

1. 求 n 阶方阵 $A = \begin{pmatrix} a & 1 & \cdots & 1 \\ & a & & 0 \\ & & a & \\ & 0 & & a \end{pmatrix}$ 的行列式

2. 计算下列行列式:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 5 & 3 & & & \\ 2 & 5 & 3 & & 0 \\ & 2 & 5 & \cdots & \\ & & & & 5 & 3 \\ 0 & & & & 2 & 5 \end{vmatrix}_{n \times n}$$

3. 计算

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & - & - & - & 1 \\ 1 & 3 & 1 & - & - & - & 1 \\ 1 & 1 & 4 & 1 & - & - & 1 \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ 1 & & & & 1 & n & 1 \\ 1 & & & & & & n+1 \end{vmatrix}_{n \times n}.$$

4. 求多项式

$$p(x) = \begin{vmatrix} x^3 - 3 & 1 & -3 & 2x + 2 \\ -7 & 5 & -2x & 1 \\ x + 3 & -1 & 3 & 3x^2 - 2 \\ 9 & x^3 & 6 & -6 \end{vmatrix}$$

的次数、最高次项系数和常数项

5. 已知4元线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_4 = 0 \\ ax_1 + a^2 x_3 = 0 \quad \text{--- (*)} \\ ax_2 + a^2 x_4 = 0 \end{cases}$$

的解全是4元线性方程

$$x_1 + x_2 + x_3 = 0$$

的解，求 a 的值以及(*)的解集

b. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & a & a & \cdots & a \\ a & 1 & a & \cdots & a \\ & & \ddots & & \\ a & \cdots & a & 1 \end{pmatrix}_{n \times n}$, 其中 $a \in \mathbb{R}$

(1) 求 A 的行列式

(2) 求 A 的秩

7. 计算下列行列式:

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 9 & 4 \\ 1 & -1 & 27 & 8 \\ 1 & 1 & 81 & 16 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 9 & 0 \\ 1 & 0 & 4 & 16 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\left| \begin{array}{cccccc} x & 0 & - & - & 0 & a_0 \\ -1 & x & & & & a_1 \\ & -1 & x & & & a_2 \\ & & & -1 & & \vdots \\ & & & & -1 & x \\ & & & & & a_{n-2} \\ & & & & & -1 \\ & & & & & x + a_{n-1} \end{array} \right|$$

8. 分析下面的线性方程组解的情况:

$$\begin{cases} ax_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + ax_2 + x_3 = a \\ x_1 + x_2 + ax_3 = a^2 \end{cases}$$

9. 设 $A = \begin{pmatrix} a & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & a \end{pmatrix}_{n \times n}$

求 A 的行列式及 A 的秩

10. 计算行列式:

$$\begin{vmatrix} 0 & 2 & -3 & 4 & 1 \\ -2 & 0 & 1 & 5 & -2 \\ 3 & -1 & 0 & 7 & 3 \\ -4 & -5 & -7 & 0 & -2 \\ -1 & 2 & -3 & 2 & 0 \end{vmatrix}$$

11. 计算行列式

$$\begin{vmatrix} a_0 + a_1 & a_1 & & & 0 \\ a_1 & a_1 + a_2 & a_2 & & \\ & a_2 & a_2 + a_3 & a_3 & \\ & & & \ddots & \\ & 0 & & & a_{n-1} \\ & & & & a_{n-1} & a_{n-1} + a_n \end{vmatrix}$$