Heat Transfer

0.1 相似特征数

- **Bi 毕渥数$\frac{h\delta}{\lambda}$：固体导热热阻与表面换热热阻之比（越大代表对流换热程度越深）**
- **Fo 傅里叶数$\frac{\tau a}{l^2}$：热扩散时间与特征时间之比（越大代表越接近终态）**
- Ga 伽利略数$\frac{gL^3}{\nu^2}$：重力与黏性力之比
- **Gr 格拉晓夫数$\frac{g\beta \Delta T L^3}{\nu^2}$：浮力与黏性力之比（越大代表有限空间自然对流越强）**
- **j 因子$\frac{Nu}{RePr^{\frac{1}{3}}}$：量纲为 1 的表面传热系数（常用于制冷）**
- Ja 雅各布数$\frac{c_p \Delta T}{r}$：相变时显热与潜热之比（越大表示液膜过冷度越大）
- Kn 克努森数$\frac{\lambda_f}{l}$：平均自由程与特征长度之比（越大代表越真空）
- Le 刘易斯数$\frac{a}{D}$：热扩散系数与浓度扩散系数之比
- Nu 努塞尔数$\frac{hl}{\lambda}$：对流换热系数与导热系数之比（越大代表（强迫）对流越强）
- Pe 佩克莱数$PrRe$：和 Re 热类比，表征热湍流
- **Pr 普朗特数$\frac{\nu}{a}$：动力学黏度与热扩散系数之比（或流动边界层与热边界层厚度之比）（越大代表动量扩散较热扩散更快，流动边界层厚度越大）**
- **Ra 瑞利数$\frac{g\beta \Delta T L^3}{\nu a}$：浮力与热扩散、动量扩散乘积之比（越大代表大空间自然对流越强）**
- **Re 雷诺数$\frac{ul}{\nu}$：惯性力与黏性力之比（越大表示湍流程度越强）**
- Sc 施密特数$\frac{\nu}{D}$：动量扩散能力与浓度扩散能力之比
- Sh 舍伍德数$\frac{h_m l}{D}$：和 Nu 浓度类比，表征浓度对流大小
- **St 斯坦顿数$\frac{Nu}{RePr}$：修正 Nu，量纲为 1 的表面传热系数**

0.2 定性温度

- **外掠平板/圆管**

$$t_m = \frac{t_f + t_w}{2} \tag{1}$$

- **管内强制对流**
  - 进出口温度不同

$$t_m = \frac{t_i + t_o}{2} \tag{2}$$

  - 等温，考察壁面传热

$$t_m = \frac{t_f + t_w}{2} \tag{3}$$

- **相变传热**

- 潜热使用饱和温度t_s
- 其他：

$$t_m = \frac{t_s + t_w}{2} \tag{4}$$

1 换热基本方式

1.1 热传导(Conduction)

- 直接接触的物体，温度不同的部分中依靠分子、原子、自由电子等微粒热运动而进行的热量传递现象
- **Fourier 定律**

$$\Phi = -\lambda A \frac{dt}{dx} \tag{5}$$

$$q = \frac{\Phi}{A} = -\lambda \frac{dt}{dx} \tag{6}$$

  - 热流量Φ
  - 热流密度q
  - 导热面积A
  - 导热系数$\lambda[W/m \cdot K]$
- **一维稳态导热**

$$q \int_0^\delta dx = -\lambda \int_0^t dt \tag{7}$$

$$\Longrightarrow q = -\frac{t}{\delta/\lambda} \tag{8}$$

  - 导热热阻$R_\lambda = \delta/A\lambda$
  - 单位导热热阻$R_\lambda = \delta/\lambda$

1.2 热对流(Convection)

- 流体中温度不同的各部分，由于发生相对宏观运动而传递热量的现象
- **对流换热**
  - 无相变：强迫对流、自然对流
  - 有相变：沸腾换热、凝结换热
  - 特点：
    - 导热&对流同时存在
    - 须有直接接触和相对运动及温度差
- **牛顿冷却公式**

$$\Phi = hA(t_w - t_\infty) \tag{9}$$

$$q = \frac{\Phi}{A} = h(t_w - t_\infty) \tag{10}$$

  - 热流量Φ
  - 热流密度q
  - 壁面面积A
  - 壁面温度t_w, 流体温度$t_f \sim t_\infty$

  - 表面(对流)传热系数$h[W/(m^2 \cdot K)]$
  - 单位对流换热热阻$r_h = 1/h$
  - 对流换热热阻$R_h = 1/(hA)$

1.3 热辐射

- 有热运动产生的，以电磁波形式传递能量的现象
- 特点：
  - 高于$0K$即可发生
  - 可在真空传播
  - 伴随能量形式转变
  - 具有强烈方向性
  - 辐射能与温度和波长均有关
  - 发射辐射取决于温度的四次方
- **辐射换热 Stefan-Boltzmann Law:**

$$\Phi = \varepsilon A \sigma (T_1^4 - T_2^4) \tag{11}$$

$$q = \varepsilon \sigma (T_1^4 - T_2^4) \tag{12}$$

  - 热流量Φ
  - 热流密度q
  - 黑体辐射表面面积A
  - T_1, T_2，辐射发射和接收方温度
  - 斯忒藩修正系数（发射率）ε，也叫**黑度**，即绝对黑体$\varepsilon = 1$
  - 斯忒藩-玻尔兹曼常量σ
  - 单位辐射换热热阻$r_{rad} = 1/(\varepsilon\sigma(T_1^2 + T_2^2)(T_1 + T_2))$
  - 辐射换热热阻$R_{rad} = 1/(\varepsilon A\sigma(T_1^2 + T_2^2)(T_1 + T_2))$

1.4 传热与传热系数

- **传热**：壁面一侧的流体通过壁面将热量传递到另一侧流体内的过程

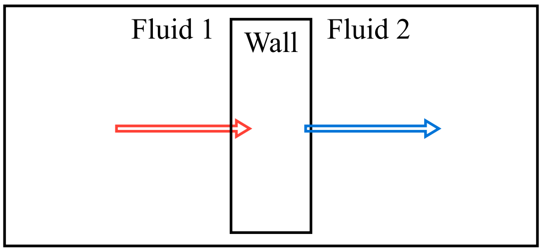


图 1: 传热的定义

$$\begin{aligned}\Phi &= \frac{A(t_{f1} - t_{f2})}{R_{h1} + R_\lambda + R_{h2}} = \frac{A(t_{f1} - t_{f2})}{\frac{1}{h_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{h_2}} \\ &= Ak(t_{f1} - t_{f2})\end{aligned} \tag{13}$$

- $k[W/m^2 \cdot K]$**传热系数**

2 导热理论与稳态导热计算

- 等温线、等温面
- 导热基本定律(Fourier's law):

$$\vec{q} = -\lambda \nabla T \quad \text{or} \quad \vec{q} = -\bar{\bar{\boldsymbol{\lambda}}} \cdot \nabla T \tag{14}$$

$$\lambda_{\text{金属}} > \lambda_{\text{非金属}}, \lambda_s > \lambda_l > \lambda_g \tag{15}$$

- **气体热导率**
  - 气体分子运动理论：常温常压下气体热导率为：

$$\lambda = \frac{1}{3}\bar{u}\rho l c_v \tag{16}$$

其中l为气体分子两次碰撞间平均自由程 $\bar{u}$为气体分子运动的均方根速度

$T\uparrow \Rightarrow \lambda \uparrow$，随$p$变化不明显

- **液体热导率**
  - 主要靠晶格振动导热
  - 大多数液体$T\uparrow \Rightarrow \rho\downarrow \Rightarrow \lambda\downarrow$
  - $p\uparrow \Rightarrow \lambda\uparrow$
- **固体热导率**
  - 纯金属：依靠自由电子的迁移和晶格的振动（主要为前者）$T\uparrow \Rightarrow \lambda\downarrow$
  - 合金：依靠自由电子的迁移和晶格的振动（主要为后者）$T\uparrow \Rightarrow \lambda\uparrow$
  - 非金属：依靠晶格振动导热 $T\uparrow \Rightarrow \lambda\uparrow \rho\downarrow$, 湿度 $\downarrow \Rightarrow \lambda\uparrow$
- **导热微分方程：**

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + q_v \tag{17}$$

定常条件下：

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c}\Delta^2 T + \frac{q_v}{\rho c} = a\Delta^2 T + \frac{q_v}{\rho c} \tag{18}$$

$a[m^2/s]$**热扩散率（导温系数）(Thermal diffusivity)**

$$a = \frac{\lambda}{\rho c} \tag{19}$$

- **非傅里叶导热过程**
  - 极短时间内极大热流密度的导热
  - 极低温度下的导热
- **边界条件**
  - **第一类边界条件**

已知导热体边界上的**温度值**

$$T\Big|_s = T_w \tag{20}$$

  - **第二类边界条件**

已知导热体边界上**热流密度**的分布及变化规律【接触导热边界条件】

$$q\Big|_s = q_w = -\lambda \frac{dT}{dn}\Big|_n = f(\vec{r}, t) \tag{21}$$

- **第三类边界条件**

已知导热体边界上周围**流体的温度**以及**表面传热系数**【对流导热边界条件】

$$q\Big|_s = q_w = -\lambda \frac{dT}{dn}\Big|_w = h(T_w - T_0) \tag{22}$$

- **热阻分析**

适用于一维、稳态、无内热源的情况

1. **平板**

$$q = \frac{T_{f1} - T_{f2}}{\frac{1}{h_1} + \sum \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{h_2}} \tag{23}$$

2. **圆筒**

$$q_l = \frac{T_{f1} - T_{f2}}{\frac{1}{h_1 \pi d_1} + \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2\pi\lambda} \ln\left(\frac{d_{i+1}}{d_i}\right) + \frac{1}{h_2 \pi d_{n+1}}} \tag{24}$$

4. **变面积或变导热系数**

$$\Phi = -\lambda(T) A(x) \frac{dT}{dx} \tag{25}$$

$$\Phi = -\frac{\bar{\lambda}(T_1 - T_2)}{\int_1^2 \frac{dx}{A(x)}} \tag{26}$$

5. **肋片传热**

$$\Phi = \frac{T_{f1} - T_{f2}}{\frac{1}{h_1 A} + \frac{\delta}{\lambda A} + \frac{1}{h_2 A}} \tag{27}$$

增大传热量⇔减小热阻
- 导热热阻可忽略
- 增大对流导热系数h_1, h_2
- 增大传热面积

1. 等截面直肋

$\Phi_x = \Phi_{x+dx} + \Phi_{dx}$(Energy Conservation)

$$\Phi_x = -\lambda A_c \frac{dT}{dx} (\text{Fourier law}) \tag{28}$$

$$\Phi_{x+dx} = \Phi_x + \frac{d\Phi_x}{dx} dx = \Phi_x - \lambda A_c \frac{d^2T}{dx^2} dx \tag{29}$$

$$\Phi_{dx} = h(Pdx)(T - T_\infty)(\text{Fourier cooling formula}) \tag{30}$$

$$\Longrightarrow \frac{d^2T}{dx^2} - \frac{hP}{\lambda A_c}(T - T_\infty) \tag{31}$$

引入过余温度$\theta = T - T_\infty$ 则有

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} = m^2\theta \tag{32}$$

边界条件：

$$\text{B.C.} = \begin{cases} x = 0\ ,\ \ \theta = \theta_0 = T_0 - T_\infty \\ x = H\ ,\ \ \dfrac{d\theta}{dx} = 0(\text{忽略肋端散热}) \end{cases} \tag{33}$$

解得：

$$\theta = \theta_0 \frac{\cosh(m(H-x))}{\cosh(mH)} \tag{34}$$

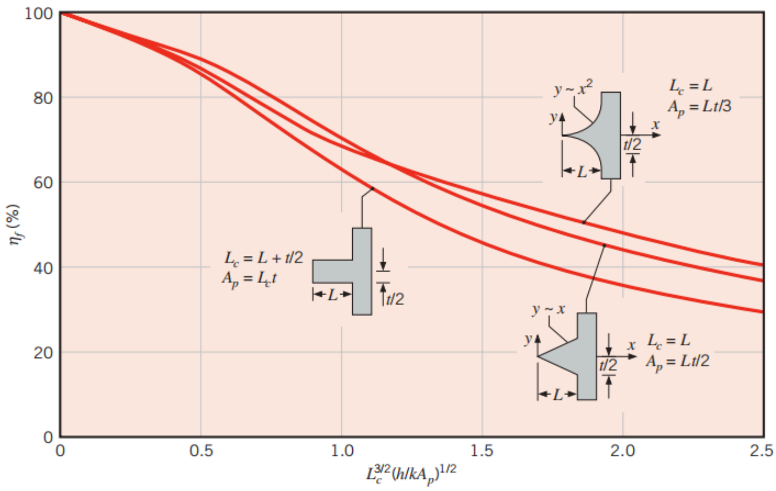
肋片效率

$$\eta_f = \frac{\Phi}{\Phi_0}(\Phi_0\text{为假设整个肋表面处于肋基温度下的散热量}) = \frac{\tanh(mH)}{mH} \tag{35}$$

肋片效率曲线

$$\eta_f \sim \left(\frac{h}{\lambda A_L}\right)^{\frac{1}{2}} (H)^{\frac{3}{2}} \tag{36}$$

即η_f随右式增大而减小



肋片散热总效率

$$\eta_o = \frac{A_r + \eta_f A_f}{A_r + A_f} \tag{37}$$

2. 环肋及三角形界面直肋

3. 通过接触面的导热

点接触/部分接触带来额外热阻

$$r = \frac{\delta_A}{\lambda_A} + r_c + \frac{\delta_B}{\lambda_B} \tag{38}$$

影响因素：
- 固体表面粗糙度
- 接触表面硬度匹配
- 接触面上挤压压力
- 空隙中的介质性质

3 非稳态导热

3.1 概念

- **定义**

$$T = f(\vec{r}, t) \tag{39}$$

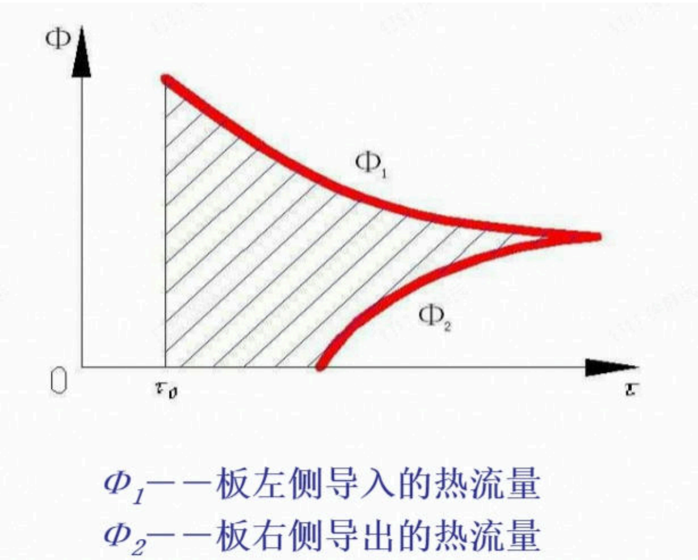
- **分类**
  - 周期性非稳态导热
  - 瞬态非稳态导热
- **温度分布**

时域和场域共同决定

- **不同阶段**
  - 非正规阶段（温度分布主要受初始温度控制）
  - 正规阶段（温度分布主要取决于边界条件及物性）

导热阶段：非正规⟶正规⟶新稳态

- **热量变化**



如上述固体导热，经过一段时间后，进出口导热才相等

- **非稳态导热的导热微分方程**

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + \dot{\Phi} \tag{40}$$

求解方法：

- **分析解法：**
  - 分离变量法

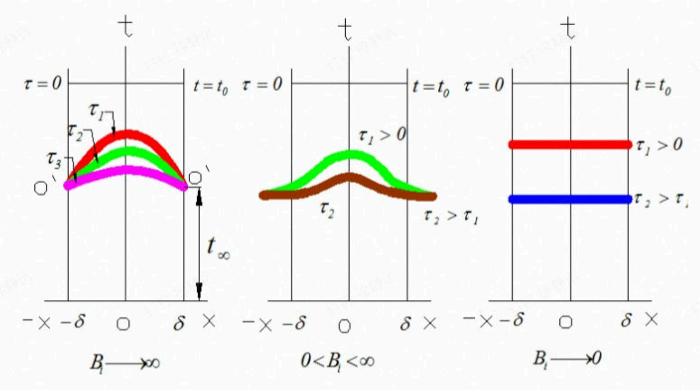
  - 积分变换
  - 拉普拉斯变化

- **近似分析法：**
  - 集总参数法
  - 积分法
- **数值解法：**
  - 有限差分法
  - 蒙特卡洛法
  - 有限元法
  - 分子动力学模拟
- **毕渥数**

$$Bi = \frac{\text{导热热阻}}{\text{对流换热热阻}} = \frac{r_\lambda}{r_h} = \frac{\delta/\lambda}{1/h} = \frac{\delta h}{\lambda} \tag{41}$$

Bi**毕渥准则：**

$$\begin{cases} Bi \longrightarrow \infty, & \Rightarrow r_\lambda \gg r_{h(\text{忽略对流换热热阻})} \\ Bi \longrightarrow 0, & \Rightarrow r_\lambda \ll r_{h(\text{忽略导热热阻})} \end{cases} \tag{42}$$



Bi 准则对无限大平壁温度分布的影响

3.2 集总参数法简化分析（零维非稳态导热分析）

- 定义：忽略物体内部导热热阻$Bi \longrightarrow 0$，温度分布$T = f(t)$，即**零维**问题

$$hA(T - T_\infty) = -\rho V c \frac{dT}{dt} \tag{43}$$

$$T\Big|_{t=0} = T_0 \tag{44}$$

过余温度表示：

$$\begin{cases} hA\theta = -\rho V c \dfrac{d\theta}{dt} \\ \theta\Big|_{t=0} = \theta_0 \end{cases} \tag{45}$$

$$
\begin{aligned}
\frac{d\theta}{\theta} &= -\frac{hA}{\rho Vc}dt \\
&\Rightarrow \ln\frac{\theta}{\theta_0} = -\frac{hA}{\rho Vc}t \\
&\Rightarrow \frac{\theta}{\theta_0} = \frac{T-T_\infty}{T_0-T_\infty} = e^{-\frac{hA}{\rho Vc}t} \\
&\Rightarrow \frac{\theta}{\theta_0} = e^{-Bi_v Fo_v} = e^{-\frac{t}{\tau_c}}
\end{aligned}
\tag{46}
$$

其中

$$
\frac{hA}{\rho Vc}t = \frac{hV}{\lambda A}\cdot\frac{\lambda A^2}{V^2\rho c}t = \frac{h(V/A)}{\lambda}\cdot\frac{at}{(V/A)^2} = Bi_v Fo_v \tag{47}
$$

$$
Bi_v = \frac{h(V/A)}{\lambda} \tag{48}
$$

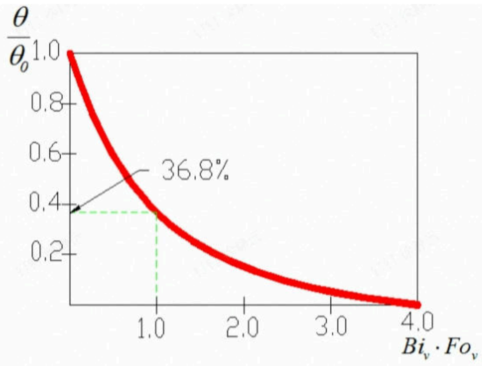
$$
Fo_v = \frac{at}{(V/A)^2} \tag{49}
$$

傅里叶数Fo_v 定义：

$$
Fo = \frac{\text{换热时间}}{\text{边界热扰动扩散到}l^2\text{面积上所需要的时间}} = \frac{t}{l^2/a} \tag{50}
$$

描述热扰动传播至物体内部深入情况（即物体各点温度接近周围介质温度的情况）

τ_c为**时间常数**，描述导热的温度变化速度（温度响应）



应用集总参数法时，物体过余温度的变化曲线

- **瞬态热流：**

$$
\Phi(t) = hA(T(t)-T_\infty) = hA\theta = hA\theta_0 e^{-\frac{t}{\tau_c}} \tag{51}
$$

总热量

$$
Q_r = \int_0^t \Phi(\tau)d\tau = \rho Vc\theta_0\left(1-e^{-\frac{t}{\tau_c}}\right) \tag{52}
$$

- **集总参数法判据**

$\frac{|\theta-\theta_0|}{\theta_0} < 5\% \Longleftrightarrow Bi_v < 0.1M$

对厚为2δ的无限大平板	$M=1$	$\frac{V}{A}=\frac{A\delta}{A}=\delta$	$B_{iv}=B_i$
对半径为R的无限长圆柱	$M=\frac{1}{2}$	$\frac{V}{A}=\frac{\pi R^2\rho}{2\pi R\rho}=\frac{R}{2}$	$B_{iv}=\frac{B_i}{2}$
对半径为R的球	$M=\frac{1}{3}$	$\frac{V}{A}=\frac{\frac{4}{3}\pi R^3}{4\pi R^2}=\frac{R}{3}$	$B_{iv}=\frac{B_i}{3}$

3.3 一维非稳态导热的分析解

无限大平板半块平壁微分方程：

$$\begin{cases} \frac{\partial T}{\partial t}=a\frac{\partial^2 T}{\partial x^2},\ (0<x<\delta,t>0) \\ I.C.:T\Big|_{t=0}=T_0 \\ B.C.:\begin{cases} \frac{\partial T}{\partial x}\Big|_{x=0}=0 \\ -\lambda\frac{\partial T}{\partial x}\Big|_{x=\delta}=h(T-T_\infty) \end{cases} \end{cases} \tag{53}$$

过余温度表示：

$$\begin{cases} \frac{\partial \theta}{\partial t}=a\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2},\ (0<x<\delta,t>0) \\ I.C.:\theta\Big|_{t=0}=\theta_0 \\ B.C.:\begin{cases} \frac{\partial \theta}{\partial x}\Big|_{x=0}=0 \\ -\lambda\frac{\partial \theta}{\partial x}\Big|_{x=\delta}=h\theta \end{cases} \end{cases} \tag{54}$$

分析解：

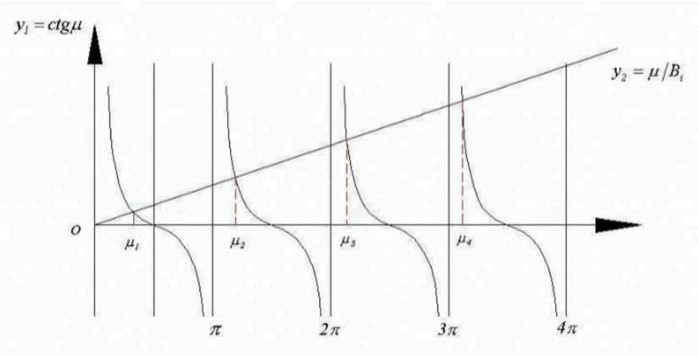
$$\frac{\theta(x,t)}{\theta_0}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2\sin(\beta_n\delta)\cos(\beta_n x)}{\beta_n\delta+\sin(\beta_n\delta)\cos(\beta_n\delta)}e^{-\beta_n^2 at}$$

$$令\mu_n=\beta_n\delta$$

$$\frac{\theta(x,t)}{\theta_0}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2\sin(\mu_n)}{\mu_n+\sin(\mu_n)\cos(\mu_n)}\cos\left(\mu_n\frac{x}{\delta}\right)e^{-\mu_n^2\frac{at}{\delta^2}} \tag{55}$$

$$\frac{\theta(x,t)}{\theta_0}=f\left(Bi,Fo,\frac{x}{\delta}\right)$$

毕渥准则数表示：$\operatorname{ctg}\mu_n=\frac{\mu_n}{h\delta/\lambda}=\frac{\mu_n}{Bi}$



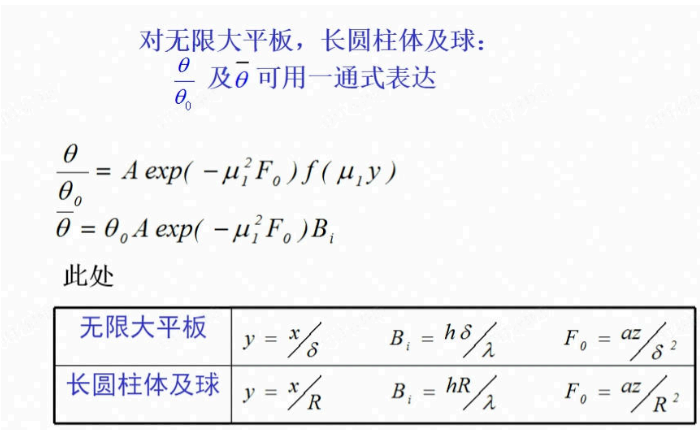
3.3.1 正规状况简化

无限大平板$Fo=\frac{at}{\delta^2}$ $Fo\geq 0.2$，则取解为级数的首项（误差小于 1%）

$$\frac{\theta(x,t)}{\theta_0}=\frac{2\sin(\mu_1)}{\mu_1+\sin(\mu_1)\cos(\mu_1)}\cos\left(\mu_1\frac{x}{\delta}\right)e^{-\mu_1^2 Fo} \tag{56}$$

$$\frac{\theta(x,t)}{\theta(0,t)}=\cos\left(\mu_1\frac{x}{\delta}\right) \tag{57}$$

$$\frac{Q}{Q_0}=\frac{\rho c\int_V[T(x,0)-T(x,t)]dV}{\rho cV(T(x,0)-T(x,\infty))}=1-\frac{1}{V}\frac{\int_V T(x,t)-T(x,\infty)}{T(x,0)-T(x,\infty)}=1-\frac{\bar{\theta}}{\theta_0} \tag{58}$$



- 拟合公式

$$\mu_1^2 = (a + \frac{b}{B_i})^{-1}$$

$$A = a + b(1 - e^{-cBi})$$

$$B = \frac{a + cB_i}{1 + bB_i}$$

$$J_0(x) = a` + b`x + c`x^2 + d`x^3$$

- 线算图法

——诺谟图 适用于$Fo > 0.2$及较大Bi（即第一类或第三类边界条件加热冷却过程）

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \frac{\theta}{\theta_m} \cdot \frac{\theta_m}{\theta_0} \tag{59}$$

$$\begin{aligned} \frac{\theta}{\theta_m} &= f\left(Bi, \frac{x}{\delta}\right) \\ \frac{\theta_m}{\theta_0} &= f(Fo, Bi) \end{aligned} \tag{60}$$

3.4 二维及三维非稳态导热

3.5 半无限大物体

4 导热问题的数值解法

导热三种基本方法：

- 理论分析法
- **数值计算法**
- 实验法

数值解法：

- 有限差分法（Finite-difference）
- 有限元法（finite-element）
- 边界元法（boundary-element）
- 分子动力学模拟（MD）

4.1 建立节点

4.2 建立离散方程

- Taylor 级数展开

$T_{m+1} = T_m + \frac{\partial T}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\frac{(\Delta x)^2}{2!} + \ldots$

$T_{m-1} = T_m - \frac{\partial T}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\frac{(\Delta x)^2}{2!} - \ldots$

↓保留前两阶小项

$T_{m+1} + T_{m-1} - 2T_m = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\frac{(\Delta x)^2}{2!}$

$T_{m+1} - T_{m-1} = 2\frac{\partial T}{\partial x}\Delta x$

即可得到一阶导数及二阶导数的离散差分表达式

- 多项式拟合
- 控制容积积分
- **控制容积平衡（热平衡）**

$\Phi_r = \Phi_v + \Phi_i - \Phi_o$

收敛准则 一般采用线性收敛准则

$$|T^{(\mathrm{i+1})} - T^{(\mathrm{i})}| \leq \varepsilon \tag{61}$$

5 对流传热

5.1 理论基础

- 定义： 流体流经固体时流体与固体表面之间的热量传递现象（导热+热对流）
- 实例：暖气管道；电子器件冷却；电风扇

5.1.1 特点：

- 导热与热对流同时存在的复杂热传递过程
- 须有流体避免直接接触、温差及宏观运动
- 流体紧贴壁面处存在速度梯度很大的边界层（及温度边界层）

5.1.2 基本计算式：

- 牛顿冷却公式

$$\Phi = hA(T_w - T_\infty) \tag{62}$$

$$\varphi = h(T_w - T_\infty) \tag{63}$$

- 表面传热系数

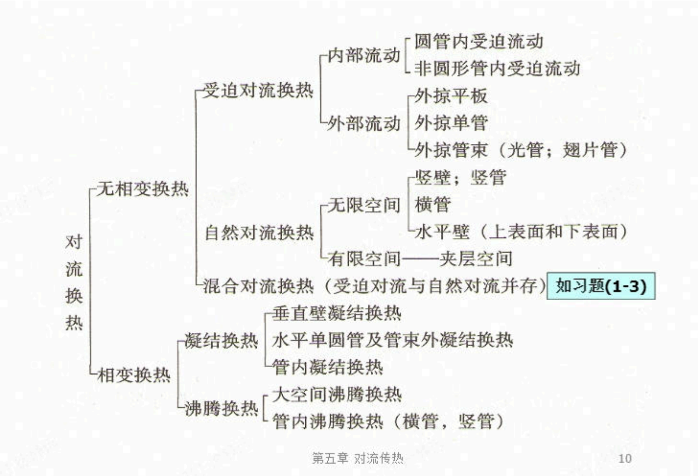
$$h = \frac{\Phi}{A(T_w - T_\infty)} \tag{64}$$

- 研究对流传热方法
  - 分析法
  - 实验法
  - 比拟法
  - 数值法：

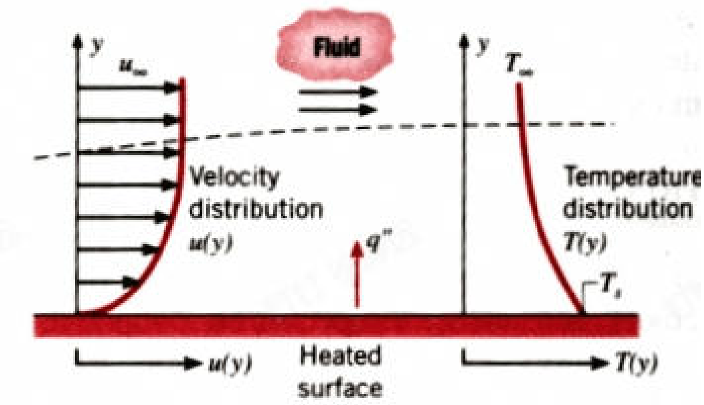
5.1.3 对流传热分类及影响因素

- **流动起因：**
  - 自然对流（Natural/Free Convection）：流体因各部分温度不同而引起的密度差异所产生的流动h_n
  - 强迫对流（Forced Convection）：由外力作用所产生的流动h_f
  - $h_f > h_n$
- **流动状态：**
  - 层流（Laminar）：整个流场呈一簇互相平行的流线h_{lami}
  - 湍流（Turbulence）：流体质点做复杂无规则的运动h_{turb}
- **流动有无相变：**
  - 单相换热（Single phase heat transfer）：
  - 相变换热（Phase change heat transfer）：凝结、沸腾、升华、凝固、熔化
- **换热表面的几何因素：**

  - 内部流动：管内或槽内
  - 外部流动：外掠平板、圆管、管束
- **流体的热物理性质：**
  - 热导率λ,$\lambda\uparrow\Rightarrow h\uparrow$ (Less interface heat conduction)
  - 密度ρ, $\rho\uparrow\Rightarrow h\uparrow$ (Carrying more energy)
  - 比热容c, $c\uparrow\Rightarrow h\uparrow$ (Carrying more energy)
  - 动力粘度μ, $\mu\uparrow\Rightarrow h\downarrow$ (Viscosity slowing flowing)
  - 运动粘度ν
  - 体膨胀系数α, $\alpha\uparrow\Rightarrow h\uparrow$ (Enhancing Natural Convection)



5.1.4 微分方程式：



- 流体紧贴壁面层速度为零，只存在导热

$$q_{w,x} = -\lambda\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{w,x} \tag{65}$$

- 对流表面传热系数：

$$h_x = -\frac{\lambda}{T_w - T_\infty}\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{w,x} \tag{66}$$

$\lambda \Leftarrow$ 热物性

$T_w - T_\infty \Leftarrow$ 温差

$\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{w,x} \Leftarrow$ 温度场 $\Leftarrow$ 流场

5.2 数学描述

5.2.1 连续性方程

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\nabla \cdot(\rho \boldsymbol{V})=0 \tag{67}$$

稳态定常无压缩：

$$\nabla \cdot \boldsymbol{V}=0 \tag{68}$$

5.2.2 动量守恒方程

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \boldsymbol{V})+\boldsymbol{V} \cdot \nabla(\rho \boldsymbol{V})=\rho \boldsymbol{f}-\nabla p+\mu \nabla^2 \boldsymbol{V}+\frac{1}{3} \mu \nabla(\nabla \cdot \boldsymbol{V}) \tag{69}$$

定常无压缩无扩散粘度：

$$\rho\left(\frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial t}+\boldsymbol{V} \cdot \nabla \boldsymbol{V}\right)=\rho \boldsymbol{f}-\nabla p+\mu \nabla^2 \boldsymbol{V} \tag{70}$$

稳态流动：

$$\frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial t}=0 \tag{71}$$

仅重力场：

$$\boldsymbol{f}=\boldsymbol{g} \tag{72}$$

5.2.3 能量守恒方程：

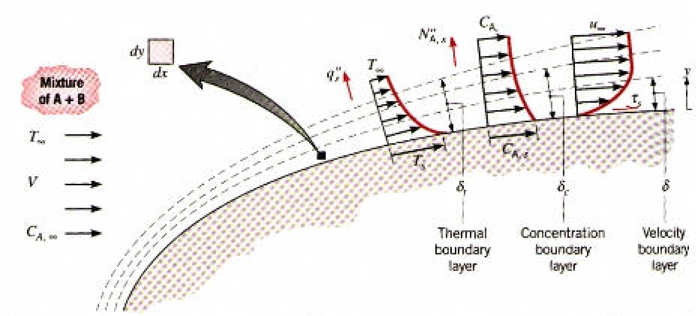
定常条件下不考虑耗散、无热源：

$$\frac{\partial T}{\partial t}+\boldsymbol{V} \cdot \nabla T=a \nabla^2 T \tag{73}$$

5.2.4 经典方程组（定常、无内热源、不可压缩牛顿流体）

$$\begin{cases}\nabla \cdot \boldsymbol{V}=0 \\ \dfrac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial t}+\boldsymbol{V} \cdot \nabla \boldsymbol{V}=\boldsymbol{f}-\dfrac{1}{\rho} \nabla p+\nu \nabla^2 \boldsymbol{V} \\ \dfrac{\partial T}{\partial t}+\boldsymbol{V} \cdot \nabla T=a \nabla^2 T\end{cases} \tag{74}$$

5.3 边界层型对流传热问题数学描述



5.3.1 边界层分类

- **流动边界层：** 由于粘性作用，流体流速在靠近壁面处随离壁面的距离的缩短而逐渐降低；在贴壁处被滞止，处于无滑移状态
- **热边界层：** 当壁面与流体间有温差时，会产生温度梯度很大的温度边界层

5.3.2 流动边界层：

- 边界层区：粘性主导作用，使用 **N-S 方程描述**
- 主流区：速度梯度为 0，可视为无粘理想流体，使用**欧拉方程描述**

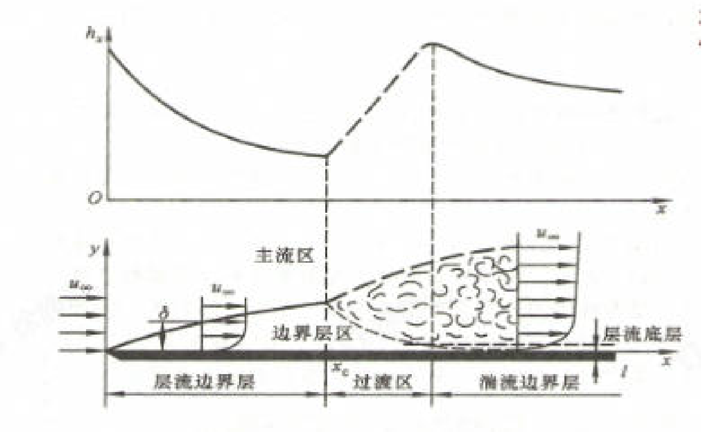


图 13: 外掠平板流动边界层形成

湍流边界层：

- 粘性底层（层流底层）：粘性力绝对主导，保持层流特征，具有最大速度梯度

5.3.3 热边界层：

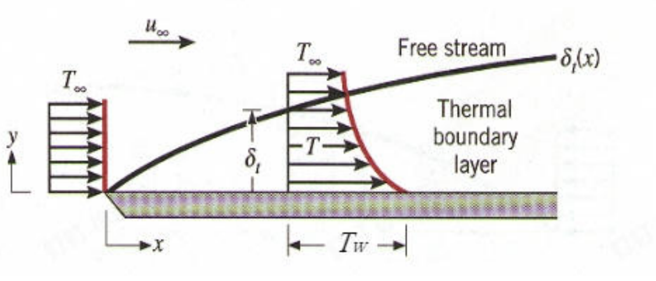
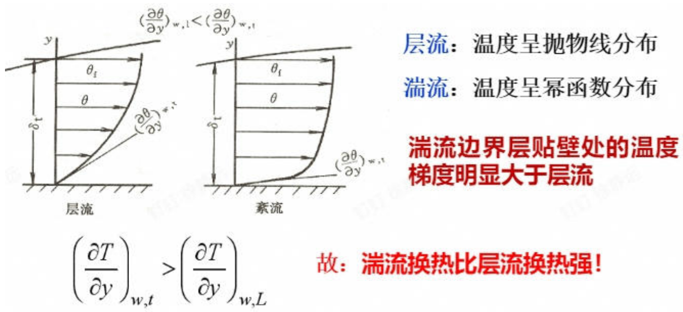


图 14: 平板热边界层



流动边界层与热边界层的关系

$$\frac{\delta_t}{\delta} \approx Pr^{-\frac{1}{3}}(\mathrm{Laminar}, 0.6 \leq Pr \leq 50) \tag{75}$$

5.3.4 边界层换热微分方程组

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial x}+\dfrac{\partial v}{\partial y}=0 \\ u\dfrac{\partial u}{\partial x}+v\dfrac{\partial u}{\partial y}=-\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial x}+\nu\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ u\dfrac{\partial T}{\partial x}+v\dfrac{\partial T}{\partial y}=a\dfrac{\partial^2 T}{\partial y^2} \end{cases} \tag{76}$$

其中

$$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}=u_\infty\frac{\partial u_\infty}{\partial x}=0\left(\text{if }\frac{\partial u_\infty}{\partial x}=0\right) \tag{77}$$

5.4 流体外掠平板传热层流分析解及类比法

- 边界条件

$$\begin{cases} y=0:\ \ u=0\ v=0\ T=T_w \\ y=\delta:\ \ u=u_\infty\ v=v_\delta\ T=T_\infty \end{cases} \tag{78}$$

求解可得:

- **努塞尔数（Nusselt Number）**

$$\begin{gathered} h_x=0.332\frac{\lambda}{x}\left(\frac{u_\infty x}{\nu}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{\nu}{a}\right)^{\frac{1}{3}} \\ \Rightarrow\frac{h_x x}{\lambda}=0.332\left(\frac{u_\infty x}{\nu}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{\nu}{a}\right)^{\frac{1}{3}}=0.332\mathrm{Re}_x^{\frac{1}{2}}\mathrm{Pr}^{\frac{1}{3}}==\mathrm{Nu}_x \end{gathered} \tag{79}$$

即

$$\mathrm{Nu}_x=\frac{h_x x}{\lambda} \tag{80}$$

- **普朗特数（Prandtl Number）**

$$\mathrm{Pr}=\frac{\nu}{a} \tag{81}$$

物理意义：粘性系数与热扩散系数的比值⇒反映了流动边界层厚度与热边界层厚度的比值

5.4.1 类比法

湍流运动中由于脉动产生**附加切应力（湍流切应力）**与**热量传递（湍流热流密度）**，具有内在联系：

$$\begin{gathered} \tau=\tau_l+\tau_t=\rho(\nu+\nu_t)\frac{\partial u}{\partial y} \\ q=q_l+q_t=-\rho c_p(a+a_t)\frac{\partial T}{\partial y} \end{gathered} \tag{82}$$

ν_t、a_t分别为**湍流动量扩散率（湍流黏度）**与**湍流热扩散率**

动量与能量方程：

5.4.2 微分形式

$$
\begin{gathered}
u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=(\nu+\nu_t)\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\\
u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}=(a+a_t)\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\\
\begin{cases} y=0: & u=0\ v=0\ T=T_w \\ y=\delta: & u=u_\infty\ v=v_\delta\ T=T_\infty \end{cases}
\end{gathered}
\tag{83}
$$

无量纲化：

$$
\begin{gathered}
U\frac{\partial U}{\partial X}+V\frac{\partial U}{\partial Y}=\frac{1}{u_\infty l}(\nu+\nu_t)\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}\\
U\frac{\partial \Theta}{\partial X}+V\frac{\partial \Theta}{\partial Y}=\frac{1}{u_\infty l}(a+a_t)\frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2}\\
\begin{cases} Y=0: & U=0\ V=0\ \Theta=0 \\ Y=\frac{\delta}{l}: & U=1\ V=\frac{v_\delta}{u_\infty}\ \Theta=1 \end{cases}
\end{gathered}
\tag{84}
$$

若$\mathrm{Pr}=1$则有

$$
\begin{gathered}
\left.\frac{\partial U}{\partial Y}\right|_{Y=0}=\left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0}\frac{l}{u_\infty}=\tau_w\frac{l}{\mu u_\infty}=\frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho u_\infty^2}\frac{\mathrm{Re}}{2}=c_f\frac{\mathrm{Re}}{2}\\
\left.\frac{\partial \Theta}{\partial Y}\right|_{Y=0}=\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0}\frac{l}{T_\infty-T_w}=q_w\frac{l}{\lambda(T_w-T_\infty)}=\mathrm{Nu}\\
c_f\frac{\mathrm{Re}}{2}=\mathrm{Nu}
\end{gathered}
\tag{85}
$$

$$
\begin{cases}
\mathrm{Pr}=1,\mathrm{Re}_x\le 10^7: & \begin{cases} c_f=0.0592\mathrm{Re}_x^{-\frac{1}{5}} \\ \\ \mathrm{Nu}_x=0.0296\mathrm{Re}_x^{\frac{4}{5}} \end{cases}\\
0.6<\mathrm{Pr}<60: & \frac{c_f}{2}=\frac{\mathrm{Nu}}{\mathrm{RePr}^{\frac{1}{3}}}=\mathrm{StPr}^{\frac{2}{3}}=j
\end{cases}
\tag{86}
$$

- 斯坦顿数

$$
\mathrm{St}=\frac{\mathrm{Nu}}{\mathrm{RePr}}
\tag{87}
$$

- j 因子

5.4.3 积分形式

$$
\mathrm{Pr}=1
\tag{88}
$$

$$
\begin{aligned}
\tau_w=\nu\left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0}&=\nu\left.\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y}\right|_{y=\delta}-\int_0^\delta\left(u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right)\mathrm{d}y\\
&=-\int_0^\delta\left(u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right)\mathrm{d}y
\end{aligned}
\tag{89}
$$

$$v_\delta = -\int_0^\delta \frac{\partial u}{\partial x}\,\mathrm{d}y \tag{90}$$

$$u_\infty v_\delta = -u_\infty \int_0^\delta \frac{\partial u}{\partial x}\,\mathrm{d}y = \int_0^\delta \left(u\frac{\partial v}{\partial y} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right)\mathrm{d}y = \int_0^\delta \left(-u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right)\mathrm{d}y \tag{91}$$

$$\tau_w = \int_0^\delta (u_\infty - 2u)\frac{\partial u}{\partial x}\,\mathrm{d}y = \int_0^\delta (u_\infty - u)\frac{\partial u}{\partial x} + u\frac{\partial(u_\infty - u)}{\partial x}\,\mathrm{d}y = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\int_0^\delta (u_\infty - u)u\,\mathrm{d}y \tag{92}$$

$$\begin{cases} \tau_w = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\displaystyle\int_0^\delta (u_\infty - u)u\,\mathrm{d}y \\ q_w = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\displaystyle\int_0^{\delta_t} (T_\infty - T)u\,\mathrm{d}y \end{cases} \tag{93}$$

5.5 量纲分析

https://en.wikipedia.org/wiki/Dimensionless_numbers_in_fluid_mechanics

6 强制对流与自然对流

6.1 对流换热的物理机制

$$\begin{gathered} \underbrace{\rho c_p \boldsymbol{V}\cdot\nabla T}_{\text{Source}} = k\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \Longrightarrow \\ \int_0^{\delta_t} \rho c_p \boldsymbol{V}\cdot\nabla T\,\mathrm{d}y = -k\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_w \Longrightarrow \\ \mathrm{Re}_x\,\mathrm{Pr}\int_0^1 \boldsymbol{U}\cdot\nabla\Theta\,\mathrm{d}Y = \mathrm{Nu}_x \end{gathered} \tag{94}$$

6.1.1 努塞尔数及强化传热的途径

$$\mathrm{Nu}_x = \mathrm{Re}_x\,\mathrm{Pr}\int_0^1 \boldsymbol{U}\cdot\nabla\Theta\,\mathrm{d}Y \tag{95}$$

$$\mathrm{Nu}_x \uparrow \Longleftarrow \begin{cases} \mathrm{Re}_x \uparrow,\quad \mathrm{Pr}\uparrow \\ \boldsymbol{U}\cdot\nabla\Theta(\text{夹角, 饱满度})\uparrow \end{cases} \tag{96}$$

- 纯导热

$$\begin{gathered} \boldsymbol{U}\cdot\nabla\Theta = 0\ (\text{速度方向与等温线平行}) \\ \mathrm{Nu} = 1 \end{gathered} \tag{97}$$

- 对流占优

$$\boldsymbol{U}\cdot\nabla\Theta=|\boldsymbol{U}\|\nabla\Theta|\ \text{(速度方向与等温线垂直)}$$

$$\mathrm{Nu}=\frac{\mathrm{Re\ Pr}}{1-e^{-\mathrm{Re\ Pr}}}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{Nu}\sim\mathrm{Re\ Pr},\quad \mathrm{Re\ Pr}>3\\ \mathrm{Nu}<1,\ 0<\mathrm{Re\ Pr}<3\\ \mathrm{Nu}\to 0,\quad \mathrm{Re\ Pr}\to 0\end{cases}\tag{98}$$

可能优于纯导热，也可能弱于纯导热

6.1.2 场协同理论

$$\mathrm{Nu}_x=\mathrm{Re}_x\ \mathrm{Pr}\int_0^1\boldsymbol{U}\cdot\nabla\Theta\,\mathrm{d}Y\tag{99}$$

- 两个矢量场：

$\boldsymbol{U},\nabla\Theta$

- 三个标量场：

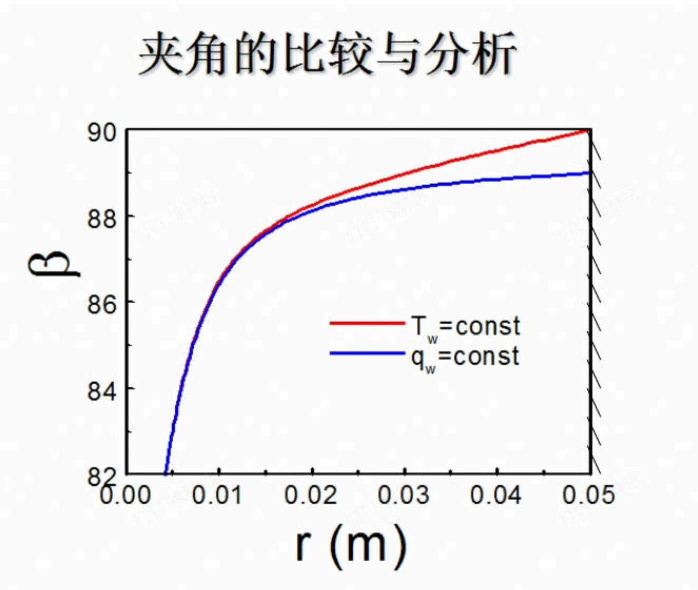
$|\boldsymbol{U}|,|\nabla\Theta|,\cos<\boldsymbol{U},\nabla\Theta>$ (or $\cos\beta$)

- **场协同数：**

$$\mathrm{Fc}=\frac{\mathrm{Nu}}{\mathrm{Re\ Pr}}=\frac{h}{\rho U_\infty c}\text{(实际换热量与流动理想换热量比值)}\tag{100}$$

$\mathrm{Fc}\longrightarrow 1\iff$ 完全协同

反映流场与温度场的协同程度



6.2 强制对流

6.2.1 内部强制对流

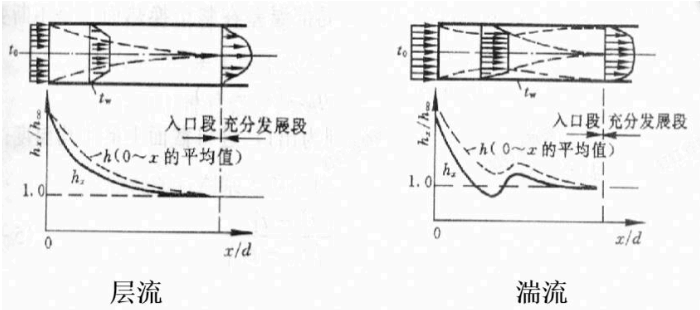
管内入口段：

- 层流：

$$\frac{l}{d}\approx\frac{l_t}{d}\approx 0.05\ \mathrm{Re\ Pr}\tag{101}$$

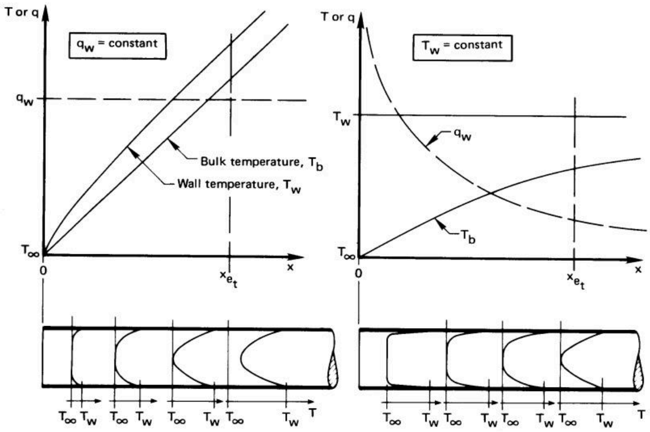
- 湍流

$$\frac{l}{d} \approx \frac{l_t}{d} \approx 60 \tag{102}$$



热边界条件

- 层流：除液态金属外，两种条件差别可忽略
- 湍流：两种边界条件下传热系数差异明显



特征值：

- 特征速度：截面平均温度
- 特征温度：截面平均温度：$T_f = \frac{\int c_p \rho T u \,\mathrm{d}A}{\int c_p \rho u \,\mathrm{d}A}$
- 平均温差
  - 恒热流：$\Delta T_m = T_w - T_f$
  - 恒壁温：$h_m A \Delta T_m = q_m c_p \left(T_{f,o} - T_{f,i}\right) \Rightarrow \Delta T_m = \frac{T_{f,o} - T_{f,i}}{\ln\left(\frac{T_w - T_{f,i}}{T_w - T_{f,o}}\right)}$

6.2.2 管内湍流传热实验关联式

- **Dittus-Boelter 公式**

实验验证范围：

$$\mathrm{Re}_f = 10^4 \sim 1.2 \times 10^5, \mathrm{Pr}_f = 0.7 \sim 120, \frac{l}{d} \geq 60 \tag{103}$$

$$\mathrm{Nu}_f = 0.023 \mathrm{Re}_f^{0.8} \mathrm{Pr}_f^n \begin{cases} n = 0.4, & \text{heating} \\ n = 0.3, & \text{cooling} \end{cases} \tag{104}$$

- 修正公式

$$\mathrm{Nu}_f = 0.023\mathrm{Re}_f^{0.8}\mathrm{Pr}_f^n c_t \begin{cases} c_t = \begin{cases} \left(\frac{T_f}{T_w}\right)^{0.5}, & \text{heating} \\ c_t{=}1, & \text{cooling} \end{cases}, & \text{Gas} \\ c_t = \left(\frac{\mu_f}{\mu_w}\right)^m \begin{cases} m{=}0.11, & \text{heating} \\ m{=}0.25, & \text{cooling} \end{cases}, & \text{Liquid} \end{cases} \tag{105}$$

- **Sieder-Tate 公式**

实验验证范围：

$$\mathrm{Re}_f \geq 10^4, \mathrm{Pr}_f = 0.7 \sim 16700, \frac{l}{d} \geq 60 \tag{106}$$

$\mathrm{Nu}_f = 0.023\mathrm{Re}_f^{0.8}\mathrm{Pr}_f^n \left(\frac{\mu_f}{\mu_w}\right)^{0.14}$

- **米海耶夫公式**

实验验证范围：

$$\mathrm{Re}_f = 10^4 \sim 1.75 \times 10^6, \mathrm{Pr}_f = 0.6 \sim 700, \frac{l}{d} \geq 50 \tag{107}$$

$\mathrm{Nu}_f = 0.023\mathrm{Re}_f^{0.8}\mathrm{Pr}_f^{0.43} \left(\frac{\mathrm{Pr}_f}{\mathrm{Pr}_w}\right)^{0.25}$

- **其他修正：**
  - 当量直径：

$$d_e = \frac{4A_c}{P} \tag{108}$$

  - 入口段修正系数：

$$c_l = 1 + \left(\frac{d}{l}\right)^{0.7} \tag{109}$$

  - 螺线管修正系数：

$$c_r = \begin{cases} 1 + 10.3\left(\frac{d}{R}\right)^3, & \text{Liquid} \\ 1 + 1.77\frac{d}{R}, & \text{Gas} \end{cases} \tag{110}$$

若$\mathrm{Pr} \ll 0.6$由光滑圆管内充分发展**湍流传热准则式**：

- 均匀热流边界：

$$\text{实验验证范围：}\mathrm{Re}_f = 3.6 \times 10^3 \sim 9.05 \times 10^5, \mathrm{Pe}_f = 10^2 \sim 10^4 \tag{111}$$

$$\mathrm{Nu}_f = 4.82 + 0.0185\mathrm{Pe}_f^{0.827} \tag{112}$$

- 均匀壁温边界：

$$\text{实验验证范围：}\mathrm{Pe}_f > 100 \tag{113}$$

$$\mathrm{Nu}_f = 5.0 + .025\mathrm{Pe}_f^{0.8} \tag{114}$$

6.2.3 外部强制对流传热实验关联式

- 横掠单管
  - 圆管：

$$\mathrm{Nu} = CRe^n Pr^{\frac{1}{3}} \tag{115}$$

  - 非圆管：也可用上述形式，但C，n的值需改变
- 外掠球

$$\mathrm{Nu} = 2 + \left(0.4\mathfrak{R}^{\frac{1}{2}} + 0.06Re^{\frac{2}{3}}\right)Pr^{0.4}\left(\frac{\mu_\infty}{\mu_w}\right)^{\frac{1}{4}} \tag{116}$$

- 横掠管束

$$\mathrm{Nu} = \varepsilon_n CRe^n Pr^{0.36}\left(\frac{Pr_f}{Pr_w}\right)^{\frac{1}{4}} \tag{117}$$

6.2.4 射流冲击传热实验关联式

6.3 自然对流

- Govern equation

$$\begin{gathered}
u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -g - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \Rightarrow \\
u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{g}{\rho}(\rho_\infty - \rho) + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \Rightarrow \\
u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = g\beta\theta + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}
\end{gathered} \tag{118}$$

无量纲形式：

$$\begin{gathered}
\frac{u_\infty l}{\nu}\left(U\frac{\partial U}{\partial X} + V\frac{\partial U}{\partial Y}\right) = \frac{g\beta\Delta T l^2}{\nu u_\infty}\Theta + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \Longrightarrow \\
U\frac{\partial U}{\partial X} + V\frac{\partial U}{\partial Y} = \frac{\mathrm{Gr}}{\mathrm{Re}^2}\Theta + \frac{1}{\mathrm{Re}}\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}
\end{gathered} \tag{119}$$

- Grashof number

$$\mathrm{Gr} = \frac{g\beta\Delta T l^3}{\nu^2} \tag{120}$$

表征浮升力与粘性力的比值

自然对流传热准则方程：

$$\mathrm{Nu} = f(\mathrm{Gr}, \mathrm{Pr}) \tag{121}$$

6.3.1 大空间自然对流传热实验关联式

$$\mathrm{Nu} = C(\mathrm{Gr}\ \mathrm{Pr})^n \tag{122}$$

常热流边界：

$$\mathrm{Nu} = B(\mathrm{GrNu}\ \mathrm{Pr})^m \tag{123}$$

6.3.2 有限空间自然对流传热实验关联式

$$\mathrm{Nu}=C(\mathrm{Gr}_\delta\ \mathrm{Pr})^n\left(\frac{H}{\delta}\right)^m \tag{124}$$

6.4 混合对流

$$\begin{cases}\frac{\mathrm{Gr}}{\mathrm{Re}^2}\geq 0\Rightarrow \text{自然对流影响不能忽略}\\ \frac{\mathrm{Gr}}{\mathrm{Re}^2}\geq 1\Rightarrow \text{强制对流相比自然对流可忽略}\end{cases} \tag{125}$$

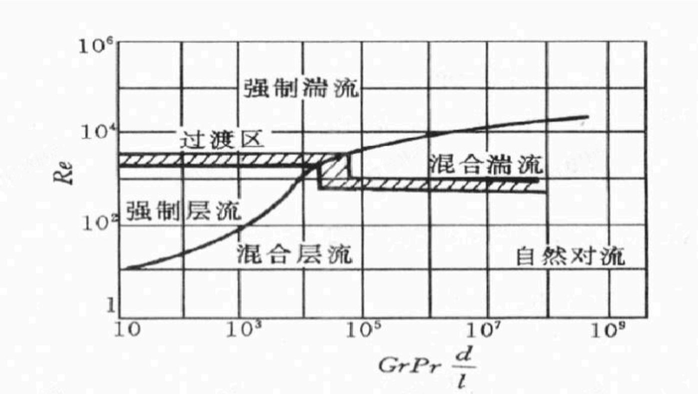


图 5-32　横管内强制、自然、混合流动区的划分

估算关联式：

$$\mathrm{Nu}_M^n=\mathrm{Nu}_F^n\pm\mathrm{Nu}_N^n \tag{126}$$

两种流动方向相同时取正号，相反时取负号。n 之值常取为 3。

7 相变传热

7.1 凝结传热

7.1.1 珠状凝结

- **Young's equation**

$$\sigma_{sg}-\sigma_{sl}=\sigma_{lg}\cos\theta \tag{127}$$

θ为接触角（气液相切与固体面的夹角）$\begin{cases}\theta<90^\circ\ \text{亲水表面}\\ \theta>90^\circ\ \text{疏水表面}\end{cases}$

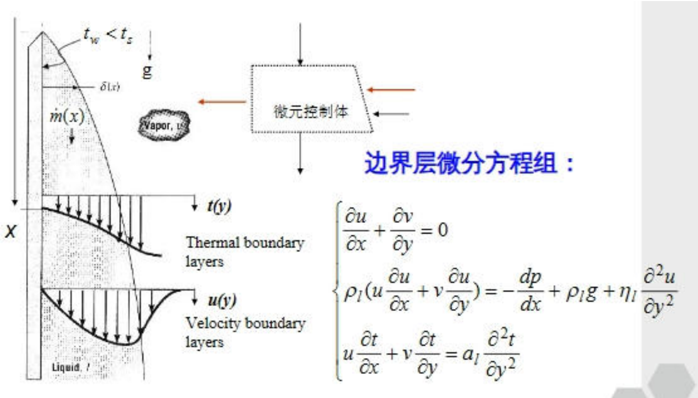
气液两界面压差：

$$\Delta p=2\frac{\sigma_{\mathrm{lg}}}{R} \tag{128}$$

7.1.2 膜状凝结

- **Nusselt 膜状凝结理论**
  - 常物性
  - 主流蒸气静止，无对液膜的粘滞应力
  - 液膜惯性力可忽略
  - 气液界面无温差
  - 膜内温度分布线性（膜内无对流）
  - 液膜过冷度可忽略

- 气体密度相对液体可忽略不计
- 液膜表面平整无波动



- 控制方程：

$$
\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0
$$
$$
\mu_l\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\rho_l g=0 \tag{129}
$$
$$
\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}=0
$$

- 边界条件：

$$
\begin{aligned}
y=0 &\Longrightarrow u=0, T=T_w \\
y=\delta &\Longrightarrow \frac{\partial u}{\partial y}=0, T=T_s
\end{aligned} \tag{130}
$$

解得：

$$
\begin{aligned}
u &= \frac{\rho_l g}{\mu_l}\left(\delta y-\frac{1}{2}y^2\right) \\
T &= T_w+(T_s-T_w)\frac{y}{\delta}
\end{aligned} \tag{131}
$$

单位截面单位时间潜热守恒：

$$
\mathrm{d}q_m r = r\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\int_0^\delta \rho_l u\,\mathrm{d}y = r\left[\frac{g\rho_l^2\delta^2\,\mathrm{d}\delta}{\mu_l}\right] = \lambda_l\frac{T_s-T_w}{\delta}\,\mathrm{d}x \tag{132}
$$

- **竖壁膜状凝结**

$$
h_V = 0.943\left[\frac{gr\rho_l^2\lambda_l^3}{\mu_l L(T_s-T_w)}\right]^{1/4} \tag{133}
$$

修正后：

$$h_V = 1.13\left[\frac{gr\rho_l^2\lambda_l^3}{\mu_l L(T_s - T_w)}\right]^{1/4} \tag{134}$$

- **水平管外膜状凝结**

$$h_H = 0.729\left[\frac{gr\rho_l^2\lambda_l^3}{\mu_l d(T_s - T_w)}\right]^{1/4} \tag{135}$$

- **球表面**

$$h_S = 0.826\left[\frac{gr\rho_l^2\lambda_l^3}{\mu_l d(T_s - T_w)}\right]^{1/4} \tag{136}$$

水平管与竖壁(管)传热系数比:

$$\frac{h_H}{h_V} = 0.77\left(\frac{L}{d}\right)^{1/4} \tag{137}$$

倾斜壁面则用$g\sin\varphi$代替g

- **湍流膜状凝结**

液膜特征雷诺数:

$$Re = \frac{d_e\rho\bar{u}_l}{\mu} = \frac{\frac{4A}{P}q_{m,l}}{\mu} = \frac{4\delta q_{m,l}}{\mu} = \frac{4\delta h(T_s - T_w)L}{\mu r} \tag{138}$$

水平管:

$$Re = \frac{4\delta h(T_s - T_w)\pi R}{\mu r} \tag{139}$$

整个壁面的平均表面传热系数:

$$\bar{h} = h_{lam}\frac{x_c}{l} + h_{turb}\left(1 - \frac{x_c}{l}\right) \tag{140}$$

整理得:

$$Nu = Ga^{1/3}\frac{Re}{58Pr_s^{-1/2}\left(\frac{Pr_w}{Pr_s}\right)^{1/4}(Re^{3/4} - 253) + 9200} \tag{141}$$

7.1.3 膜状凝结影响

- **不凝结气体**：分压增大冷凝的压阻（抑制扩散传质）
- **管排数**：凝结液滴落碰撞与飞溅造成影响
- **蒸气流速**：高速蒸气会有粘滞应力，导致液膜拉薄（$h\uparrow$）或增厚（$h\downarrow$）
- **蒸气过热度**：潜热改用过热蒸气与饱和液焓差即可
- **液膜过冷度及温度分布非线性**:

$$r' = r + 0.68c_p(T_s - T_w) = r(1 + 0.68Ja) \tag{142}$$

$$Ja = \frac{c_p(T_s - T_w)}{r} \tag{143}$$

Jakob 数, 衡量液膜过冷度大小(显热与潜热之比).

7.1.4 膜状凝结传热强化

- 管内强制对流冷凝传热

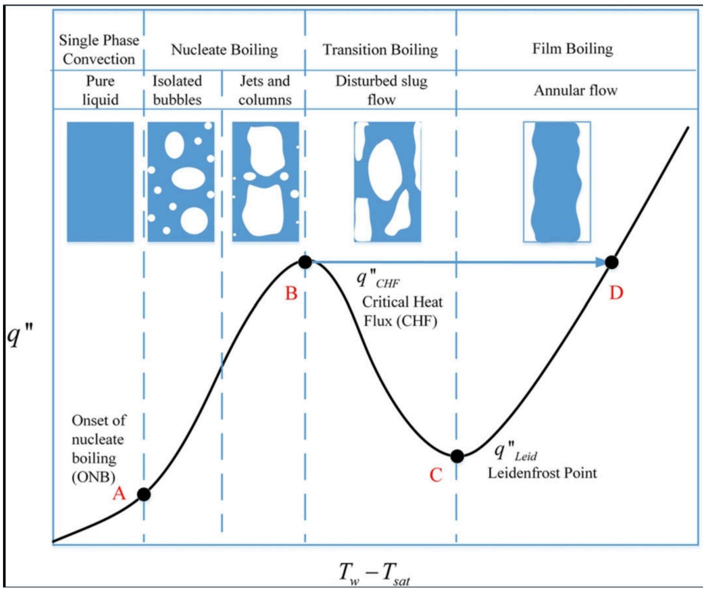
蒸气流速较大时，形成环状流动（annular flow）

- 膜状凝结强化技术：
  - **减薄液膜：** 锯齿管、肋管（表面张力降低肋峰处厚度）
  - **及时排液：** 排液圈、泄流板

7.2 沸腾传热

7.2.1 池沸腾（大容器沸腾）

- **沸腾曲线——沸腾传热的基本模式**

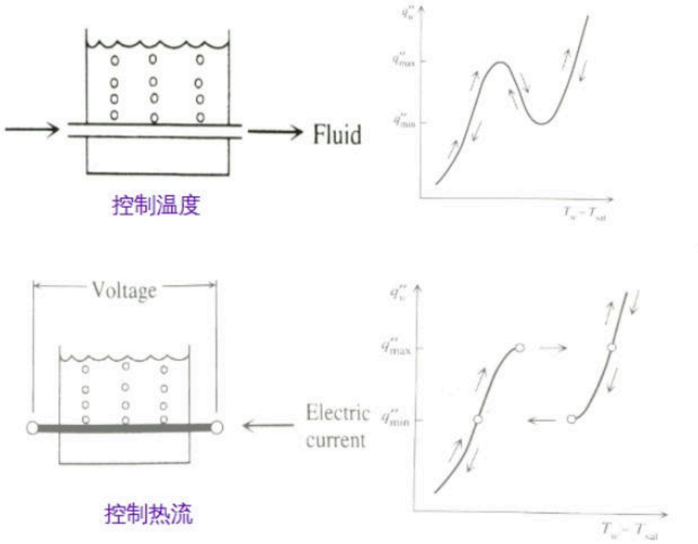


壁面过热度

$$\Delta T = T_w - T_s \tag{144}$$

- **自然对流区** $\Delta T < 4°C$
  - 过热液体对流至自由液面后蒸发
- **核态沸腾区**
  - **孤立气泡区**
    - 气泡彼此互不干扰,对液体扰动大,换热强
  - **气柱区**
    - 扰动更强,热流密度上升,直至达到**临界热流密度**
    - **DNB** 点:沸腾危机点
- **过度沸腾区**
  - 气泡迅速形成以至形成气膜,导热系数降低
  - **Leidenfrost 点**
- **膜态沸腾区**

- 气泡形成稳定气膜,此后过热蒸汽传热,热流密度增加(对流和辐射均增加)



7.2.2 （管内）强制对流沸腾

表 1: 竖直管内强制对流沸腾传热流动换热情况

流动类型	换热类型
单相水	单相对流换热
泡状流	过冷沸腾
块状流	液膜对流沸腾
环状流	湿蒸气换热
单相流	过热蒸气换热

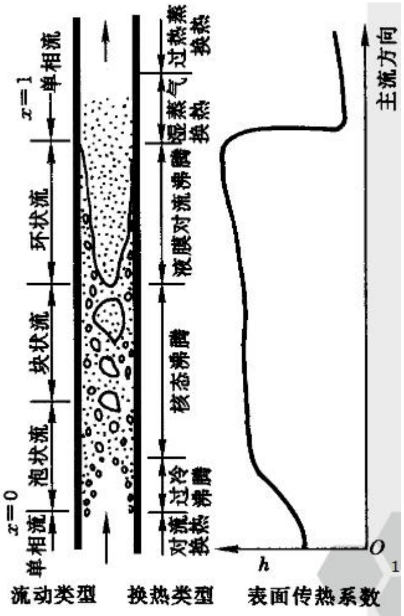
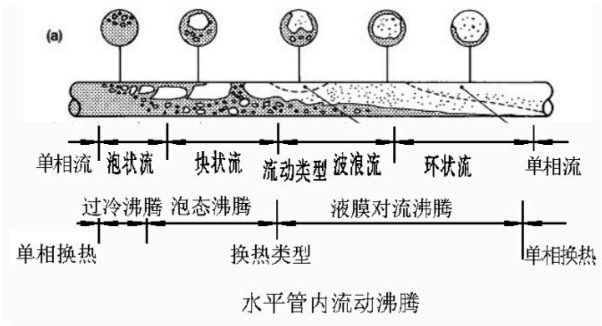
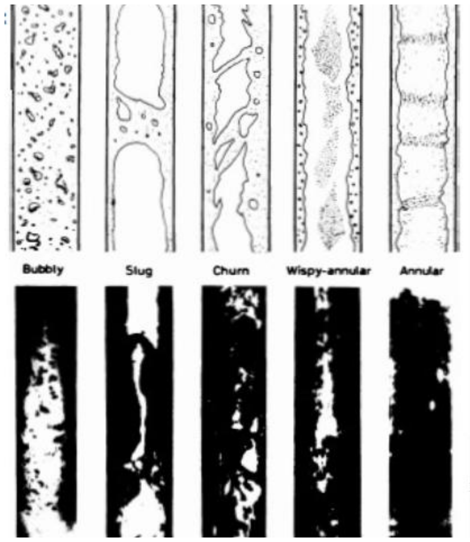


表 2: 竖直管/水平管内强制对流沸腾传热流动分类

竖直管	泡状流	弹状流	浪状流	雾-环状流	环状流	
水平管	泡状流	塞状流	分层流	波状流	弹状流	环状流

➢ 水平管内强制对流沸腾：





7.2.3 沸腾换热机理(气泡动力学)

一般认为粗糙表面微细凹缝或裂穴可能成为汽化核心

- **气泡生成必要条件**:
  - 加热壁面需有汽化核心

$$\pi R^2(p_v - p_l) = 2\pi R\sigma$$
$$R = \frac{2\sigma}{p_v - p_l} > 0 \tag{145}$$
$$p_v > p_l \approx p_s$$

  - 液体需过热

$$T_l = T_v > T_s \tag{146}$$

- **气泡存在条件**:

气泡半径需满足**克拉伯龙方程**

$$R \geq R_{\min} = \frac{2\sigma T_s}{r\rho_v(T_w - T_s)} \tag{147}$$

7.2.4 沸腾换热计算

池沸腾(核态沸腾)

- **米海耶夫公式**

对水:

$$h = 0.1224\Delta T^{2.33}p^{0.5} = 0.5335q^{0.7}p^{0.15} \tag{148}$$

- **Rohsenow 公式**

$$\frac{c_{p,l}\Delta T}{r} = C_{w,l}\left[\frac{q}{\mu_l r}\sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho_l - \rho_v)}}\right]^{1/3} Pr_l^s$$
$$Ja = C_{w,l}Re^{1/3}Pr_l^s \tag{149}$$

$C_{w,l}$为取决于加热表面——液体组合的经验常数

对水:$s = 1$,其他液体:$s = 1.7$

- **Cooper 公式**

$$\begin{gathered} h = Cq^{0.67} M_r^{-0.5} p_r^m (-\lg p_r)^{-0.55} \\ C = 90\ [W^{0.33}/(m^{0.66} \cdot K)] \\ m = 0.12 - 0.21 \lg\{R_p[\mu m]\} \end{gathered} \tag{150}$$

M_r相对分子质量,R_p表面粗糙度(单位μm)

- **临界热流密度(CHF)**

Taylor 气膜不稳定性原理:

$$q_{\max} = \frac{\pi}{24} r \rho_v \left[\frac{\sigma g(\rho_l - \rho_v)}{\rho_v^2}\right]^{1/4} \left(\frac{\rho_l}{\rho_l + \rho_v}\right)^{1/2} \tag{151}$$

推荐公式(实际压力偏离临界压力较远时)

$$q_{\max} = 0.149 r \rho_v^{0.5} [\sigma g(\rho_l - \rho_v)]^{0.25} \tag{152}$$

考虑接触角:

$$\begin{gathered} q_{\max} = C(\theta, \varphi) r \rho_v^{0.5} [\sigma g(\rho_l - \rho_v)]^{0.25} \\ C(\theta, \varphi) = \frac{1 + \cos\theta}{16} \left[\frac{2}{\pi} + \frac{\pi}{4}(1 + \cos\theta) \cos\varphi\right]^{0.5} \end{gathered} \tag{153}$$

膜态沸腾

- **横管膜态沸腾**(类比膜状凝结)

$$h = 0.62 \left[\frac{g r \rho_v (\rho_l - \rho_v) \lambda_v^3}{\mu_v d (T_w - T_s)}\right]^{0.25} \tag{154}$$

定性温度$T_m = \frac{T_w + T_s}{2}$决定蒸气热物性

- **球面膜态沸腾**

$$h = 0.67 \left[\frac{g r \rho_v (\rho_l - \rho_v) \lambda_v^3}{\mu_v d (T_w - T_s)}\right]^{0.25} \tag{155}$$

- **考虑辐射换热**

$$h^{\frac{4}{3}} = h_c^{\frac{4}{3}} + h_r^{\frac{4}{3}} \tag{156}$$

7.2.5 沸腾传热的影响因素

- **不凝结气体**: 溶解的不凝结气体逸出可促进壁面凹坑活化,相同过热度下增强换热
- **过冷度**: 核态沸腾起始区域:$h \sim (T_w - T_f)^{\frac{1}{4}}$,相比饱和液换热会更强
- **重力加速度**: 影响自然对流
- **沸腾表面结构**: 微小凹坑易产生汽化核心
- **液位高度**: 液位降低到一定值时,表面传热系数随液位降低而升高(水常压下的临界液位约为$5mm$)
- **管束**: 气泡上升扰动上端管道沸腾

7.2.6 沸腾换热强化

- 液体: 加入表面活性剂⟶降低表面张力,使气泡更易产生;**纳米流体(微尺度沸腾传热)**
- 加热面改造:腐蚀表面获取更多汽化核心点
- 降膜蒸发
- 热管

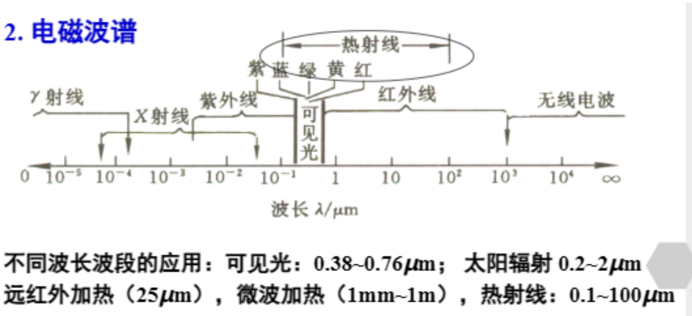
8 辐射传热

8.1 基本概念

- 定义:

由热运动产生的表现为电磁波形式的能量

- 特点:
  - 高于 0 K 的任何物体均会向空间发出辐射
  - 无需介质
  - 伴随电磁能-热能转变
  - 强烈方向性
  - 辐射能量~波长、温度
  - 发射辐射满足四次方定律



- **物体表面对电磁波的作用**

$$Q = Q_\alpha + Q_\rho + Q_\tau \Longrightarrow \frac{Q_\alpha}{Q} + \frac{Q_\rho}{Q} + \frac{Q_\tau}{Q} = 1 \tag{157}$$

$$\alpha + \rho + \tau \tag{158}$$

- **吸收比（absorbivity）**：α
- **反射比（reflectivity）**:ρ
- **透射比（transmissivity）**：τ

金属/大多数固体和液体：一般$\tau = 0, \alpha + \rho = 1$ 不含颗粒气体：$\rho = 0, \alpha + \tau = 1$ 黑体：$\alpha = 1$ 镜体或白体：$\rho = 1$ 透明体：$\tau = 1$

- 固体反射分类（取决于粗糙程度）
  - 镜反射
  - 漫反射

- 黑体模型——能吸收到投入其面上的所有热辐射能($\alpha = 1$)的理想模型

8.2 黑体辐射基本定律

- **辐射力E**

单位时间内，物体单位表面积向半球空间发射的所有波长的能量总和

- **光谱辐射力E_λ**

单位时间内，单位波长范围内，物体的单位表面积向半球空间发射的能量

$$E = \int_0^\infty E_\lambda \, \mathrm{d}\lambda \tag{159}$$

- **黑体辐射力E_b**
- **黑体光谱辐射力$E_{b\lambda}$**
- **投入辐射G**

单位时间内投射到表面的单位体积上的总辐射能

- **有效辐射J**

单位时间内离开表面的单位面积上的总辐射能(W·m^{-2})：包括物体表面自身辐射力与其对投入辐射力的反射部分(e+r)

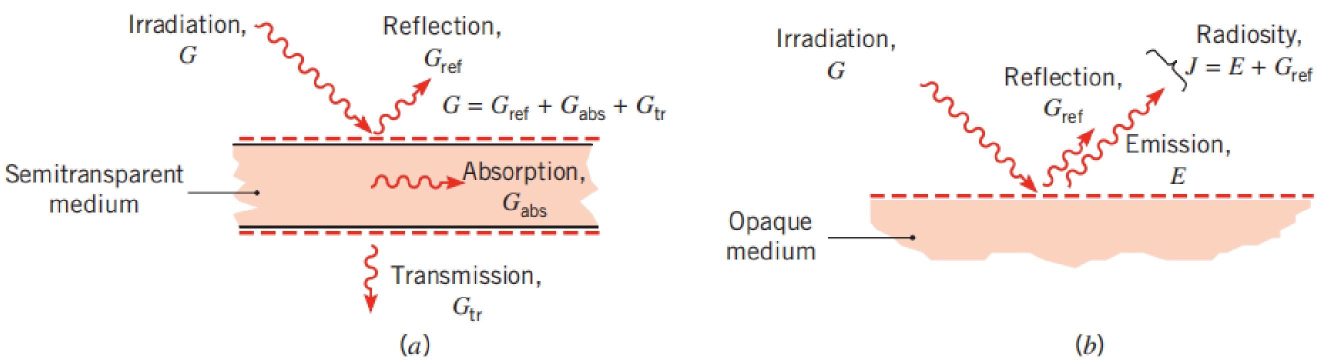
$$J = E + \rho G \tag{160}$$

- **净辐射换热量q**

$$q = J - G \tag{161}$$

对于不透明介固体：

$$q = E - \alpha G \tag{162}$$



- **Stefan-Boltzmann 定律（适用于远场辐射）**

$$E_b = \sigma T^4 = C_0 \left(\left(\frac{T}{100} \right)^4 \right) \tag{163}$$
$$\sigma = 5.67 \times 10^{-8}\ \mathrm{W/(m^2 \cdot \mathit{K}^4)}, \quad C_0 = 5.67\ \mathrm{W/(m^2 \cdot \mathit{K}^4)}$$

Stefan-Boltzmann 常数σ，黑体辐射系数C_0

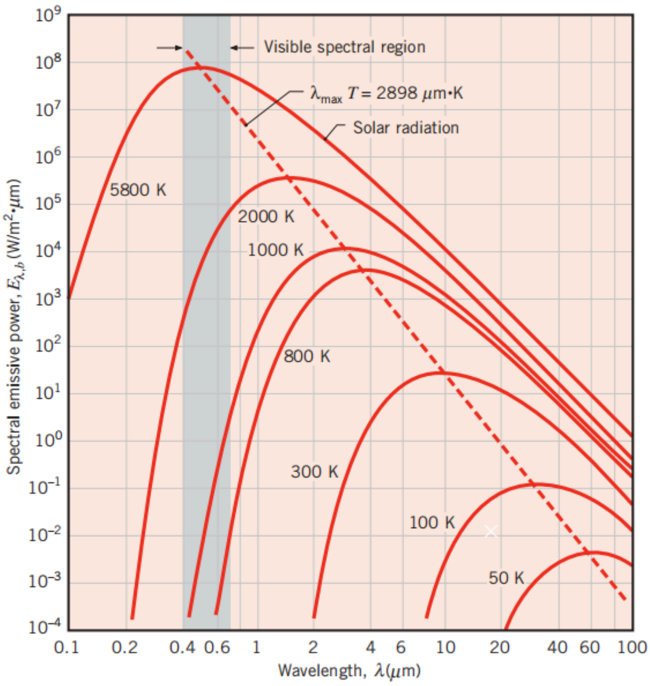
- **Planck 定律**

$$E_{b\lambda} = \frac{c_1 \lambda^{-5}}{e^{c_2/(\lambda T)} - 1} \tag{164}$$

第一辐射常数$c_1 = 3.742 \times 10^{-16}\ \mathrm{W} \cdot m^2$，第二辐射常数$c_2 = 1.4388 \times 10^{-2}\ \mathrm{W} \cdot K$

- **Wien 位移定律**

$$\lambda_m T = 2.8976 \times 10^{-3} \quad \mathrm{m} \cdot \mathrm{K} \tag{165}$$



$$E_b = \int E_{b\lambda}\,\mathrm{d}\lambda = \int \frac{c_1\lambda^{-5}}{e^{c_2/(\lambda T)} - 1}\,\mathrm{d}\lambda \tag{166}$$

- **黑体辐射函数**

$$F_{b(0-\lambda)} = \frac{E_{b(0-\lambda)}}{E_b} = \frac{\int_0^\lambda E_{b\lambda}\,\mathrm{d}\lambda}{\sigma T^4} = f(\lambda T) \tag{167}$$

$$F_{b(\lambda_1-\lambda_2)} = f(\lambda_2 T) - f(\lambda_1 T) \tag{168}$$

- **Lambert 定律**
- 立体角：

$$\Omega = \frac{A_c}{r^2} \tag{169}$$

- 经度角φ
- 纬度角θ

$$\mathrm{d}A_c = r\,\mathrm{d}\theta r\sin\theta\,\mathrm{d}\varphi \tag{170}$$

$$\mathrm{d}\Omega = \frac{\mathrm{d}A_c}{r^2} = \sin\theta\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}\varphi \tag{171}$$

- **定向辐射强度**

$$\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}\Omega\,\mathrm{d}A\cos\theta} = I \tag{172}$$

$$E_b = \int_{\Omega=2\pi} \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}A} = I_b \int_{\Omega=2\pi} \cos\theta\,\mathrm{d}\Omega = I_b \int_0^{2\pi} \mathrm{d}\varphi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\theta\cos\theta\,\mathrm{d}\theta = \pi I_b \tag{173}$$

8.3 实际物体辐射特性

- **实际物体的辐射力**

$$E = \varepsilon E_b = \varepsilon \sigma T^4 = \varepsilon C_0 \left(\frac{T}{100} \right)^4 \tag{174}$$

- **发射率（黑度）**

$$\varepsilon = \frac{E}{E_b} \tag{175}$$

- **光谱发射率**

$$\varepsilon_\lambda = \frac{E_\lambda}{E_{b\lambda}} \tag{176}$$

$$\varepsilon = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_\lambda E_{b\lambda}\, \mathrm{d}\lambda}{\sigma T^4} \tag{177}$$

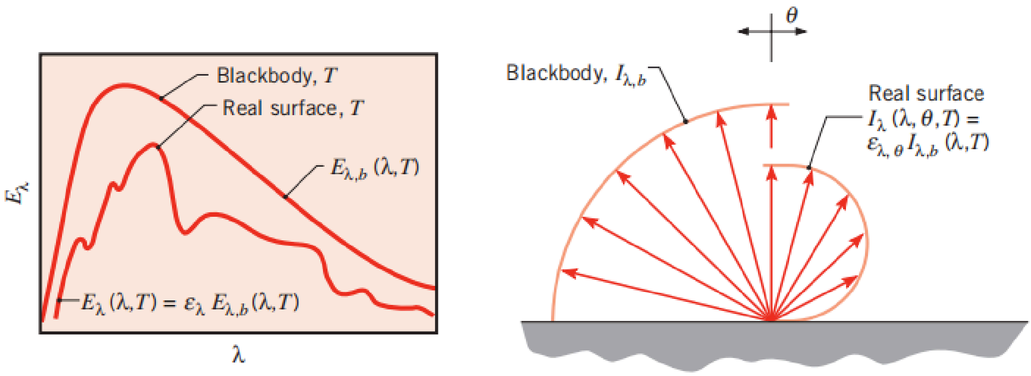
- **方向光谱发射率**

$$\varepsilon_{\theta\lambda} = \frac{I_{\theta\lambda}}{I_{b\lambda}} \tag{178}$$

- **方向总发射率**

$$\varepsilon_\theta = \frac{I_\theta}{I_b} = \frac{\int_0^\infty I_{\theta\lambda}\, \mathrm{d}\lambda}{\int_0^\infty I_{b\lambda}\, \mathrm{d}\lambda} \tag{179}$$

$$\varepsilon = \frac{\int_{\Omega=2\pi} \varepsilon_\theta I_b \cos\theta\, \mathrm{d}\Omega}{\pi I_b} = \frac{\int_{\Omega=2\pi} \varepsilon_\theta \cos\theta\, \mathrm{d}\Omega}{\pi} \tag{180}$$



(a) (b)

- **漫反射：** 表面方向发射率与方向无关

$$\varepsilon = M \varepsilon_n \tag{181}$$

8.4 实际物体吸收特性

- 选择性吸收与**吸收比：**

$$\alpha = \frac{G_{\mathrm{abs}}}{G} \tag{182}$$

- **光谱吸收比**

$$\alpha_\lambda = \frac{G_{\lambda,\text{abs}}}{G_\lambda} \tag{183}$$

$$\alpha_1 = \frac{\int_0^\infty \alpha_{\lambda,1}\varepsilon_{\lambda,2}E_{b\lambda,2}\,\mathrm{d}\lambda}{\int_0^\infty \varepsilon_{\lambda,2}E_{b\lambda,2}\,\mathrm{d}\lambda} \tag{184}$$

- **漫射表面/漫射体**：定向发射率与方向无关
- **灰体**：光谱吸收比与波长无关
- **漫灰体**：漫射体+灰体
- **白体**：镜面
- **Kirchhoff 定律**

无条件情况下，方向光谱发射比与方向光谱吸收比恒等

$$\varepsilon_{\theta\lambda} = \alpha_{\theta\lambda} \tag{185}$$

漫射表面的光谱发射比与光谱吸收比恒等

$$\varepsilon_\lambda = \alpha_\lambda \tag{186}$$

与**黑体辐射**处于热平衡的所有物体 或 **漫灰表面**

$$\varepsilon = \alpha \tag{187}$$

9 辐射传热计算

9.1 辐射传热角系数

- **假设：两者均为漫反射表面；辐射热流密度均匀**
- 表面 1 对表面 2 的角系数：表面 1 有效辐射J_1转化为表面 2 上投入辐射G_2的百分数

$$X_{1,2} = \frac{G_2A_2}{J_1A_1} \tag{188}$$

- 表面 2 对表面 1 的角系数：表面 2 有效辐射J_2转化为表面 1 上投入辐射G_1的百分数

$$X_{2,1} = \frac{G_1A_1}{J_2A_2} \tag{189}$$

- **性质：**
  - **相对性：**

$$\begin{gathered} X_{d1,d2}\,\mathrm{d}A_1 = X_{d2,d1}\,\mathrm{d}A_2 \\ X_{1,2}A_1 = X_{2,1}A_2 \end{gathered} \tag{190}$$

  - **完整性：**

$$\sum_{i=1}^{n} X_{1,i} = 1 \tag{191}$$

  非凹面时$X_{1,1} = 0$，凹面时$X_{1,1} \neq 0$

  - **可加性：**

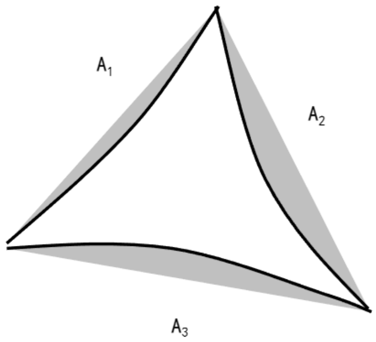
$$X_{1,2} = \sum_{i=1}^{n} X_{1,2i} \tag{192}$$

$$\begin{aligned} G_2 A_2 = \int \mathrm{d}q_{1-2} = \int \int_{\Omega=2\pi} I_{e+r,1} \cos\theta_1 \, \mathrm{d}\Omega_{2\text{to}1} \, \mathrm{d}A_1 = I_{e+r,1} \iint \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{r^2} \, \mathrm{d}A_1 \, \mathrm{d}A_2 \\ = J_1 \iint \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi r^2} \, \mathrm{d}A_1 \, \mathrm{d}A_2 \end{aligned} \tag{193}$$

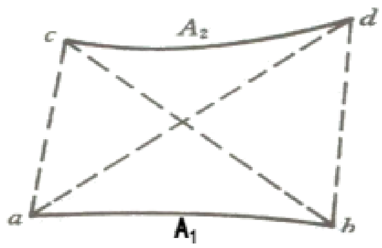
$$\begin{aligned} X_{1,2} = \frac{1}{A_1} \iint \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi r^2} \, \mathrm{d}A_1 \, \mathrm{d}A_2 \\ X_{2,1} = \frac{1}{A_2} \iint \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi r^2} \, \mathrm{d}A_1 \, \mathrm{d}A_2 \end{aligned} \tag{194}$$

$$\begin{aligned} X_{d1,d2} = \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi r^2} \, \mathrm{d}A_2 \\ X_{d2,d1} = \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi r^2} \, \mathrm{d}A_1 \end{aligned} \tag{195}$$

- 几何简化

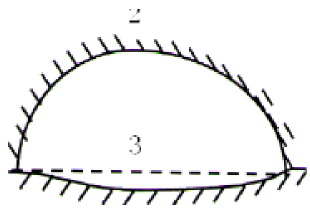


$$\begin{aligned} X_{1,2} = \frac{A_1 + A_2 - A_3}{2A_1} \\ X_{1,3} = \frac{A_1 + A_3 - A_2}{2A_1} \\ X_{2,3} = \frac{A_2 + A_3 - A_1}{2A_2} \end{aligned} \tag{196}$$



$$X_{1,2} = \frac{\text{交叉线之和} - \text{不交叉线之和}}{2 \times \text{表面}A_1\text{的断面长度}} \tag{197}$$

(3) 两个凹表面组成的封闭系统。



加一假想辅助面面3则根据角系数完整性，可得

$$X_{1,1}+X_{1,2}=X_{1,1}+X_{1,3} \Rightarrow X_{1,2}=X_{1,3}$$

$$X_{1,3}=\frac{A_3}{A_1}X_{3,1}=\frac{A_3}{A_1} \Rightarrow X_{1,2}=\frac{A_3}{A_1} \qquad X_{2,1}=\frac{A_1}{A_2}X_{1,2}=\frac{A_3}{A_2}$$

■计算技巧

- 利用分析方法的前提是系统一定是封闭的，如果不封闭可以通过做假想面的途径，令其封闭；
- 增加辅助虚构面帮助分析，注意辅助面的出现不能使系统辐射能量分布发生变化，辅助面法也称“张弦法”。

9.2 两表面封闭系统的辐射换热

9.2.1 漫灰体表面

$$\Phi_{1,2}=q_1A_1=A_1(J_1-G_1)=A_1(\varepsilon_1E_{b1}-\alpha_1G_1)$$

$$J_1=E_{b1}-\left(\frac{1}{\varepsilon_1}-1\right)q_1$$

$$q_1=\frac{E_{b1}-J_1}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1}} \tag{198}$$

$$\Phi_{1,2}=\frac{E_{b1}-J_1}{\frac{1-\varepsilon_1}{A_1\varepsilon_1}}$$

9.2.2 黑体表面

$$\Phi_{1,2}=\frac{E_{b1}-J_1}{\frac{1-\varepsilon_1}{A_1\varepsilon_1}}=\frac{0}{0}=\text{const} \Longrightarrow J_1=E_{b1},\varepsilon_1=1 \tag{199}$$

9.2.3 重辐射表面（辐射绝热表面）

$$\Phi_{1,2}=\frac{E_{b_1}-J_1}{\frac{1-\varepsilon_1}{A_1\varepsilon_1}}=0 \Longrightarrow J_1=E_{b1} \tag{200}$$

- 温度可视为黑体
- 能量可视为白体

9.2.4 两黑体表面封闭腔

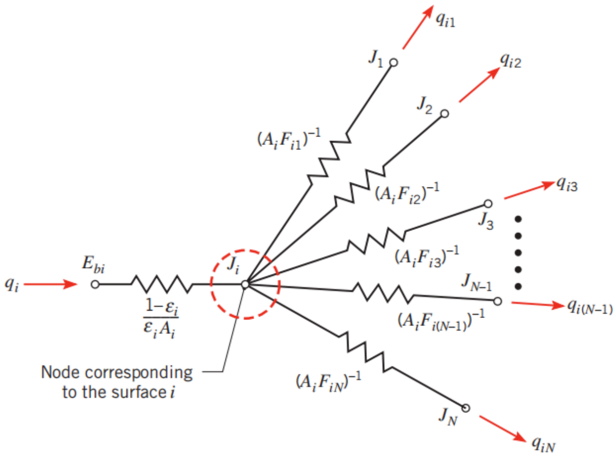
$$\Phi_{1,2}=A_1J_1X_{1,2}-A_2J_2X_{2,1}=A_1X_{1,2}(E_{b1}-E_{b2})$$

$$=\frac{E_{b1}-E_{b2}}{\frac{1}{A_1X_{1,2}}} \tag{201}$$

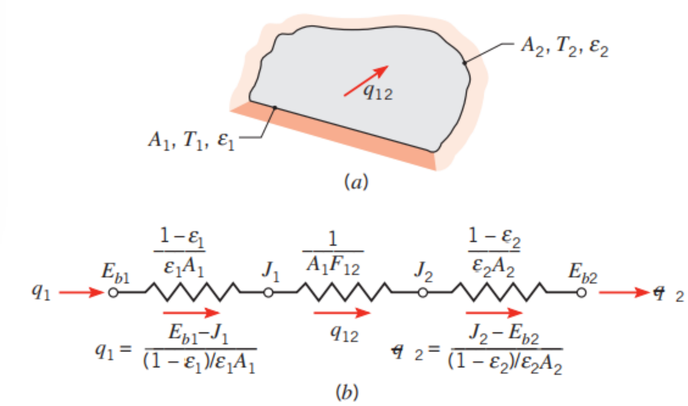
9.2.5 两表面封闭腔

$$\Phi_{1,2} = A_1 J_1 X_{1,2} - A_2 J_2 X_{2,1} = A_1 X_{1,2}(J_1 - J_2)$$
$$= \frac{J_1 - J_2}{\dfrac{1}{A_1 X_{1,2}}} \tag{202}$$

9.3 热电比拟



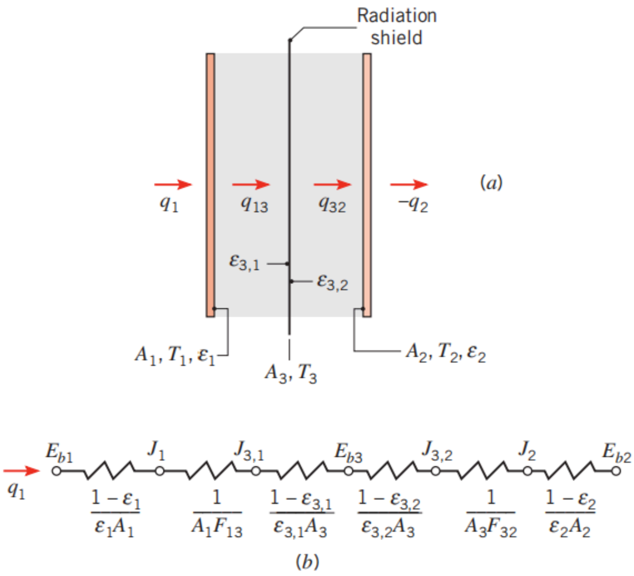
$$\Phi_i = \frac{E_{bi} - J_i}{\dfrac{1-\varepsilon_i}{A_i \varepsilon_i}} = \sum_j^N \frac{J_i - J_j}{\dfrac{1}{A_i X_{i,j}}} = \frac{E_{bi} - J_N}{\dfrac{1-\varepsilon_i}{A_i \varepsilon_i} + \sum_i^N \dfrac{1}{A_i X_{i,j}}} \tag{203}$$



$$\Phi_{1,2} = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\dfrac{1-\varepsilon_1}{A_1\varepsilon_1} + \dfrac{1}{A_1 X_{1,2}} + \dfrac{1-\varepsilon_2}{A_2\varepsilon_2}}$$
$$= \frac{A_1 X_{1,2}(E_{b1} - E_{b2})}{X_{1,2}\dfrac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1} + 1 + X_{2,1}\dfrac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2}} = \varepsilon_s A_1 X_{1,2}(E_{b1} - E_{b2}) \tag{204}$$

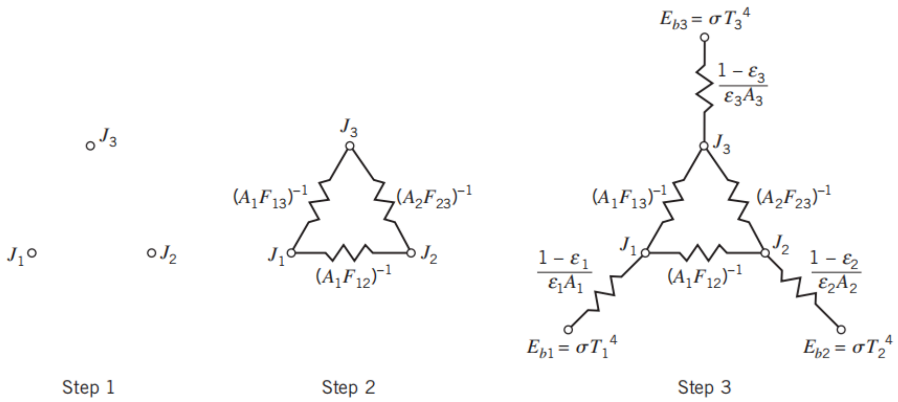
系统发射率/黑度ε_s

9.3.1 遮热板

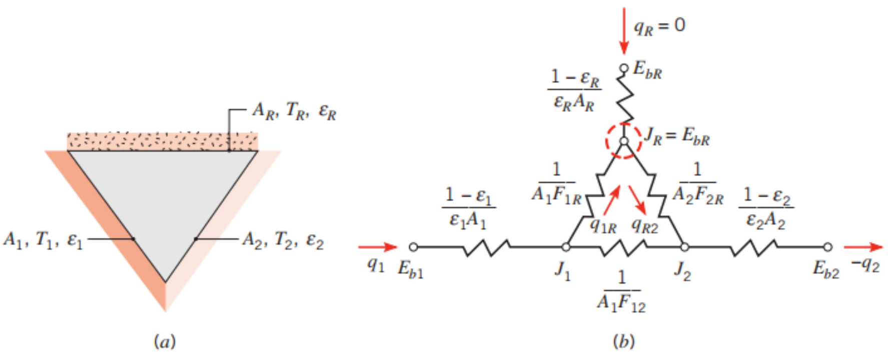


9.3.2 三表面凸封闭腔

- 正常三表面凸封闭腔



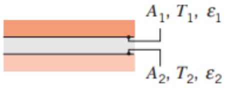
- 其中一表面为重辐射面或黑体表面



黑体相当于分支短路（三元）；重辐射面相当于分支断路（简化为二元）

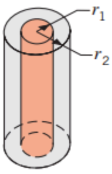
9.3.3 其他特例

Large (Infiite) Parallel Planes



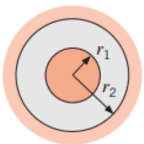
$$A_1 = A_2 = A \qquad F_{12} = 1 \qquad q_{12} = \frac{A\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}$$

Long (Infiite) Concentric Cylinders



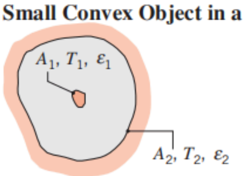
$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{r_1}{r_2} \qquad F_{12} = 1 \qquad q_{12} = \frac{\sigma A_1(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2}\left(\frac{r_1}{r_2}\right)}$$

Concentric Spheres



$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2} \qquad F_{12} = 1 \qquad q_{12} = \frac{\sigma A_1(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2}\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2}$$

Small Convex Object in a Large Cavity



$$\frac{A_1}{A_2} \approx 0 \qquad F_{12} = 1 \qquad q_{12} = \sigma A_1 \varepsilon_1 (T_1^4 - T_2^4)$$

9.4 气体辐射

- 对波长具有选择性
- 不能看成灰体
- 辐射和吸收光谱不同
- 具有体积辐射特性

9.4.1 气体吸收定律

- **Beers 定律**

$$\frac{\mathrm{d}I_{\lambda,x}}{I_{\lambda,x}} = -k_\lambda\,\mathrm{d}x,\quad k_\lambda \text{ 光谱减弱系数}$$
$$I_{\lambda,s} = I_{\lambda,0}e^{-k_\lambda s},\quad s\text{气体平均射线行程长} \tag{205}$$

$$\tau_\lambda(T, ps) = e^{-k_\lambda s}$$
$$\alpha_\lambda(T, ps) = \varepsilon_\lambda(T, ps) = 1 - e^{-k_\lambda s} \tag{206}$$

$$s \approx 3.6\frac{V}{A} \tag{207}$$

9.4.2 气体辐射率与吸收比

- 气体总发射率

$$\varepsilon_g = \frac{E_g}{E_b} = \frac{\int_0^\infty (1 - e^{-k_\lambda s}E_{b\lambda}\,\mathrm{d}\lambda)}{\sigma T_g^4} \tag{208}$$

- 水蒸气二氧化碳混合气体

$$\varepsilon_g = \varepsilon_w + \varepsilon_c - \Delta\varepsilon$$
$$\alpha_g = \alpha_w + \alpha_c - \Delta\alpha \tag{209}$$

9.4.3 气体辐射换热计算

- 黑体包壳

$$q = \varepsilon_g E_{b,g} - \alpha_g E_{b,w} \tag{210}$$

- 两无限大平板
  - 气体定温——看作黑体表面
  - 气体不定温——看作重辐射表面

气体与表面之间热阻：$\frac{1}{A_1X_{1,g}\varepsilon_g}, \frac{1}{A_2X_{2,g}\varepsilon_g}$，表面与表面之间热阻$\frac{1}{A_1X_{1,2}(1-\varepsilon_g)}$

气体与表面：

$$\begin{aligned}\Phi_{g,1} &= A_1X_{1,g}(J_g - J_1) = A_1X_{1,g}(J_g - G_g) = A_1X_{1,g}(\varepsilon_g E_{bg} + \tau_g G_g - G_g) \\ &= A_1X_1(\varepsilon_g E_{bg} - \alpha_g J_1) = \frac{E_{bg} - J_1}{A_1X_{1,g}\varepsilon_g}\end{aligned} \tag{211}$$

表面与表面：

$$\Phi_{1,2} = A_1X_{1,2}J_1\tau_g - A_2X_{2,1}J_2\tau_g = A_1X_{1,2}\tau_g(J_1 - J_2) = \frac{J_1 - J_2}{A_1X_{1,2}(1-\varepsilon_g)} \tag{212}$$

9.5 综合传热

- **多层平行板：**

热稳态下热阻可简化为

$$R = \frac{1}{\sum_i^{N-1}\left(\frac{1}{\varepsilon_i} + \frac{1}{\varepsilon_{i+1}} - 1\right)} \tag{213}$$

- **热电偶：**

热电偶结点 1 热平衡方程

$$h_1(T_f - T_1) = \varepsilon_1\sigma(T_1^4 - T_w^4) = q_r \tag{214}$$

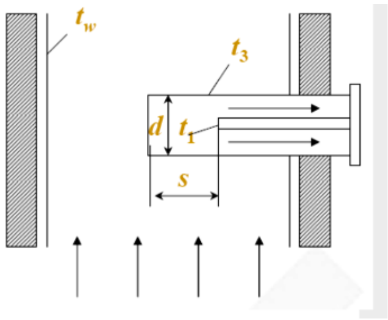
测量绝对误差：

$$\Delta T = T_f - T_1 = \frac{q_r}{h_1} \tag{215}$$

采用遮热罩式热电偶可减小q_r，抽气式热电偶可增大h_1

- **遮热罩热电偶**

$$h_1(T_F - T_1) = \varepsilon_1\sigma(T_1^4 - T_3^4)$$
$$h_3(T_f - T_3) = \varepsilon_3\sigma(T_3^4 - T_w^4) \tag{216}$$



- 同时考虑辐射与对流
  - 单相

$$h = h_c + h_r \tag{217}$$

  - 膜态沸腾

$$h^{\frac{4}{3}} = h_c^{\frac{4}{3}} + h_r^{\frac{4}{3}} \tag{218}$$

$$h_r = \frac{\Phi_r}{A(T_w - T_f)} \tag{219}$$

10 传热过程分析与换热器的热计算

10.1 传热过程分析与计算

10.1.1 平壁传热

$$k = \frac{1}{\frac{1}{h_1} + \sum_i^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{h_2}} \tag{220}$$

10.1.2 圆筒壁

- 管外侧为基准

$$k = \frac{1}{\frac{1}{h_1}\frac{d_o}{d_i} + \frac{d_o}{2\lambda}\ln\frac{d_o}{d_i} + \frac{1}{h_o}} \tag{221}$$

- 管内侧为基准

$$k = \frac{1}{\frac{1}{h_1} + \frac{d_i}{2\lambda}\ln\frac{d_o}{d_i} + \frac{1}{h_o}\frac{d_i}{d_o}} \tag{222}$$

10.1.3 带保温层圆筒/圆管

$$\Phi = \frac{\pi l(T_{fo} - T_{fi})}{\frac{1}{h_i d_i} + \frac{1}{2\lambda_1}\ln\left(\frac{d_m}{d_i}\right) + \frac{1}{2\lambda_2}\ln\left(\frac{d_o}{d_m}\right) + \frac{1}{h_o d_o}} \tag{223}$$

在$d_o = \frac{2\lambda_2}{h_2} = d_{cr}$有传热极大值

10.1.4 肋壁

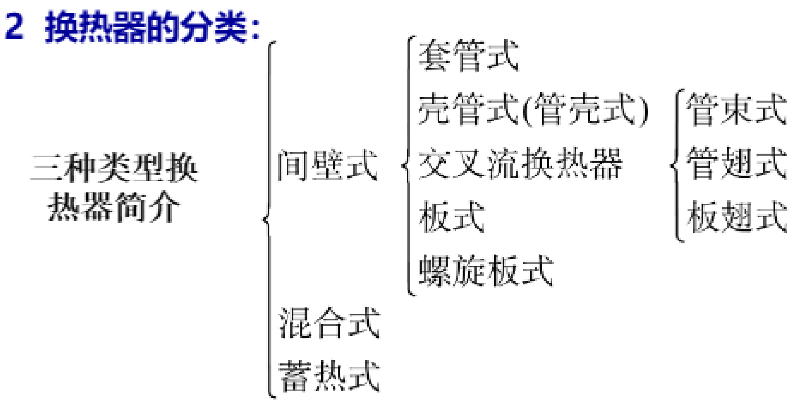
- 肋侧为基准

$$k=\frac{1}{\frac{1}{h_i}\frac{A_o}{A_i}\frac{\delta}{\lambda}\frac{A_o}{A_i}+\frac{1}{h_o\eta_o}},\quad \eta_o=\frac{A_1+\eta_f A_2}{A_o}(\text{肋面效率}),\quad \eta_f(\text{肋效率}) \tag{224}$$

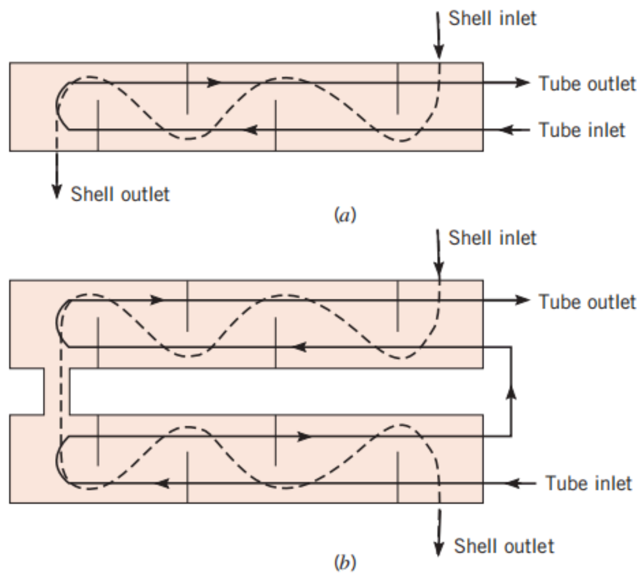
- **光侧表面为基准**

$$k=\frac{1}{\frac{1}{h_i}+\frac{\delta}{\lambda}+\frac{A_i}{h_o\eta_o A_o}}=\frac{1}{\frac{1}{h_i}+\frac{\delta}{\lambda}+\frac{1}{h_o\eta_o\beta}},\quad \beta=\frac{A_o}{A_i}(\text{肋化系数}) \tag{225}$$

10.2 换热器



- **套管式**
  - 顺流
  - 逆流
- **管壳式**
  - 壳程
  - 管程



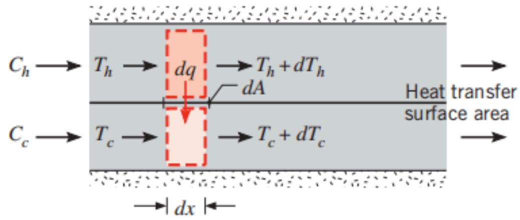
1-2 型与 2-4 型管壳式换热器

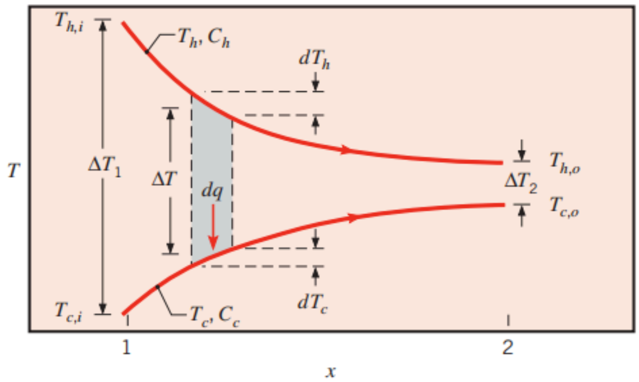
- **带污垢热阻的换热器**

$$k = \frac{1}{\frac{1}{h_i}\frac{A_o}{A_i} + r_i\frac{A_o}{A_i} + r_w\frac{A_o}{A_i} + r_o\frac{1}{\eta_o} + \frac{1}{h_o\eta_o}} \tag{226}$$

10.3 平均传热温差

- 顺流





$$\mathrm{d}\Phi = k\Delta T\,\mathrm{d}A \tag{227}$$

$$\mathrm{d}\Phi = -q_{m1}c_{p1}\,\mathrm{d}T_1 = q_{m2}c_{p2}\,\mathrm{d}T_2 \tag{228}$$

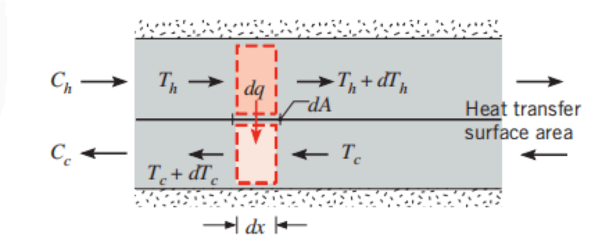
$$\mu = \left(\frac{1}{q_{m1}c_{p1}} + \frac{1}{q_{m2}c_{p2}}\right) \tag{229}$$

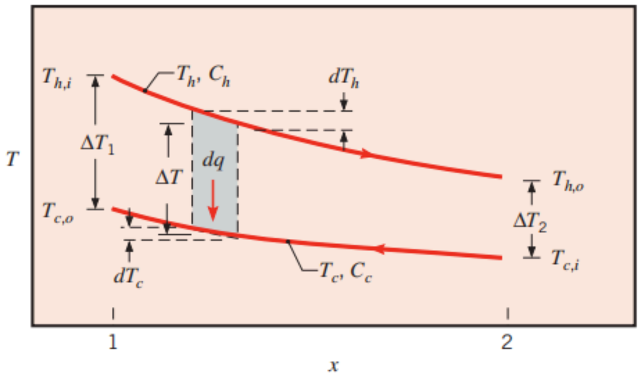
$$\mathrm{d}(\Delta T) = -\left(\frac{1}{q_{m1}c_{p1}} + \frac{1}{q_{m2}c_{p2}}\right)\mathrm{d}\Phi = -\mu\,\mathrm{d}\Phi \tag{230}$$

$$\begin{gathered}\frac{\mathrm{d}\Delta T}{\Delta T} = -\mu k\,\mathrm{d}A \\ \Delta T = \Delta T' e^{-\mu k A(x)} \\ -\mu k A = \ln\Delta T'' - \ln\Delta T'\end{gathered} \tag{231}$$

$$\Delta T_m = \frac{\Delta T' - \Delta T''}{\ln\Delta T' - \ln\Delta T''} \tag{232}$$

- **逆流**





$$\mathrm{d}\Phi = -q_{m1}c_{p1}\,\mathrm{d}T_1 = -q_{m2}c_{p2}\,\mathrm{d}T_2 \tag{233}$$

$$\mu = \left(\frac{1}{q_{m1}c_{p1}} - \frac{1}{q_{m2}c_{p2}}\right) \tag{234}$$

$$\mathrm{d}(\Delta T) = -\left(\frac{1}{q_{m1}c_{p1}} - \frac{1}{q_{m2}c_{p2}}\right)\mathrm{d}\Phi = -\mu\,\mathrm{d}\Phi \tag{235}$$

$$\begin{gathered}\Delta T = \Delta T' e^{-\mu k A(x)} \\ -\mu k A = \ln \Delta T'' - \ln \Delta T'\end{gathered} \tag{236}$$

$$\Delta T_m = \frac{\Delta T' - \Delta T''}{\ln \Delta T' - \ln \Delta T''} \tag{237}$$

- **凹凸性分析：**

顺流时：$\mu > 0$故ΔT_m随A增大而减小，若$A = 0$处为流体进口，则热流体下凹，冷流体上凸（凹凸性相反）

逆流时：

$q_h c_h > q_c c_c$时，$\mu < 0$，故ΔT_m随A增大而增大。若$A = 0$处为热流体进口，则两流体均上凸；若$A = 0$处为冷流体进口，则两流体均下凹

$q_h c_h < q_c c_c$时，$\mu > 0$，故ΔT_m随A增大而减小。若$A = 0$处为热流体进口，则两流体均下凹；若$A = 0$处为冷流体进口，则两流体均上凸

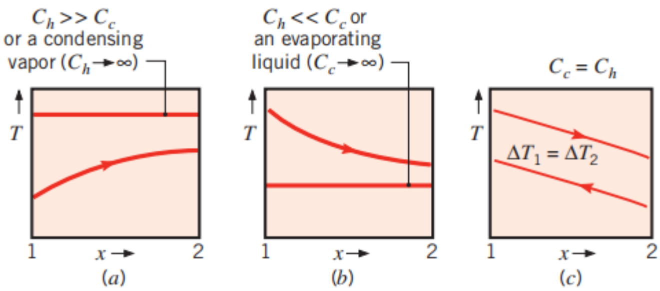
- **其他复杂布置（注意壳程和管程）**

$$\begin{gathered}\Delta T_m = \varphi(\Delta T_m)_{\mathrm{ctf}}(\text{ctf 代表逆流对数平均温差}) \\ \varphi = \varphi(P, R)\end{gathered} \tag{238}$$

•

$$P=\frac{T_c''-T_c'}{T_h'-T_c'}\text{ 理论温升比}$$

$$R=\frac{T_h'-T_h''}{T_c''-T_c'}=\frac{q_{mc}c_{pc}}{q_{mh}c_{ph}}\text{ 最大热容比} \tag{239}$$



10.4 间壁式换热器的热计算

八个未知量：$q_{mh}c_h, q_{mc}c_c, A, k, \Phi$及$T_h', T_h'', T_c', T_c''$中的三个

- 换热器效能

$$\varepsilon=\frac{q}{q_{\max}}=\frac{C_h(T_h'-T_h'')}{C_{\min}(T_h'-T_c')}=\frac{C_c(T_c''-T_c')}{C_{\min}(T_h'-T_c')}=\frac{|T'-T''|_{\max}}{T_h'-T_c'} \tag{240}$$

- 热容比

$$C_r=\frac{C_{\min}}{C_{\max}}=\frac{|T'-T''|_{\min}}{|T'-T''|_{\max}} \tag{241}$$

- 顺流

$$\begin{aligned}\Delta T'-\Delta T''&=\varepsilon(T_h'-T_c')+C_r|T'-T''|_{\max}\\&=\varepsilon(1+C_r)(T_h'-T_c')=\varepsilon(1+C_r)\Delta T'\end{aligned} \tag{242}$$

$$\begin{aligned}1-\frac{\Delta T''}{\Delta T'}&=\varepsilon(1+C_r)\\\frac{\Delta T''}{\Delta T'}&=e^{-\mu kA}\end{aligned} \tag{243}$$

$$\varepsilon=\frac{1-\exp(-\mu kA)}{1+C_r} \tag{244}$$

$$\varepsilon=\frac{1-\exp\left(-\frac{kA}{C_{\min}}(1+C_r)\right)}{1+C_r}=\frac{1-\exp[-\text{ NTU }(1+C_r)]}{1+C_r} \tag{245}$$

- 逆流

$$\varepsilon=\frac{1-\exp[-\text{ NTU }(1-C_r)]}{1-C_r\exp[-\text{ NTU }(1-C_r)]} \tag{246}$$

- 相变

$$C_r = 0,\ \varepsilon = 1 - \exp[-\mathrm{NTU}] \tag{247}$$

- **等热容**
  - 顺流

$$\varepsilon = \frac{1 - \exp[-2\mathrm{NTU}]}{2} \tag{248}$$

  - 逆流

$$\varepsilon = \frac{\mathrm{NTU}}{1 + \mathrm{NTU}} \tag{249}$$

10.4.1 设计计算

给定$q_{mh}c_h, q_{mc}c_c$及 进出口温度中的三个，求A和k

- **平均温差法**
  - 定方案确定k
  - 由

$$\Phi = q_{mh}c_h(T_h' - T_h'') = q_{mc}c_c(T_c'' - T_c') \tag{250}$$

  确定待定温度
  - 计算平均温差ΔT_m
  - 由

$$\Phi = kA\Delta T_m \tag{251}$$

  核验阻力
  - 若阻力过大则重新设计
- **效能-传热单元数法**
  - 由已知条件计算ε求 NTU
  - 偏差较大则重新设计

10.4.2 校核计算

给定$A, q_{mh}c_h, q_{mc}c_c$及 两个进口温度，求两个出口温度

- **平均温差法**
  - 假设 1 流体出口温度，计算另一流体出口温度
  - 计算平均温差ΔT_m
  - 计算k
  - 由

$$\Phi = kA\Delta T_m \tag{252}$$

  计算Φ_t
  - 由

$$\Phi = q_{mh}c_h(T_h' - T_h'') = q_{mc}c_c(T_c'' - T_c') \tag{253}$$

  计算Φ_b
  - 比较Φ_t和Φ_b，偏差小则设计合理，否则重新取温度直到满足精度要求
- **效能-传热单元数法**
  - 假设 1 流体出口温度，计算另一流体出口温度
  - 计算**定性温度**，计算k

- 计算 NTU，计算ε
- 计算Φ_t与Φ_b
- 比较Φ_t和Φ_b，偏差小则设计合理，否则重新取温度直到满足精度要求

效能-传热单元数法相较平均温差法校核敏感性更小

10.5 强化与削弱传热

10.5.1 无源技术（被动）

- 涂层表面
- 粗糙表面
- 扩展表面
- 扰流元件
- 涡流发生器
- 螺旋管
- 添加物
- 射流冲击换热

10.5.2 有源技术（主动）

- 机械搅拌
- 表面振动
- 流体振动
- 电磁场作用促进混合
- 喷/吸流体

10.5.3 热阻分离法

威尔逊图解法：

- 作初热阻-某物理量的线性图
- 作运行一段时间后热阻-某物理量的线性图
- 截距差即为污垢热阻

10.5.4 隔热保温技术

- **保温效率**

$$\eta = \frac{\Phi_0 - \Phi_x}{\Phi_0} \tag{254}$$

Φ_0裸管散热量，Φ_x加装保温材料后散热量