2020秋 高等数学A(I) 期中

束琳,李智强,周珍楠

回忆题,题目顺序可能有出入

一.

求极限:

1. $\lim_{x\to 0} x^x$
2. $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt[3]{1+x}-1}{x+\tan x}$
3. 不记得了,好像不难
4. $\lim_{n\to\infty} \cos\frac{a}{2}\cos\frac{a}{2^2}\cdots\cos\frac{a}{2^n} \quad (a\in(0,1))$
5. $\lim_{n\to\infty} \frac{2^n n!}{n^n}$

二.

1. 已知$\forall k, \lim_{n\to\infty}(x_{n+k}-x_n)=0$,$\lim_{n\to\infty} x_n$是否存在?
2. 已知$\lim_{n\to\infty} x_n = a$,求证

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2}(x_1+2x_2+\cdots+nx_n)=\frac{a}{2}$$

三.

1. 完整叙述闭区间套定理与有限覆盖定理
2. 用有限覆盖定理证明闭区间套定理

四.

1. $f\in C[0,2a], f(0)=f(2a)$,求证$\exists x_0\in[0,2a], f(x_0)=f(x_0+a)$
2. 是否存在$f:\mathbb{R}\mapsto\mathbb{R}$,$f$在所有点上局部无界?
3. 已知$f\in C[1,\infty), f(2019)=1$,求$f(2020)$

五.

已知f在$[0,+\infty)$一致连续,且$\forall x\in[0,\infty), \lim_{n\to\infty} f(x+n)=0$

证明$\lim_{x\to+\infty} f(x)=0$

六.

已知$\lim_{n\to\infty}(x_{n+1}-x_n)=0, x_{n+1}=f(x_n), f[a,b]\subseteq[a,b]$,问$\lim_{n\to\infty} x_n$是否存在?

(这题记太不清了,可能有错误)