

# 高等数学期中试题

2016 -2017 学年第一学期

考试科目: 高等数学B(上) 考试时间: 2016 年11 月 3 日

姓 名: \_\_\_\_\_ 学 号: \_\_\_\_\_

本试题共 7 道大题, 满分 100 分

1. (每空 5 分, 共 40 分)

(1)  $\lim_{x \rightarrow a+0} f(x) = \infty$  的定义: \_\_\_\_\_.

(2) 平面曲线  $\begin{cases} x = e^t \sin 2t \\ y = e^t \cos t \end{cases}$  在  $(0, 1)$  处的切线方程为 \_\_\_\_\_.

(3) 求极限:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n^2} = \underline{\hspace{2cm}}$ .  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \ln(1+x)}{1 - \cos x} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

(4)  $y = \int_{\cos^2 x}^{2x^3} \frac{1}{\sqrt{1+t^2}} dt$  的导数为 \_\_\_\_\_.

(5) 函数  $f(x) = x^2 \ln(1+x)$  在  $x=0$  处的 4 阶导数为 \_\_\_\_\_.

(6) 若  $x \rightarrow 0$  时,  $\ln(x + \sqrt{1+x^2})$  与  $x^n$  是等阶无穷小, 则  $n = \underline{\hspace{2cm}}$ .

(7) 不定积分  $\int \frac{2 \cdot 3^x - 5 \cdot 2^x}{3^x} dx = \underline{\hspace{2cm}}$

2. (10分)求方程  $x - y - \frac{1}{2} \sin y = 0$  确定的隐函数的一阶导数和二阶导数.

3. (10分) $y = e^{|x|}$  在  $\mathbb{R}$  上是否存在原函数? 若不存在, 说明理由; 若存在, 给出一个原函数.

4. (10分)设  $\alpha > 0$ , 求极限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^{\alpha+1}}(1^\alpha + 2^\alpha + \cdots + n^\alpha)$ .

5. (10分)求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^3} \left(1 - \left(\frac{2+\cos x}{3}\right)^x\right)$ .

6. (10分)定义函数  $f(x) = \int_0^1 t|t-x|dt$ ,  $x \in \mathbb{R}$ . 求  $f(x)$ , 并判断  $f(x)$  在  $\mathbb{R}$  上是否处处可微.

7. (10分)设  $f(x)$  是  $[0, 1]$  上的连续函数, 证明极限  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^1 x^n f(x) dx = 0$ .