数据科学R与Python实践

第05章多项式

顾立平

01 多项式定义

由单项式加减构成，非负整数为次数，每个单项式为一“项”，次数最高的为“多项式次数”。

02 单项式与多项式关系

单项式是多项式的组成单元，次数由单项式内字母的指数决定，多项式次数为所有单项式中最高次数。

03 多项式表示公式

表示为 $a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1x + a_0$，系数决定权重，n为最高次数，影响多项式行为。

04 公式解释

n为最高幂次，表示x的最高次幂，系数a_n-a_{n-1}...a_1决定各幂次权重，影响多项式在x变化时的行为特征。

展现多项式

多项式是数学基本概念，包含多个单项式相加或相减，广泛应用于科学和商业领域。

034 展现多项式

R Console

```
> p2 <- create_polynomial_from_zeros(zeros)
>
> # 输出多项式p2
> print(p2)
0
>
>
> # 使用polynom函数，根据给定的系数（1,2,0,4）创建一个多项式。
> # 这些系数代表了多项式的各项系数。
> p3 = polynom(c(1,2,0,4))
>
> # 输出多项式p3的信息
> p3
1 + 2*x + 4*x^3
>
> # 创建一个空的多项式变量x
> x = polynom()
>
> # 根据给定的数学表达式创建一个多项式p4
> p4 = 5*(x-4)^3 + 10*x^2 - 5
>
> # 输出多项式p4的信息
> p4
-325 + 240*x - 50*x^2 + 5*x^3
>
```

多项式的定义

多项式定义

包含变量、系数，通过加减乘幂运算形成，如3x^2+2x-1。每个单项式为项，最高项次数为多项式次数，无字母项为常数项。

在科学领域的应用

01

物理学中的多项式应用

揭示运动学、动力学中的定量关系，量子力学中与角动量量子化相关。

02

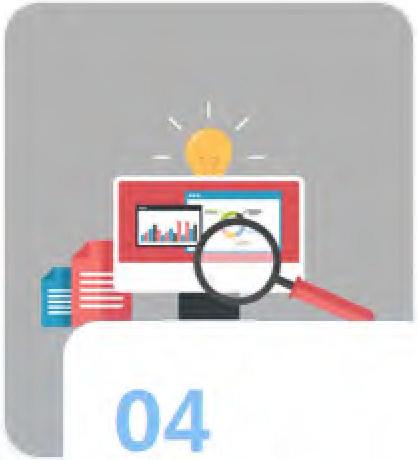
化学与材料科学中的应用

物理化学中描述化学反应动力学，材料性质随环境参数变化的数学工具。

03

工程学中的多项式应用

电路分析、控制系统设计、信号处理等领域的重要计算基础，表达工程参数关系。



04

数据分析与建模中的应用

多项式拟合分析数据趋势，用于统计学的多项式回归，研究变量间非线性关系。

在科学领域的应用

商业领域的应用

预测金融经济指标趋势，风险管理，市场趋势预测，支持企业决策制定。

算法与计算机科学中的应用

描述算法效率，评估时间复杂度和空间复杂度，以及在加密解密中的数学基础。

数学中的多项式求解

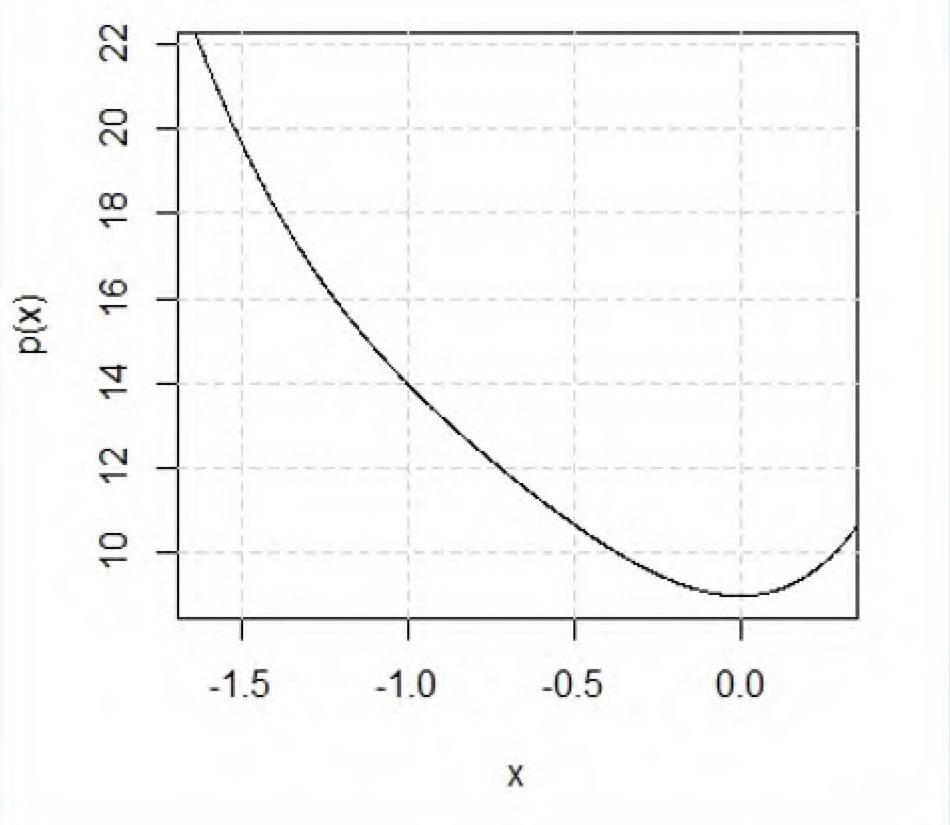
寻找满足多项式方程为零的解，是代数中基本且重要的问题，广泛应用于各科学领域。

035 求解多项式

R Console

```
> # 注释：从0到10的整数中随机抽取5个数，允许重复，结果存储在rand.int变
> # 解释：sample() 函数用于从指定的向量中随机抽取元素。这里，它从0到10
> # 并且由于replace=TRUE，所以同一个数可能会被多次抽取。
> rand.int = sample(0:10, 5, replace=TRUE)
>
> # 使用rand.int中的值（这些值应该是之前随机生成的）作为系数创建一个多
> p5 = polynom(rand.int)
>
> # 输出多项式p6的信息
> p5
9 + 10*x^2 + 8*x^3 + 3*x^4
>
> # 求解多项式p6的根（即解方程p6=0）
> solve(p5)
[1] -1.5931059-1.3233717i -1.5931059+1.3233717i  0.2597725-0.7949423i
[4]  0.2597725+0.7949423i
>
> # 使用复数来求解多项式p6的根，并指定求解的精度为9位有效数字
> solve(p5, 9)
[1] -1.333333-1.247219i -1.333333+1.247219i  0.000000+0.000000i
[4]  0.000000+0.000000i
>
> # 绘制多项式p5的图像
> plot(p5)
>
```

R Graphics: Device 2 (ACTIVE)



在科学领域的应用

物理学中的多项式方程应用

用于运动学、力学和量子力学，解决物体运动、受力和微观粒子行为问题。

工程学中的多项式方程应用

电路分析中确定电流电压参数，控制系统设计中分析系统动态特性，确保系统稳定性。

化学中的多项式方程应用

在反应动力学和电化学中，描述反应速率、电动势与浓度的关系，预测反应进程。

生物学中的多项式方程应用

在生物信息学中解决基因表达和蛋白质结构问题，帮助解析生物过程的机制。

在商业领域的应用

利用多项式方程建立资产定价、风险管理模型，协助金融机构评估投资风险与制定策略。

金融建模应用

多项式回归分析消费者行为、预测销售趋势，帮助企业优化营销策略，提升市场响应。

市场营销策略

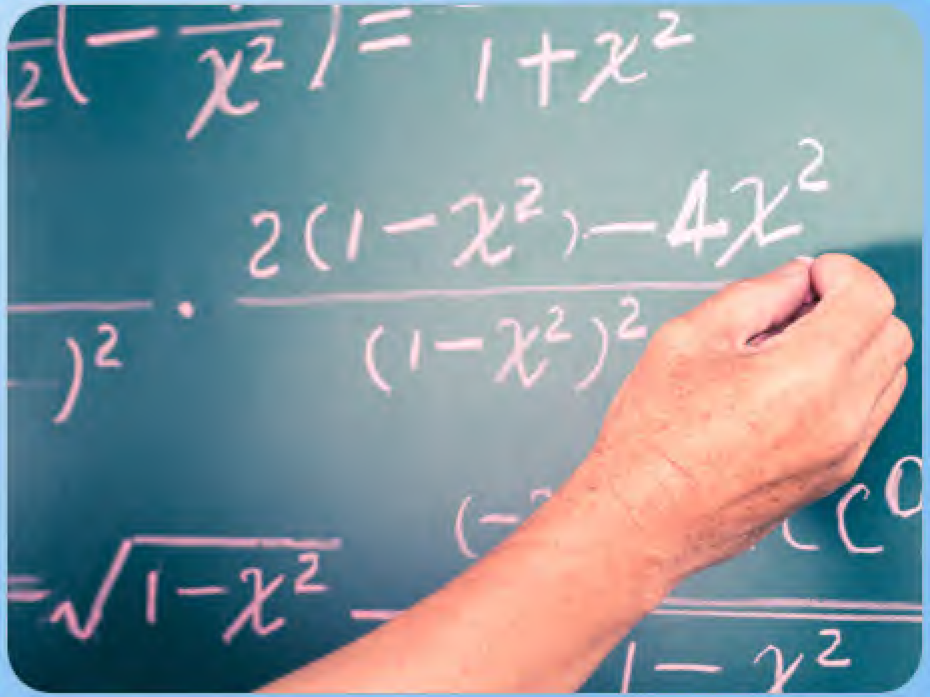
通过多项式拟合揭示数据趋势，为企业战略规划和决策提供预测依据，如零售业的销售预测。

数据分析与预测

应用多项式方程优化库存管理、生产速率，提升供应链效率，降低运营成本。

供应链管理优化

计算多项式



多项式计算原理

涉及单项式加减乘幂运算，各单项式由系数和变量构成，次数由最高次项决定，常数项无变量。

计算步骤

确定每个单项式的次数，合并相同次项，遵循乘法和加法运算的优先级，保持表达式平衡。

应用领域

在代数、方程求解、函数逼近等领域广泛应用，帮助简化复杂数学问题的解决。

科学领域的应用

多项式拟合应用

用于数据分析、预测和优化，通过多项式函数模拟实验数据或自然现象趋势。

信号处理中的多项式

设计滤波器、分析信号频谱，多项式逼近帮助更准确提取信号特征，实现噪声抑制和信号增强。

计算机图形学中的多项式

在曲线和曲面建模中发挥作用，贝塞尔曲线和B样条曲线等基于多项式定义，生成平滑图形对象。

数值计算中的多项式

多项式插值和逼近实现函数近似，多项式求根解决多项式方程，广泛应用于物理学、工程学等领域。

036 计算多项式

R Console

```
> p6 = polynom(c(0,0,1))
>
>
> # 计算多项式p4的平方
> p4^2
105625 - 156000*x + 90100*x^2 - 27250*x^3 + 4900*x^4 - 500*x^5 + 25*x^6
>
> # 将多项式p1除以3，并对结果进行四舍五入保留两位小数
> round(p1/3, 2)
0
>
>
> # 输出多项式p5的系数
> coef(p5)
[1]  9  0 10  8  3
>
> # 计算多项式(x-2)^20的系数，并取出第一个系数
> coef((x-2)^20)[1]
[1] 1048576
>
> # 计算多项式(x-2)^20的系数，并取出第21个系数
> coef((x-2)^20)[21]
[1] 1
>
> 
```

038 创建具有多项式系数的Pascal三角

1

1 1

1 2 1

1 3 3 1

1 4 6 4 1

1 5 10 10 5 1

1 6 15 20 15 6 1

1 7 21 35 35 21 7 1

1 8 28 56 70 56 28 8 1

1 9 36 84 126 126 84 36 9 1

1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1

1 11 55 165 330 462 462 330 165 55 11 1

1 12 66 220 495 792 924 792 495 220 66 12 1

商业领域的应用

01

三次多项式在商业分析

用于市场预测，拟合销售趋势，分析成本与产量关系，优化金融模型风险管理，揭示业务转折点和优化点。

02

Pascal三角与多项式系数

扩展传统Pascal三角，每一行视为多项式序列，反映二项式展开的系数，关联多项式展开与商业分析。

科学领域的应用

01

Pascal三角与组合数

揭示从n中取k的组合数，广泛应用于概率论、统计学的计算中。

02

多项式展开与二项式定理

作为多项式展开的基础，关联二项式定理，关键于信号处理、图像处理的计算。

03

数学研究中的深度应用

涉及代数几何、数论等高级数学领域，为数学理论探索提供灵感和素材。

商业领域的应用

01

组合数学在数据分析中的应用 => 组合数学与数据分析

利用组合数学分析促销策略组合效果，理解其背后的数学原理。

02

Pascal三角在算法设计中的应用

动态规划中借鉴Pascal三角的数字生成规则，指导状态转移方程设计。

03

Pascal三角在教育中的应用

在培训中教授Pascal三角，帮助学员理解并掌握组合数学和多项式知识。

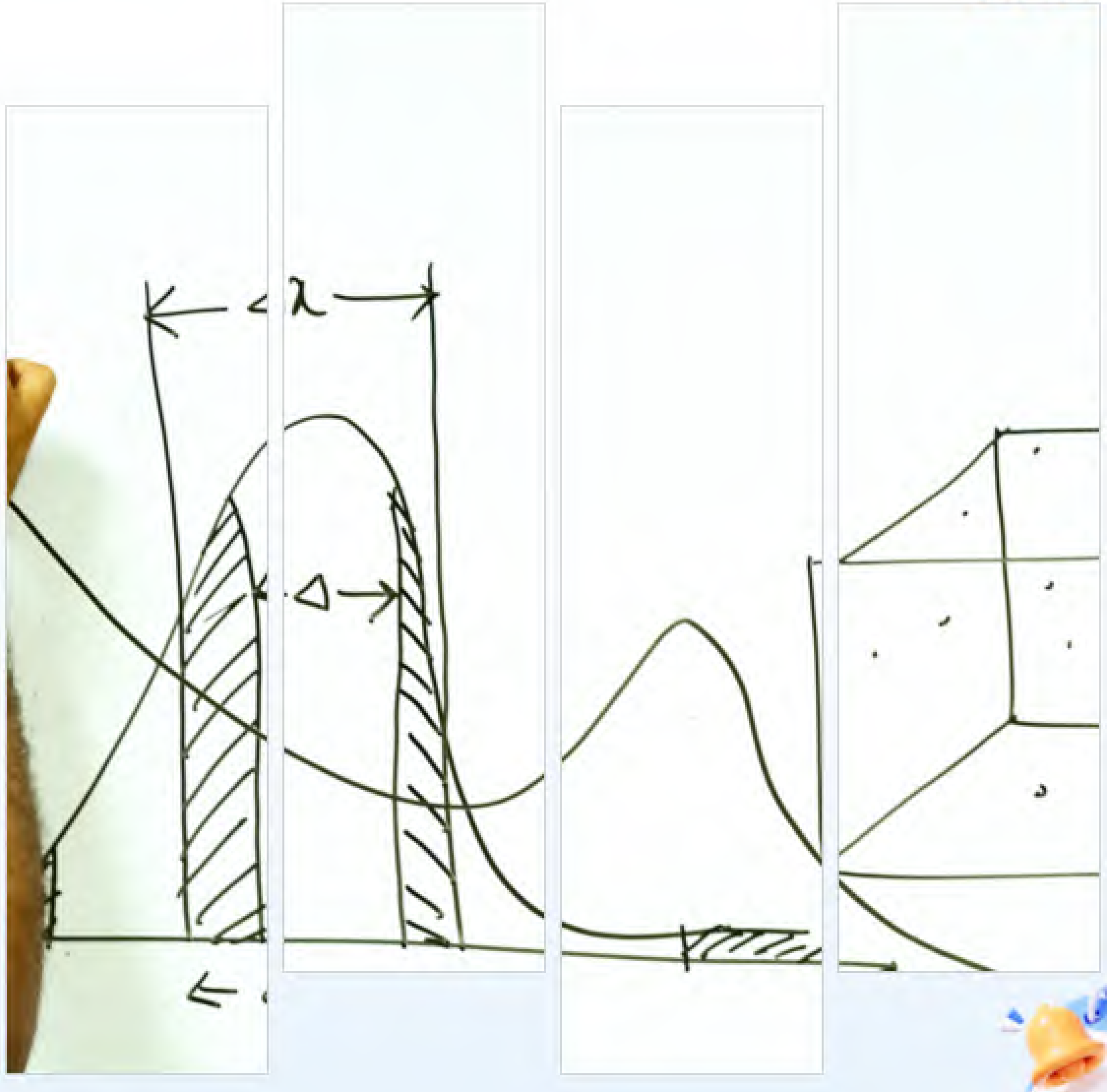
多项式微积分

微积分基础

关注多项式函数的导数与积分计算，理解导数的几何意义和积分的面积概念，常数项、导数公式和积分公式是关键。

多项式结构

由常数和变量通过加法、乘法构成，如$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots + a_{\square} x^n$，n为非负整数，$a_{\square}$ 为常数。



多项式微积分

01

02

微分运算

求多项式函数的导数，揭示函数在特定点的斜率，如一元多项式可通过常数导数规则和幂函数导数公式求导，导数多项式次项降低。

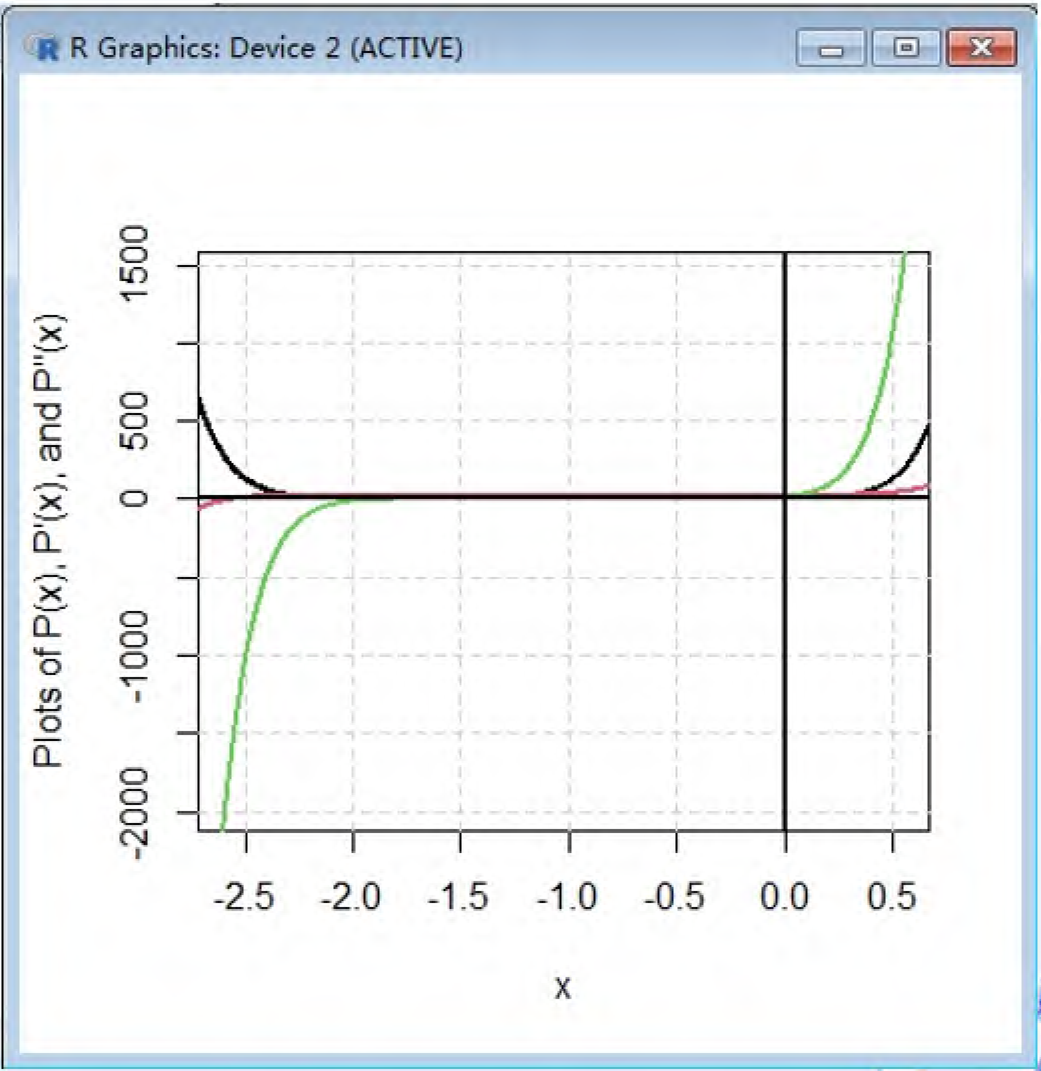
积分运算

研究多项式函数的积分，计算区间内的定积分，相当于函数图像与x轴围成的面积，一元多项式积分后多项式次项升高。

039 多项式微积分

R Console

```
> # 将多项式P的摘要信息存储在poly.info变量中
> poly.info = summary(P)
>
> # 显示poly.info中的元素名称
> names(poly.info)
[1] "zeros"             "stationaryPoints" "inflexionPoints"
>
> # 显示多项式P的零点
> poly.info$zeros
 [1] -2.5599793+0.0000000i -2.3812931-0.7249585i -2.3812931+0.7249585i
 [4] -1.8861693-1.2838378i -1.8861693+1.2838378i -1.1880347-1.5486053i
 [7] -1.1880347+1.5486053i -0.4468237-1.4586060i -0.4468237+1.4586060i
[10]  0.1676613-1.0344576i  0.1676613+1.0344576i  0.5146492-0.3733275i
[13]  0.5146492+0.3733275i
>
> # 显示多项式P的零点的实部（对于实数零点，实部就是零点本身）
> Re(poly.info$zeros)
 [1] -2.5599793 -2.3812931 -2.3812931 -1.8861693 -1.8861693 -1.1880347
 [7] -1.1880347 -0.4468237 -0.4468237  0.1676613  0.1676613  0.5146492
[13]  0.5146492
>
> # 显示多项式P的第三个零点的虚部（对于实数零点，虚部为0）
> Im(poly.info$zeros[3])
[1] 0.7249585
>
```



科学领域的应用

物理学中的多项式微积分

用于描述物体运动规律，如求导得到速度、加速度，积分计算位移，广泛应用于电磁学、流体力学和量子力学。

工程设计中的应用

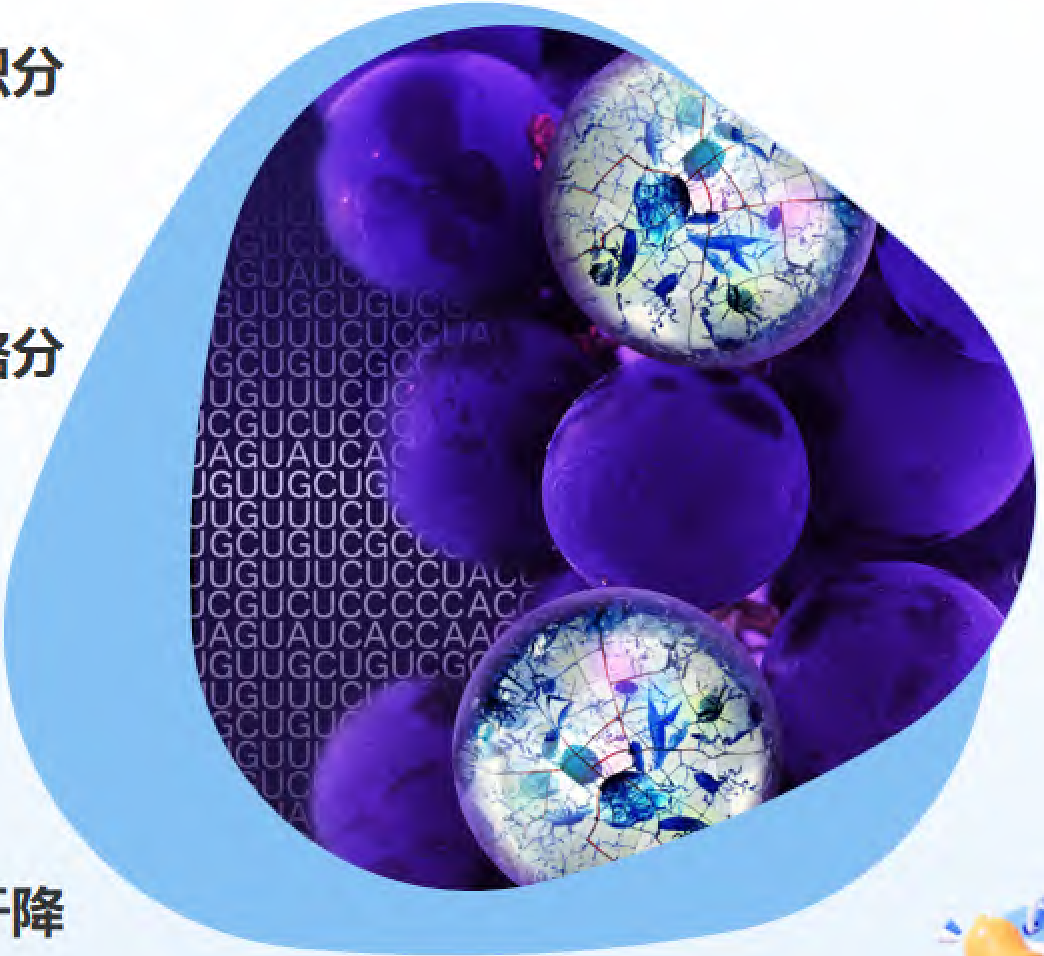
建模和优化问题，如结构设计中的应力分布分析，电路分析、通信系统和控制系统设计。

生物学与医学中的应用

描述生物过程和系统，如药物动力学中的药物浓度变化规律研究，遗传学中的基因变异计算。

地球科学中的应用

分析地形特征，如计算地形起伏和地势，水文学中用于降雨量和径流量的计算，揭示水文循环和水资源分布。

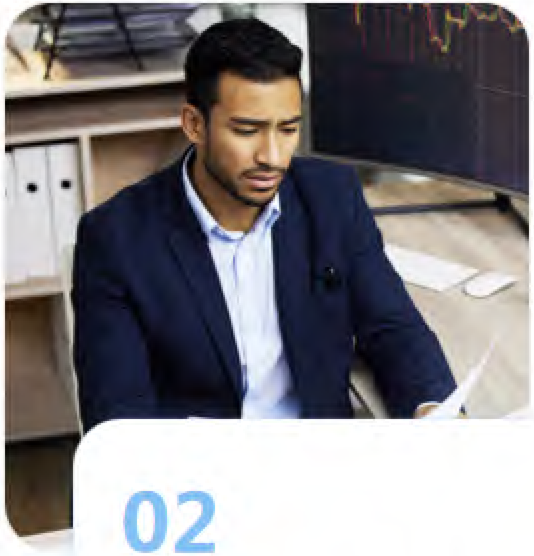


商业领域的应用

01

经济学中的微积分应用

构建经济模型，优化投资组合，用于期权定价，助力成本-收益和市场均衡分析。



02

金融学的数学工具

在金融分析中，多项式微积分用于计算投资组合最优配置，定价期权，有效管理风险。

03

商业决策的量化辅助

多项式微积分帮助管理者量化分析，优化库存管理、生产计划和市场策略，确定最佳决策。

Sin（x）的Taylor多项式

泰勒公式与正弦函数

将sin(x)在x=0处展开，用多项式级数表示，描述函数局部行为。

正弦函数Taylor展开式

x的幂次与阶乘结合，形成级数，如x − □33! + □55!...，n为非负整数。

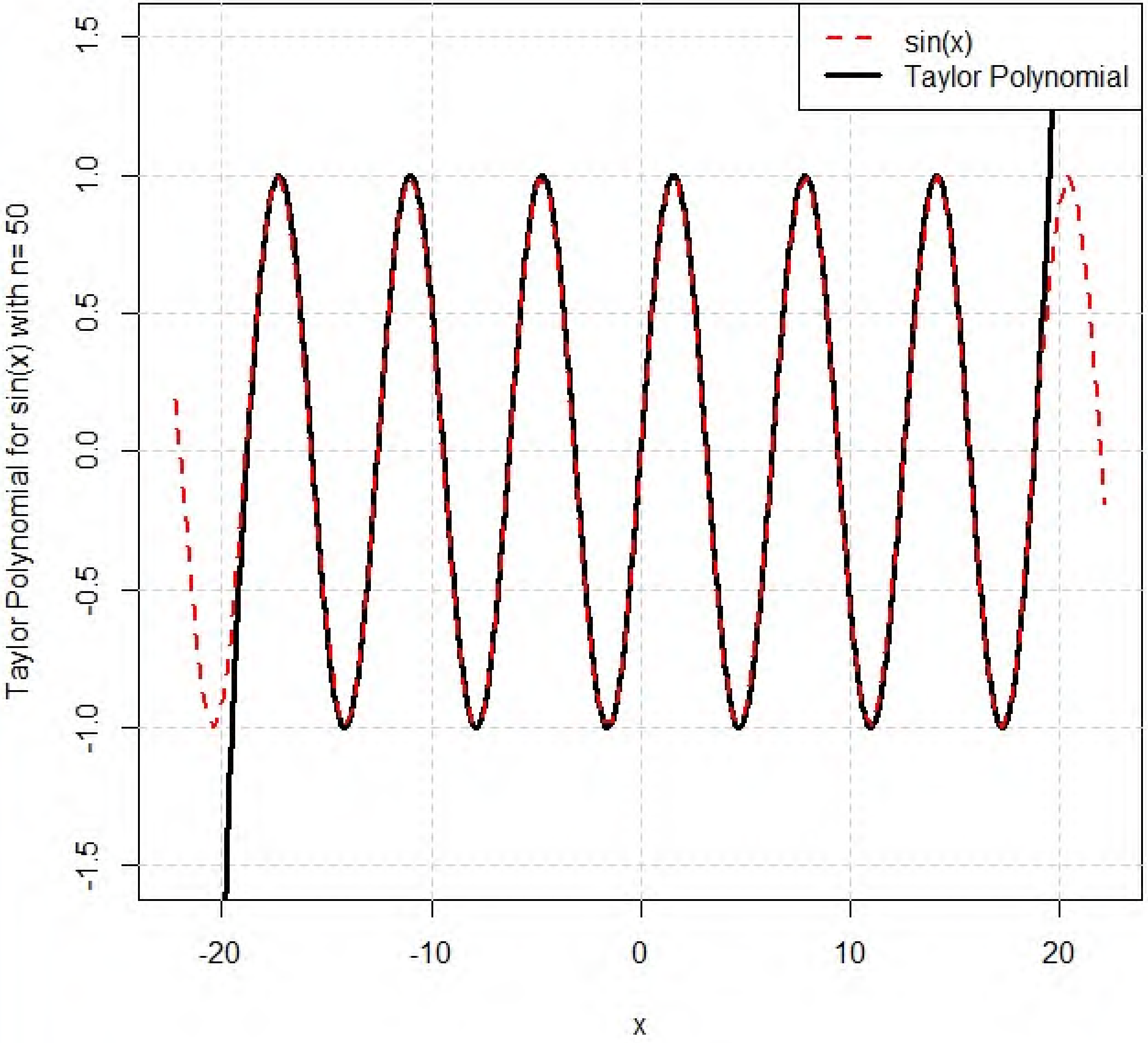
多项式级数逼近

随着级数项数增加，更好地逼近sin(x)函数值，逼近效果逐渐增强。

泰勒公式求sin(x)

以x=0为中心，通过泰勒公式计算任意阶多项式，用于近似计算sin(x)。

040 Sin（x）的Taylor多项式



科学领域的应用

01

波动理论与光学

sin(x)的Taylor多项式揭示波形与传播，波动方程中体现波的振幅和相位变化。

02

量子力学中的波函数

泰勒展开近似计算波函数性质，sin(x)或其变体描述粒子状态。

03

信号处理与控制系统

sin(x)的Taylor多项式用于信号频谱分析，控制系统设计中的稳定性与动态响应研究。

04

数值分析与复变函数

在泰勒级数展开中解决微分方程，复指数函数和三角函数的性质分析离不开sin(x)的Taylor展开。

商业领域的应用

在衍生品定价模型中，Taylor多项式用于简化sin(x)的复杂运算，辅助验证模型准确性。

利用sin(x)的Taylor多项式，配合分析周期性数据，如季节性销售，以拟合和预测数据趋势。

在科学计算或工程仿真软件开发中，Taylor多项式用于快速近似sin(x)计算，确保高精度需求。

金融工程Taylor应用概览

数据分析的周期性建模

软件开发中的数学优化

勒让德多项式

01

勒让德多项式定义

18世纪末法国数学家勒让德发现，正交多项式，研究长城摆运动方程。

02

多项式特性

区间[-1,1]的n次多项式，满足正交性条件，内积为零。

03

递推关系

可通过低阶多项式推导高阶，具有递推性质，方便计算。

04

表示与性质

罗德里格斯公式表示，n偶数时为偶函数，n奇数时为奇函数，体现其奇偶性。

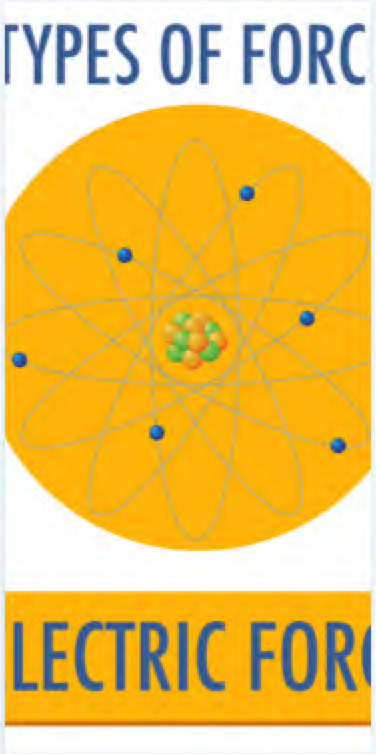
041 勒让德多项式

R Console

```
> ##### 勒让德多项式（Legendre Polynomials） #####
>
> # 创建一个多项式变量x
> x = polynom()
>
> # 初始化前两个Legendre多项式，P0(x) = 1 和 P1(x) = 1/2 * (3x^2 - 1)
> P = polylist(x, 1/2 * (3 * x^2 - 1))
>
> # 使用递推关系计算从P2到P14的Legendre多项式
> # 递推公式为：Pn+1(x) = ((2n + 1) * x * Pn(x) - n * Pn-1(x)) / (n + 1)
> for (n in 2:14) {
+   P[[n + 1]] = ((2 * n + 1) * x * P[[n]] - n * P[[n - 1]]) / (n + 1)
+ }
>
> # 输出第五个Legendre多项式P4(x)
> P[5]
List of polynomials:
[[1]]
1.875*x - 8.75*x^3 + 7.875*x^5


>
> # 验证Legendre多项式的奇偶性：当n为偶数时，Pn(-x) = Pn(x)；当n为奇数时，Pn(-x$
> for (i in 1:15) {
+   print(P[[i]](-x) == (-1)^i * P[[i]](x))
+ }
```

科学领域的应用



物理学：电磁学应用

勒让德多项式描述电荷间相互作用，解决球对称电场磁场问题。

量子力学中的作用

在量子力学中，勒让德多项式表示转动不变性系统的波函数，解决原子分子问题。

天体力学计算

利用勒让德多项式求解拉普拉斯方程，描述天体运动轨迹和势能分布。

科学领域的应用

数学：微积分工具

勒让德多项式用于函数的幂级数展开，特别是在正交基展开中。

数论与工程学应用

在数论中解决相关问题，工程学中处理有心力场的势能计算。

数据分析与软件开发

在数据处理和软件开发中，勒让德多项式用于球对称性数据的分析、提高计算精度。

谢谢

gulp@mail.las.ac.cn