

# 高等数学期中试题

2018 -2019 学年第一学期

考试科目: 高等数学B(上)

考试时间: 2018 年11 月 1日

姓 名: \_\_\_\_\_ 学 号: \_\_\_\_\_

本试题共 7 道大题, 满分 100 分

1. 简单计算题(共 35 分)

(1) 求极限: a.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n(n+1)} - n)$ , b.  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x} - 3}{\sqrt{x} - 4}$ ,

c.  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\cos x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$ .

(2) 求函数  $f(x) = x\sqrt{x^2+1} + \ln(x + \sqrt{x^2+1})$  在  $x = 0$  处的微分.

(3)  $y = f(x)$  由参数方程  $\begin{cases} x = 2t - t^2 \\ y = 3t - t^3 \end{cases}$  给出, 求  $f'(1)$ ,  $f''(1)$ .

(4) 求  $f(x) = \int_0^{\sqrt{\ln x}} e^{t^2} dt (x > 1)$  的导数.

2. (10分) 设  $f(x) = e^{\sqrt{x+1}} - e \cos x$ , 当  $x \rightarrow 0$  时,  $f(x)$  和  $ax^n$  是等价无穷小, 求  $a, n$ .

3. (10分) 用  $\epsilon - N$  语言证明  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+1}{2n-3} = \frac{3}{2}$ .

4. (10分) 判断极限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=n^2}^{(n+1)^2} \frac{1}{\sqrt{k}}$  是否存在, 若存在, 求出该极限.

5. (15分) 设  $f(x) = |\cos x|$ , 求  $f(x)$  在  $(0, 2\pi)$  上的不定积分.

6. (10分) 设  $f(x) = |x|^3$ , 求  $f'(x)$ ,  $f''(x)$ .

7. (10分) 设  $f(x)$  是  $[a, b]$  上的连续函数, 且  $a \leq f(x) \leq b$ , 证明存在  $c \in [a, b]$  使得  $f(c) = c$ .