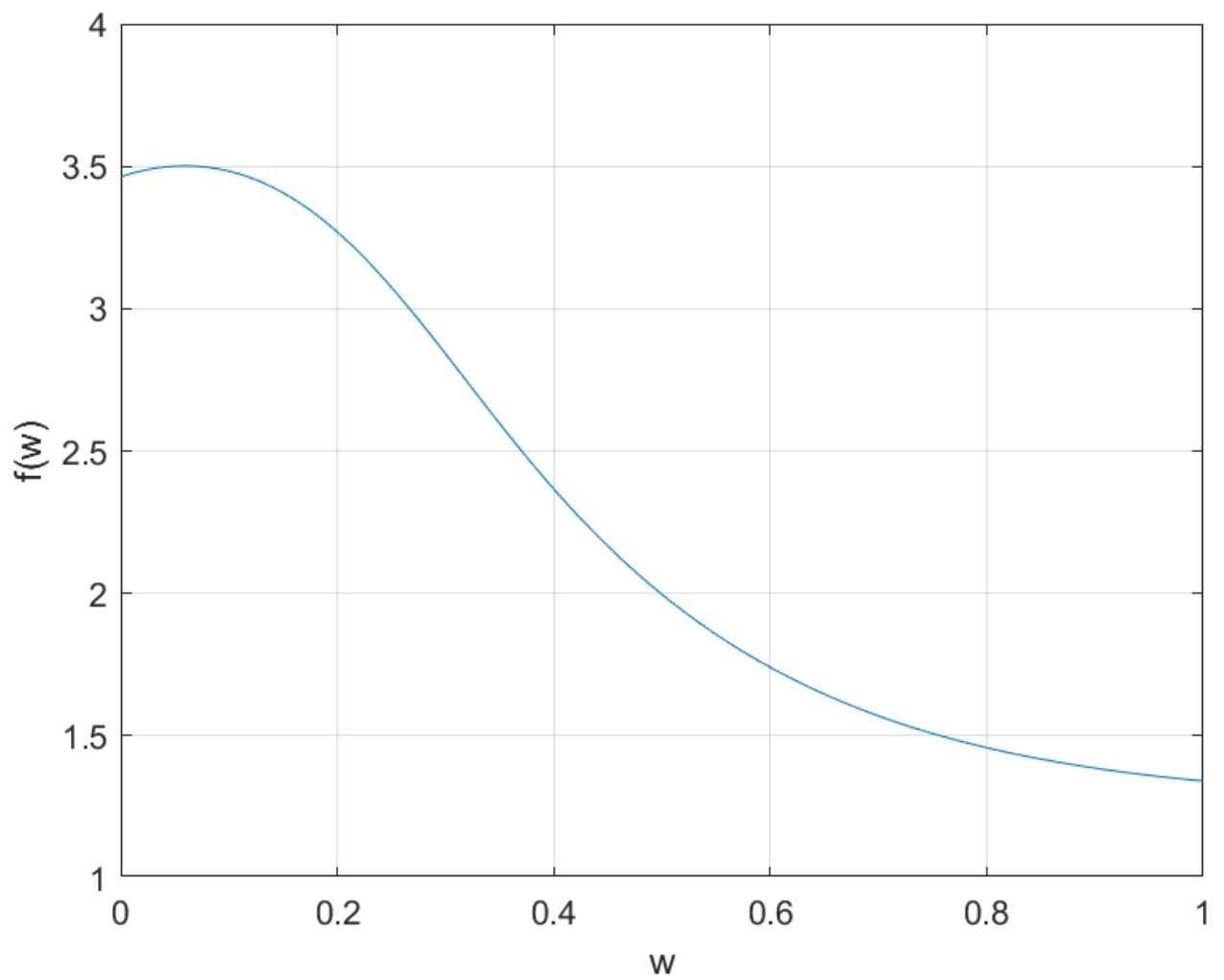


Рис. 9 График фазо-частотной характеристики

10. Построение логарифмической амплитудной частотной характеристики

$$L(\omega) = \overline{20 \lg A(\omega)}$$

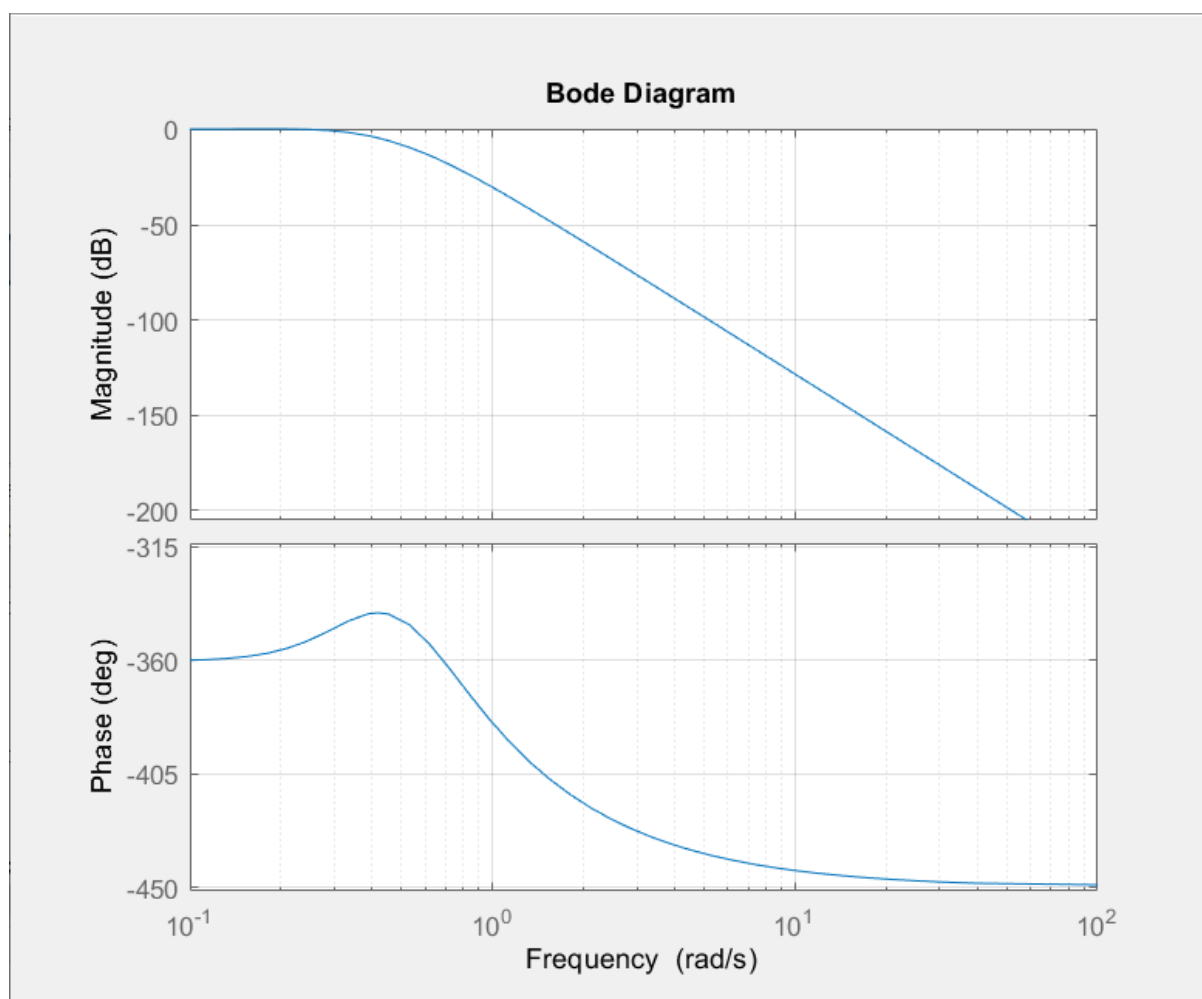


Рис. 10 ЛАЧХ и ЛФЧХ