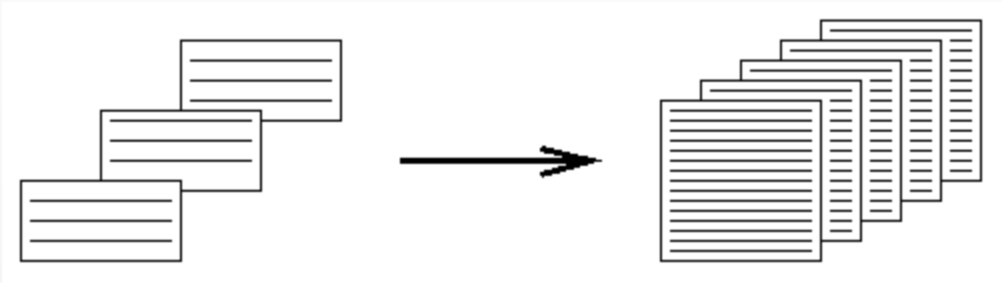
第 18 讲：超分辨率

- 什么是超分辨率？
  - 超分辨率 vs.图像插值
  - 超分辨率 vs.图像恢复
- 什么使超分辨率成为可能？
  - 插值恢复能否提供超分辨率？
- 频域超分辨率
- 多帧空域正则反演方法
  - 贝叶斯方法
  - 集合论方法
  - 无子像素运动估计的超分辨率

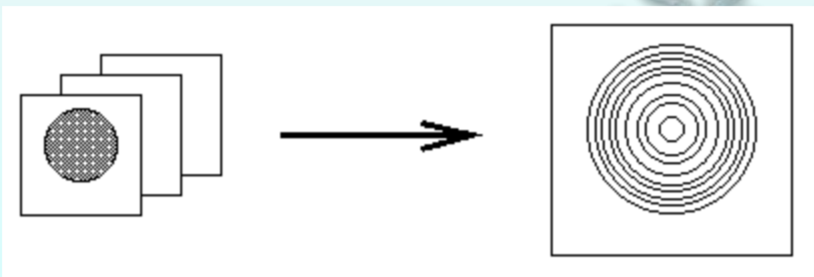
什么是超分辨率?

- 超分辨率 vs. 图像插值
  - 增加显示的像素数



- 超分辨率 vs. 图像复原
  - 增强现有频率成分，直到原始输入的奈奎斯特频率

- 超分辨率



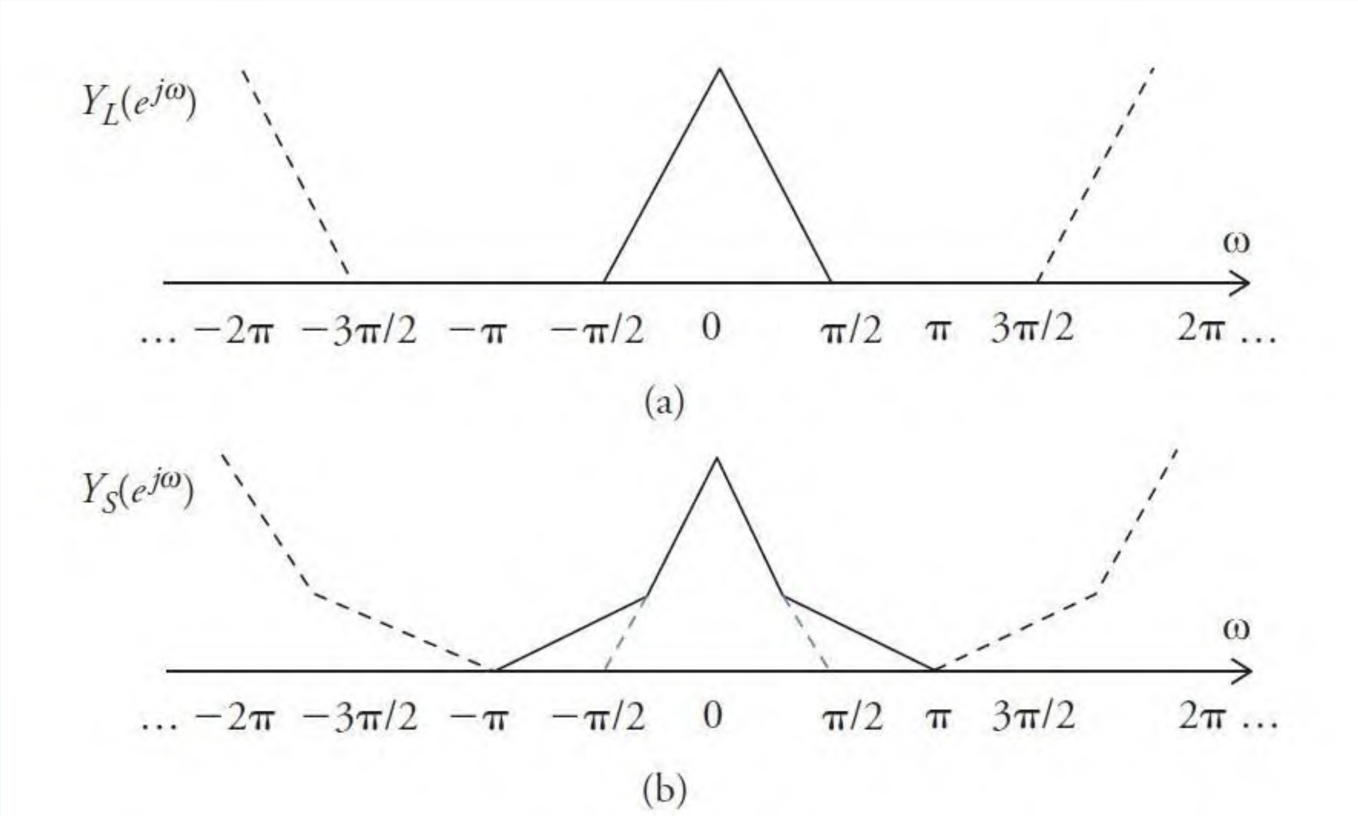
线性插值 vs. 超分辨率

与图像复原的关系

- **空间不变图像复原**
  - 输入和输出图像具有**相同的大小（分辨率）**，并且**模糊PSF在所有位置都相同**。
- **空间变化的图像复原**
  - 输入和输出图像具有**相同的大小（分辨率）**；**模糊PSF因位置而异**。
- **多帧图像复原**
  - 多个输入和输出帧具有**相同的大小（分辨率）**；模糊PSF可能因位置而异; 并且使用**多个输入帧**来恢复每个输出帧。

频域分析

- **线性移不变插值**不能产生超过原始信号奈奎斯特频率的新频率，而超分辨率方法则可以。

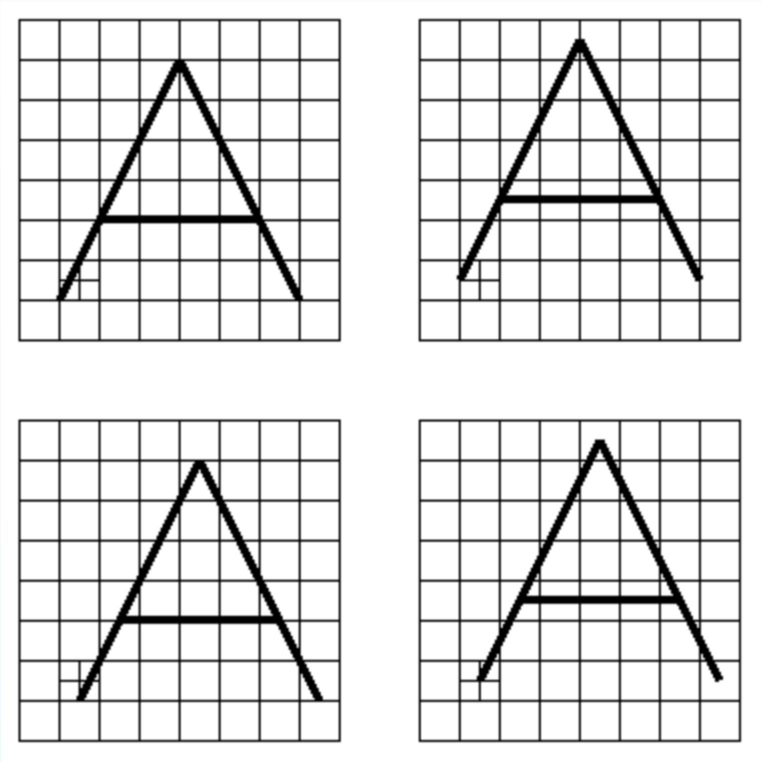


超分辨率滤波的应用

- 来自视频的高品质剧照
  - 冻结帧
  - 从视频打印
    - 去隔行，恢复，超分辨率
- 具有高空间分辨率的慢动作视频
    - 帧速率转换
- 监控成像
    - 高分辨率小物体/文字识别
- 医学影像
    - 高分辨率肿瘤检测

什么使超分辨率成为可能?

- 无抗混叠滤波
  - SR 为去混叠
- 具有子像素运动的多个图像
  - SR 图像中LN^2 个未知数
  - 至少 LN^2 独立方程
- 对超分辨率的限制
  - 子像素运动矢量指向新的空间信息。
  - 同时求解$L \times N^2$个耦合方程。

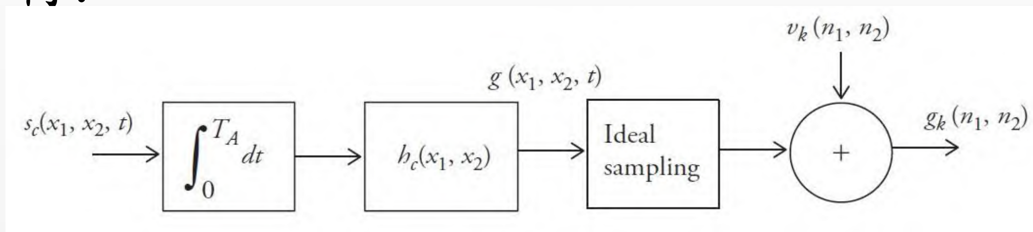


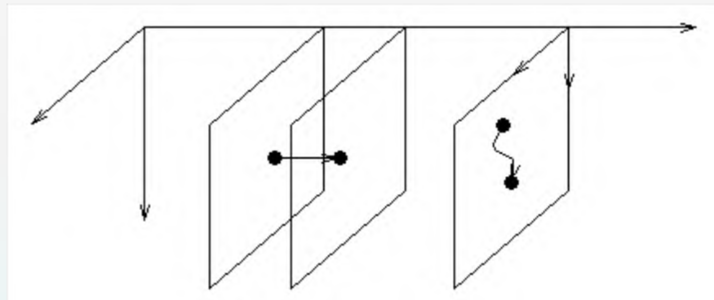
低分辨率输入图像/视频

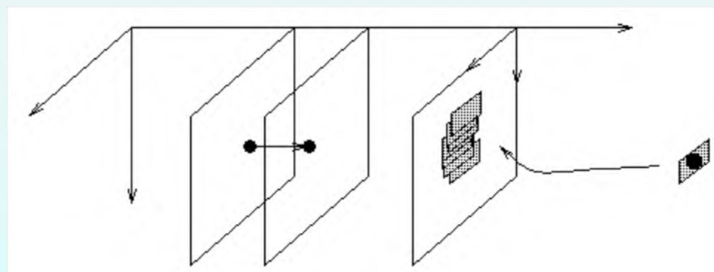
- 使用**单一静止图像实现超分辨率**是高度**病态**的。这在天文学中被广泛研究，它需要很强的先验信息。
- **多个静止帧曝光**：静止目标的多个低分辨率静止图像（无运动模糊），且在连续曝光之间引入受控（已知）子像素运动。
- **具有子像素运动的视频**：商用摄像机记录的一系列场/帧。
  - 全局（参数）运动，例如由于相机平移或变焦而产生的运动。
  - 密集运动，多个运动物体和可能的背景运动。
  - 传感器PSF和运动模糊将这种情况与复原问题相关联。

低分辨率图像采样建模

- **低分辨率图像**受到以下影响:
  - **混叠**（欠采样）
  - **有限孔径**（传感器模糊）
  - **有限孔径时间**（有限孔径时间内的相对场景传感器运动）
  - **光学模糊**（散焦），透镜像差和噪声（传感器和量化）。







- **视频采集 - 连续变量**
  - 非零孔径时间（运动模糊）
  - 非零传感器孔径尺寸
- **视频采集 - 离散变量**

视频形成 - 连续变量

- 在非零孔径时间和尺寸情况下运动产生的影响

$$g(\mathbf{x},t)=\frac{1}{T_a}\int_{t-T_a}^{t}\left(\iint_{\mathbf{x}_{t_r}} h_1(\mathbf{x},\tau;\mathbf{x}_{t_r},t_r)s(\mathbf{x}_{t_r},t_r)d\mathbf{x}_{t_r}\right)d\tau$$

时间（路径）上积分

在给定时间像素（空间）孔径上积分

- 时间路径可以映射到参考帧上的一条轨迹

$$h_1(\mathbf{x},t;\mathbf{x}_{t_r},t_r)=h_1(\mathbf{x}-M^{-1}(t;\mathbf{x}_{t_r},t_r),t)\left|J(M)\right|^{-1}$$

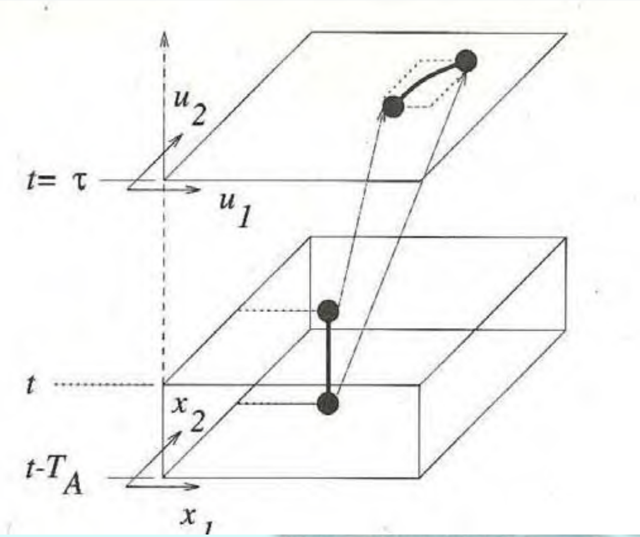
$$h_1(\mathbf{x},t)=h_a(\mathbf{x},t)**h_o(\mathbf{x},t)$$

$$\mathbf{x}_{t_r}=M(\mathbf{x},t;t_r)$$

- 参考帧上的等效空间模型：

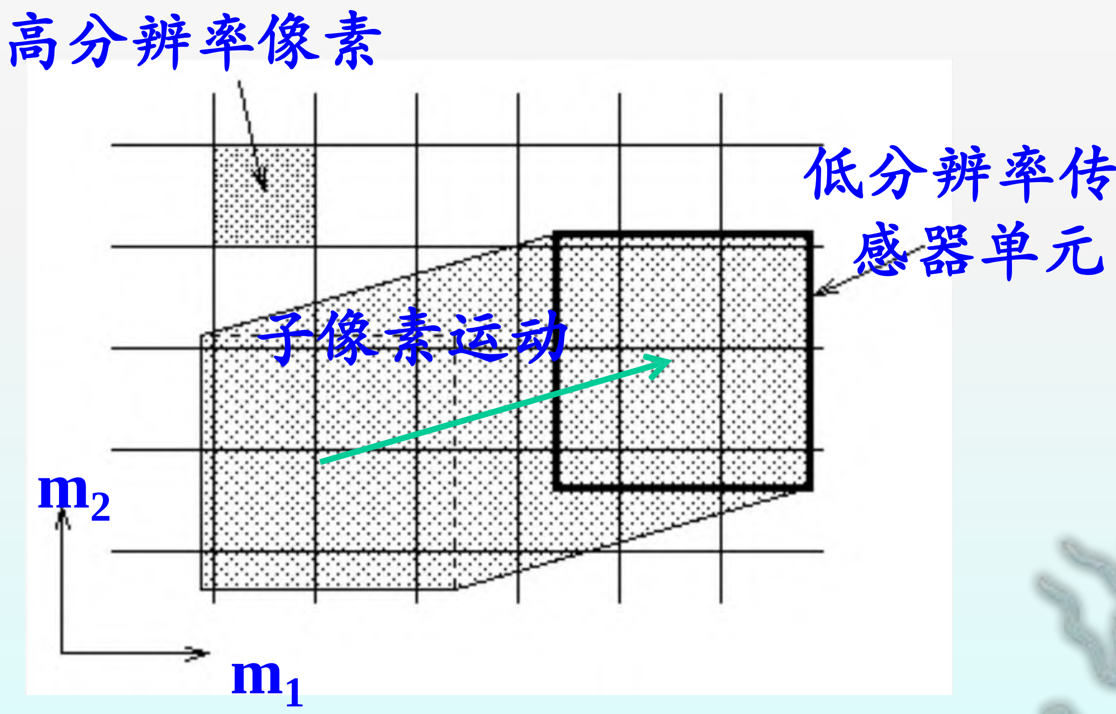
$$g(\mathbf{x},t)=\iint_{\mathbf{x}_{t_r}} h_2(\mathbf{x},t;\mathbf{x}_{t_r},t_r)s(\mathbf{x}_{t_r},t_r)d\mathbf{x}_{t_r}$$

$$h_2(\mathbf{x},t;\mathbf{x}_{t_r},t_r)=\frac{1}{T_a}\int_{t-T_a}^{t}h_1(\mathbf{x},t;\mathbf{x}_{t_r},t_r)d\tau$$



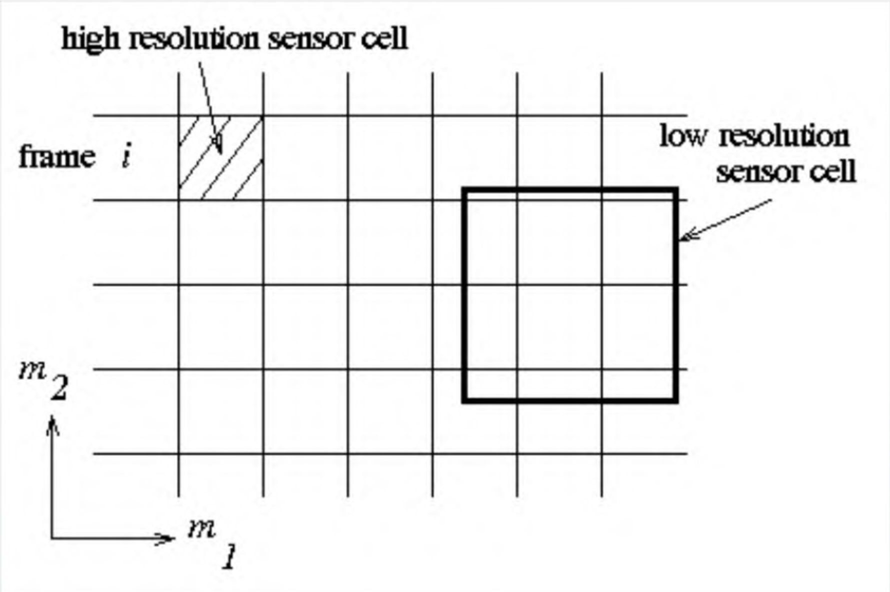
视频形成：离散-离散模型

$$g(\mathbf{m},k)=\sum_{n_1}\sum_{n_2} h(\mathbf{m},k;\mathbf{n},t_r)s(\mathbf{n},t_r)+v(\mathbf{m},k)$$



特殊情况：零孔径时间

- 在$(t, t + T_a)$之间的**运动轨迹上没有积分**
- **视频生成PSF**变为$h(\mathbf{x} - \mathbf{z}_y)$
  - $\mathbf{z}_y$ 表示由低分辨率图像场/帧之间的**运动引起的偏移**
  - 如果运动是**纯平移**，则模型为LSI
  - 如果有**旋转**，则孔径相应地旋转; 但PSF系数不会逐像素改变。



频域中的超分辨率

- 令 $s_0(x_1,x_2) \equiv s_c(x_1,x_2,0)$ 为参考帧，且孔径时间 $T_A = 0$.

  则**连续输入，离散输出模型**简化为:

$$g_k(n_1,n_2) = \sum_{n_1=0}^{N_1-1}\sum_{n_2=0}^{N_2-1}[s_0(x_1-\alpha_k, x_2-\beta_k) ** h_c(x_1,x_2)]\,\delta(x_1-n_1\Delta, x_2-n_2\Delta) + v_k(n_1,n_2)$$

  其中(α_k, β_k) 是帧k相对于参考帧的位移，采样间隔为Δ，并且低分辨率帧被假定为N×N。

- 由于**卷积是可交换的**，它可以等价地表示为:

$$g_k(n_1,n_2) = \sum_{n_1=0}^{N_1-1}\sum_{n_2=0}^{N_2-1}[s_0(x_1,x_2) ** h_c(x_1-\alpha_k, x_2-\beta_k)]\,\delta(x_1-n_1\Delta, x_2-n_2\Delta) + v_k(n_1,n_2)$$

- 假如我们希望**重建一个M×M高分辨率参考帧** $s_0(x_1,x_2)$，其中$R = M/N$是整数。假设$s_0(x_1,x_2)$是带限的，即:

$$|S_0(F_1,F_2)| = 0 \quad 对于 \quad |F_1|, |F_2| > R\frac{1}{2\Delta}$$

  该模型在x_1和x_2方向上以因子R对$s_0(x_1,x_2)$进行了下采样。

频域中的SR (cont'd)

- 取**模型两边的傅立叶变换**，得到:

$$G_k(f_1,f_2)=\sum_{i_1=0}^{R-1}\sum_{i_2=0}^{R-1}\frac{1}{\Delta^2}\left[S_0\left(\frac{f_1-i_1}{\Delta},\frac{f_2-i_2}{\Delta}\right)H_c\left(\frac{f_1-i_1}{\Delta},\frac{f_2-i_2}{\Delta}\right)e^{-j\frac{2\pi}{\Delta}\{(f_1-i_1)\alpha_k+(f_2-i_2)\beta_k\}}\right]+V_k(f_1,f_2)$$

其中 $S_0\left(\frac{f_1}{\Delta},\frac{f_2}{\Delta}\right)$ 和 $H_c\left(\frac{f_1}{\Delta},\frac{f_2}{\Delta}\right)$ 分别表示参考帧$s_0(x_1,x_2)$和传感器PSF $h_c(x_1,x_2)$ 的2D连续傅里叶变换。

- 为了在**给定频率对(f_1,f_2)**,恢复**无混叠频谱 $S_0\left(\frac{f_1}{\Delta},\frac{f_2}{\Delta}\right)$**，需要至少在该频率的**$R^2$个方程**，这可以从$L>R^2$低分辨率帧获得。在任何频率对（$f_1$，$f_2$）的这L个方程组可与任何其他频率对的L个方程解耦合，而同时求解。
- 可以看到，如果图像$s_c(x_1,x_2,0)$ 在低分辨率采样之前通过一个完美的**抗混叠滤波器**，则双重求和（无混叠项）中只有一项，此时无论有多少低分辨率帧可用，**高分辨率图像重建都是不可能**的。

示例: 频域中的SR

- 考虑一个一维信号的**两个低分辨率（欠采样）观测值**（L = 2），它们互相之间存在移位，其大小为子样本量α。
- 假设$g_k(n)$, k = 1,2都以**奈奎斯特率的一半采样**（R = 2），在傅里叶域中：

$$G_1(f) = \frac{1}{\Delta} S_0\left(\frac{f}{\Delta}\right) + \frac{1}{\Delta} S_0\left(\frac{f-1}{\Delta}\right)$$

$$G_2(f) = \frac{1}{\Delta} S_0\left(\frac{f}{\Delta}\right) e^{-j\frac{2\pi}{\Delta}f\alpha} + \frac{1}{\Delta} S_0\left(\frac{f-1}{\Delta}\right) e^{-j\frac{2\pi}{\Delta}(f-1)\alpha}$$

- 每个表达式中**只有一个混叠项**，这是由于假设以奈奎斯特率的一半采样。
- 可以在给定$G_1(f)$ 和$G_2(f)$条件下，从这**两个方程求解两个未知数**$S_0(f_0/\Delta)$ 和 $S_0((f_0-1)/\Delta)$。
- 在每个频率样本上重复此过程，可以**恢复无混叠的HR信号的频谱**。

贝叶斯超分辨率

- **成像模型**可使用通过**随机形式**表示，即：将**模型误差**

$$v_k(n_1,n_2) = g_k(n_1,n_2) - \sum_{m_1}\sum_{m_2} s(m_1,m_2)\, h_k(m_1,m_2;n_1,n_2)$$

表示为**高斯观察噪声**。

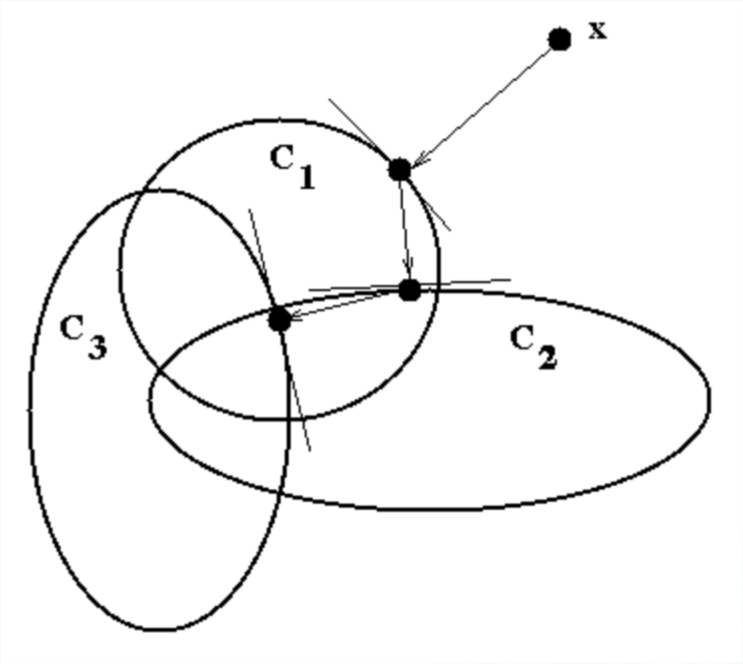
- Schultz和Stevenson [Sch 96]采用**非连续性保持的Huber-Markov Gibbs先验分布**作为先验图像模型。他们构造了一个具有唯一最小值的**约束优化**问题，可通过**迭代**方法求解。

- 对于具有**全局帧到帧运动**的序列可取得非常好的结果，例如摄像头平移或其他全局扭曲。在具有独立物体运动的场景中，则效果较差。

POCS方法

- **投影算子*P*** 将任意点**x映射**到闭合凸约束集*C*上的**最近点**
- 所有约束集的**交集中任何一点**都是一个解
  - 任意**初始估计**
  - **迭代投影到所有约束集上**
  - **松驰投影运算符**

$$\mathbf{T \equiv (1\text{-}\lambda)\, I + \lambda\, P;\ \ 0 < \lambda < 2}$$



使用POCS的超分辨率: 集合定义

- **一致性约束**:

$$C_{t_r}(\mathbf{m},k)=\left\{x(\mathbf{n},t_r):\left|r^{(\mathrm{x})}(\mathbf{m},k)\right|\le\delta_0(\mathbf{m},k)\right\}$$

其中:

$$r^{(y)}(\mathbf{m},k)=g(\mathbf{m},k)-\sum_{n_1}\sum_{n_2}x(\mathbf{n},t_r)h(\mathbf{m},k;\mathbf{n},t_r)$$

  – $x(n_1,n_2,t_r)$ 是约束集的任意一个元素
  – 定义观测值 $g(m_1,m_2,k)$, 其中运动有效
  – δ_0反映了每个观察值的可信度，并且设其等于$c\,\sigma_v$,其中 $c\geq 0$由适当的统计可信度界来确定

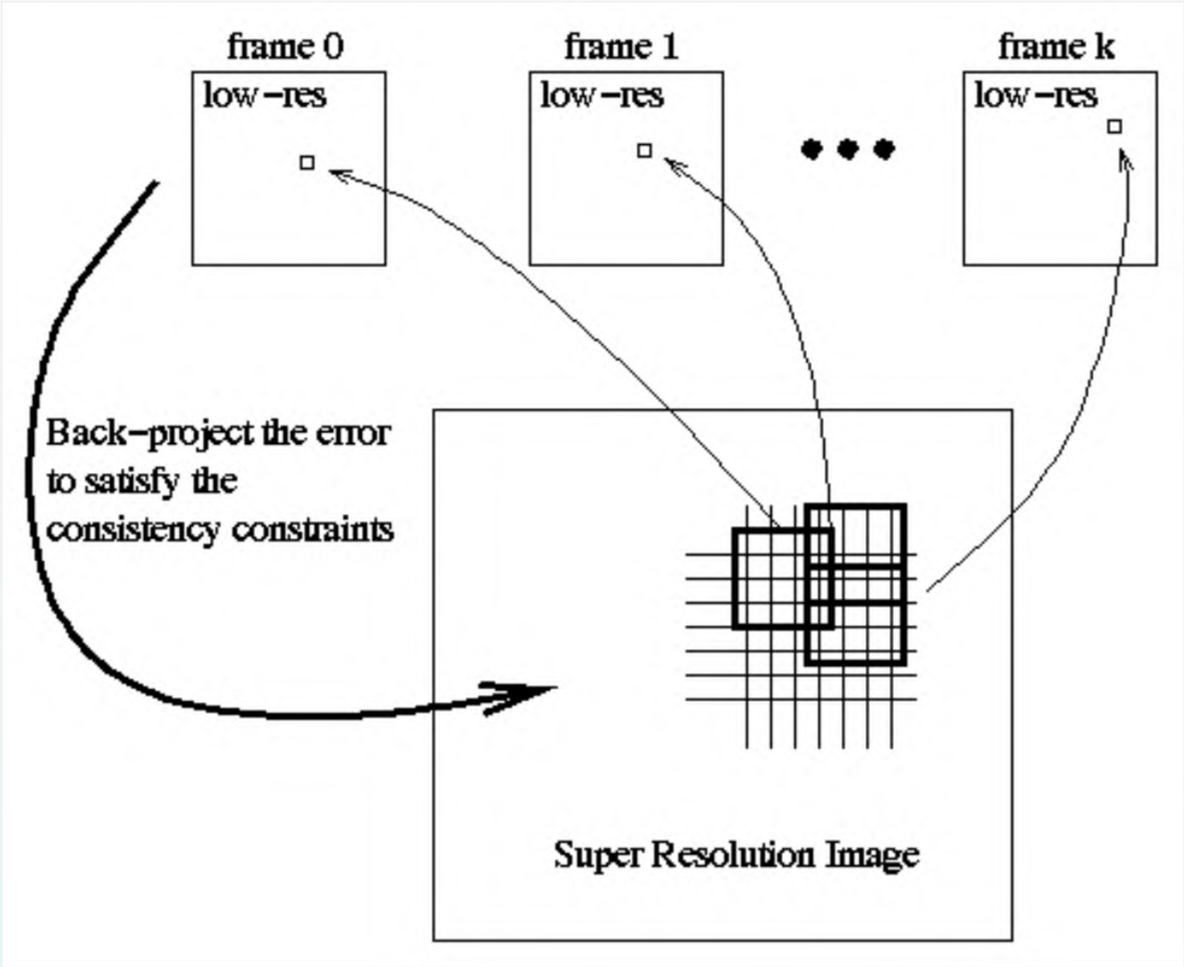
- **其他集合**：也可以使用**振幅**和**有界能量**约束。

使用POCS - 投影的超分辨率

- 数据一致性投影:

$$P_{tr}(\mathbf{m},k)[x(\mathbf{n},t_r)] = \begin{cases} x(\mathbf{n},t_r) + \dfrac{\left(r^{(x)}(\mathbf{m},k) - \delta_0(\mathbf{m},k)\right)h(\mathbf{m},k;\mathbf{n},t_r)}{\sum_{0_1}\sum_{0_2} h^2(\mathbf{m},k;\mathbf{0},t_r)} & \text{if } r^{(x)}(\mathbf{m},k) > \delta_0(\mathbf{m},k) \\ x(\mathbf{n},t_r) & \text{if } -\delta_0(\mathbf{m},k) \le r^{(x)}(\mathbf{m},k) \le \delta_0(\mathbf{m},k) \\ x(\mathbf{n},t_r) + \dfrac{\left(r^{(x)}(\mathbf{m},k) + \delta_0(\mathbf{m},k)\right)h(\mathbf{m},k;\mathbf{n},t_r)}{\sum_{0_1}\sum_{0_2} h^2(\mathbf{m},k;\mathbf{0},t_r)} & \text{if } r^{(x)}(\mathbf{m},k) < -\delta_0(\mathbf{m},k) \end{cases}$$

连续投影到凸集



frame 0
low−res
frame 1
low−res
frame k
low−res
Back−project the error
to satisfy the
consistency constraints
Super Resolution Image

无子像素运动估计的SR

- 在存在独立运动物体和遮挡的情况下,**子像素光流的精确估计**是非常难的问题，所以在实际应用中，SR方法仅限于具有全局运动的视频，例如相机运动。
- Takeda等人[Tak 09]提出了用于SR的**3D控制核回归**（在时空域中），不需要直接进行精确的子像素运动估计。
- 每个像素通过**3D泰勒级数逼近**，其系数通过求解局部加权最小二乘问题来估计。权重利用了局部邻域中的3D时空方向，隐含地包含了**关于像素在时间上的局部运动信息**，从而**避免了子像素运动估计的显式计算**。
- 已提出一种对于**该算法的迭代实现**，其中通过粗糙（像素级）的运动补偿来适应快速和复杂的运动。

习题

- 6.2
- 6.5
- 6.8（其中“假设LR传感器单元**面积**是HR传感器单元**面积**的四倍”）
- 大作业：Matlab Exercises中任选一道题。