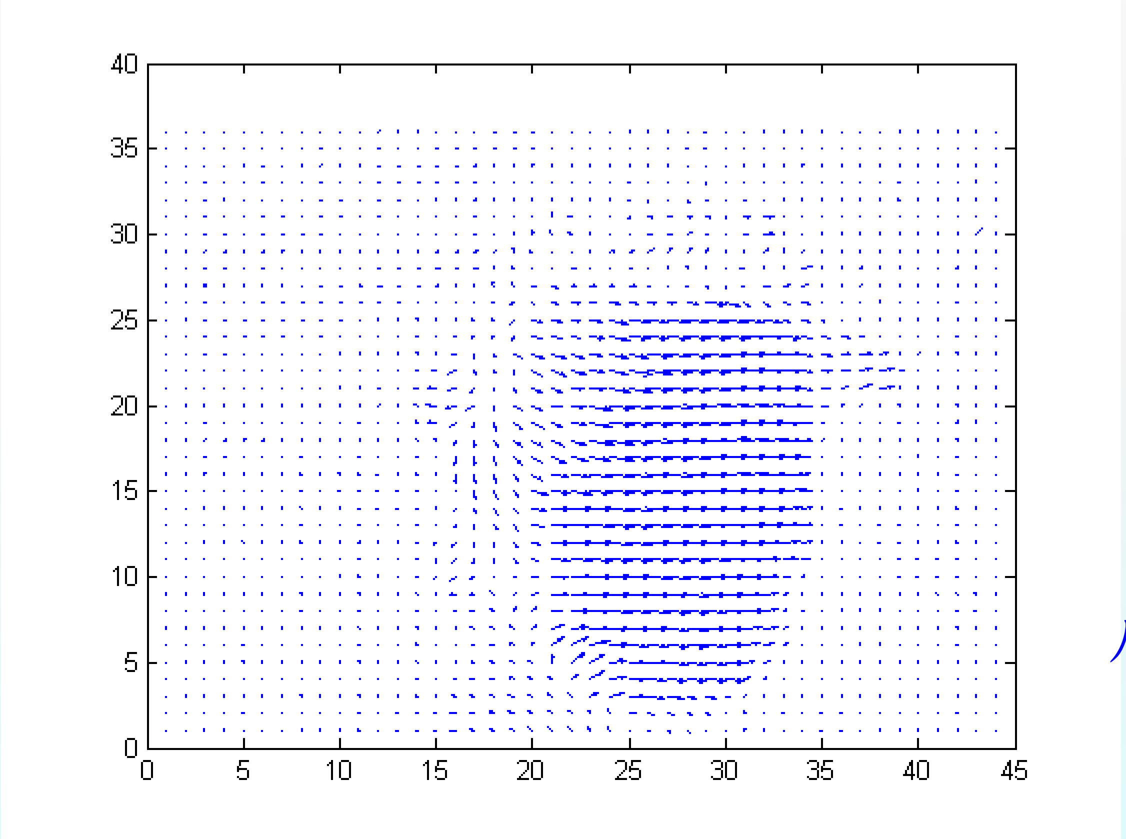
# 第13讲：2D运动估计方法-差分法

- 差分法：Lukas-Kanade
  - 一般解决方案：参数运动
  - 特殊情况：位移估计
- 差分法：Horn-Schunk
  - 全局平滑
  - 方向性平滑
- 像素递归运动估计
- 贝叶斯运动估计
  - 问题描述
  - 非线性优化

# 稠密运动估计

- 估计每个**像素（或超像素）**的运动矢量（MV）。




“Foreman”序列的稠密运动场

# Lukas-Kanade: 特殊情况

- **位移估计**：定义像素**x**处的**光流公式中的误差**作为**增量位移矢量Δp=（Δd₁，Δd₂）的函数**：

$$e_o(\mathbf{x},\Delta\mathbf{p}) = \frac{\partial s_c(\mathbf{x},t)}{\partial x_1}\Delta d_1 + \frac{\partial s_c(\mathbf{x},t)}{\partial x_2}\Delta d_2 + \frac{\partial s_c(\mathbf{x},t)}{\partial t}\Delta t$$

- 在块**B**内的所有像素**x**处，**误差$e_o$ (x，Δp)** 通常**并不恰好为零**，因为可能有：
  - i)　从离散图像样本估计**偏微分的误差**，
  - ii）块B内的**多个运动**，
  - iii）**帧到帧**的强度变化。
- 像素块**B**上的**总平方误差**由$e_o$（**x**，**Δp**）的平方和给出，可以表示为：

$$E_o(\Delta\mathbf{p}) = \sum_{\mathbf{x}\in\mathbf{B}}\left[\frac{\partial s_c(\mathbf{x},t)}{\partial x_1}\Delta d_1 + \frac{\partial s_c(\mathbf{x},t)}{\partial x_2}\Delta d_2 + \frac{\partial s_c(\mathbf{x},t)}{\partial t}\Delta t\right]^2$$

# Lukas-Kanade: 特殊情况

- 我们通过计算关于未知数$\Delta d_1$和$\Delta d_2$的偏微分对$E_o(\Delta p)$进行最小化。 $\frac{\&E_o(\Delta \mathbf{p})}{\&\Delta d_i} = 2\sum_{\mathbf{x}\in \mathbf{B}}\left[\frac{\partial s_c(\mathbf{x},t)}{\partial x_1}\Delta d_1 + \frac{\partial s_c(\mathbf{x},t)}{\partial x_2}\Delta d_2 + \frac{\partial s_c(\mathbf{x},t)}{\partial t}\Delta t\right]\frac{\partial s_c(\mathbf{x},t)}{\partial x_i} = 0$
- 同时解这两个方程，则有：

$$\sum_{\mathbf{x}\in \mathbf{B}}\left[\frac{\partial s_c(\mathbf{x},t)}{\partial x_1}\right]^2\Delta d_1 + \sum_{\mathbf{x}\in \mathbf{B}}\left[\frac{\partial s_c(\mathbf{x},t)}{\partial x_1}\right]\left[\frac{\partial s_c(\mathbf{x},t)}{\partial x_2}\right]\Delta d_2 = -\sum_{\mathbf{x}\in \mathbf{B}}\left[\frac{\partial s_c(\mathbf{x},t)}{\partial t}\right]\left[\frac{\partial s_c(\mathbf{x},t)}{\partial x_1}\right]\Delta t$$

$$\sum_{\mathbf{x}\in \mathbf{B}}\left[\frac{\partial s_c(\mathbf{x},t)}{\partial x_1}\right]\left[\frac{\partial s_c(\mathbf{x},t)}{\partial x_2}\right]\Delta d_1 + \sum_{\mathbf{x}\in \mathbf{B}}\left[\frac{\partial s_c(\mathbf{x},t)}{\partial x_2}\right]^2\Delta d_2 = -\sum_{\mathbf{x}\in \mathbf{B}}\left[\frac{\partial s_c(\mathbf{x},t)}{\partial t}\right]\left[\frac{\partial s_c(\mathbf{x},t)}{\partial x_2}\right]\Delta t$$

可以以矢量矩阵形式（通过归一化$\Delta t = 1$）写成：

$$\mathbf{H}\,\Delta\mathbf{p} = \mathbf{b}$$

其中：

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \sum_{\mathbf{x}\in \mathbf{B}}\left[\frac{\partial s_c(\mathbf{x},t)}{\partial x_1}\right]^2 & \sum_{\mathbf{x}\in \mathbf{B}}\left[\frac{\partial s_c(\mathbf{x},t)}{\partial x_1}\right]\left[\frac{\partial s_c(\mathbf{x},t)}{\partial x_2}\right] \\ \sum_{\mathbf{x}\in \mathbf{B}}\left[\frac{\partial s_c(\mathbf{x},t)}{\partial x_1}\right]\left[\frac{\partial s_c(\mathbf{x},t)}{\partial x_2}\right] & \sum_{\mathbf{x}\in \mathbf{B}}\left[\frac{\partial s_c(\mathbf{x},t)}{\partial x_2}\right]^2 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} -\sum_{\mathbf{x}\in \mathbf{B}}\left[\frac{\partial s_c(\mathbf{x},t)}{\partial t}\right]\left[\frac{\partial s_c(\mathbf{x},t)}{\partial x_1}\right] \\ -\sum_{\mathbf{x}\in \mathbf{B}}\left[\frac{\partial s_c(\mathbf{x},t)}{\partial t}\right]\left[\frac{\partial s_c(\mathbf{x},t)}{\partial x_2}\right] \end{bmatrix}$$

# Lukas-Kanade: 特殊情况

- 然后，可以从中计算**增量参数向量**的估计:

$$\Delta\mathbf{p} = \mathbf{H}^{-1}\mathbf{b}$$

- 如果在块B内存在足够的强度变化，且矩阵H可逆，即秩为2，则有唯一解。
- 该解是N×N个光流方程的**最小二乘解**，块B内的每个像素都有一个具有相同的两个未知数的方程。

# Lukas-Kanade 问题描述

- **一般情况 – 扭曲参数的估计：** 我们最小化当前帧向前一帧扭曲的误差，由下式给出：

$$\sum_{\mathbf{x}\in \mathbf{B}}\left[s_k(\mathbf{x}') - s_{k-1}(\mathbf{x})\right]^2$$

其中B 表示 N × N 的具有**足够灰度等级变化**的像素块，

$\mathbf{x}' = T(\mathbf{x};\ \mathbf{p}) = [T_1(\mathbf{x}; \mathbf{p})\ \ T_2(\mathbf{x}; \mathbf{p})]^T$ 表示作为模型参数矢量 $\mathbf{p}$ 的参数运动模型。

- 这是一个**非线性优化问题**，可以在假定小运动的情况下通过使用泰勒级数展开替代 $s_k(\mathbf{x}')$ 的二次代价函数进行近似。
- 为了确保运动较小，我们**假设参数矢量p的当前估计**是可用的，并且考虑由于增量参数更新 $\Delta\mathbf{p}$ 导致的差分运动的估计; 即我们将其中 $\mathbf{x}' = \mathbf{T}(\mathbf{x}; \mathbf{p}+\Delta\mathbf{p})$ 的 $s_k(\mathbf{x}')$ 扩展成关于点 $\mathbf{T}(\mathbf{x}; \mathbf{p})$ 的泰勒级数。

# Lukas-Kanade (cont'd)

- 关于Δp的**二次代价函数**由下式给出:

$$\sum_{\mathbf{x}}\left[s_k(\mathbf{T}(\mathbf{x};\mathbf{p}))+\nabla s_k(\mathbf{T}(\mathbf{x};\mathbf{p}))\frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \mathbf{p}}\Delta\mathbf{p}-s_{k-1}(\mathbf{x})\right]^2$$

其中项 $\frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \mathbf{p}}$ 是参数模型的**雅可比矩阵**。基于Δp对上式最小化是最小二乘估计问题，有闭合形式解。

- 关于**Δp计算偏微分**，并令其为0：

$$2\sum_{\mathrm{x}}\left[\nabla s_k(\mathbf{T}(\mathbf{x};\mathbf{p}))\frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \mathbf{p}}\right]^{\mathrm{T}}\left[s_k(\mathbf{T}(\mathbf{x};\mathbf{p}))+\nabla s_k(\mathbf{T}(\mathbf{x};\mathbf{p}))\frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \mathbf{p}}\Delta\mathbf{p}-s_{k-1}(\mathbf{x})\right]=0$$

- 求解 Δp, 可得:

$$\Delta\mathbf{p}=\mathbf{H}^{-1}\sum_{\mathrm{x}}\left[\nabla s_k(\mathbf{T}(\mathbf{x};\mathbf{p}))\frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \mathbf{p}}\right]^{\mathrm{T}}\left[s_{k-1}(\mathbf{x})-s_k(\mathbf{T}(\mathbf{x};\mathbf{p}))\right]$$

其中Hessian 阵为:

$$\mathbf{H}=\sum_{\mathrm{x}}\left[\nabla s_k(\mathbf{T}(\mathbf{x};\mathbf{p}))\frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \mathbf{p}}\right]^{\mathrm{T}}\left[\nabla s_k(\mathbf{T}(\mathbf{x};\mathbf{p}))\frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \mathbf{p}}\right]$$

# **Lukas-Kanade** (cont’d)

**分层迭代求精过程**可以概括为:

1) 在**最低分辨率估计帧**$s_k$ (**x**) 上求取空间/时间图像偏微分。 注意，在每个分辨率级别只估计一次偏微分。 设置初始参数向量**p** = 0。

2) 使用当前估计**p**， 将$s_k$ (x)中当前块向$s_{k-1}$ (x)相应块做**补偿（扭曲）**， 以获得$s_k$(**T** (**x**; **p**)) ,可使用子像素运动补偿估计**Δp**。

3) **更新p** = **p** +**Δp**。 重复步骤2和3次。

4) 继续到下一个分辨率级别， 直到我们达到金字塔中的**最高分辨率级别**。 在每个分辨率级别， **缩放当前的参数向量p**， 估计帧$s_k$(**x**) 上的空间/时间图像偏微分并转到步骤2。

5) 在最高分辨率级别， 重复步骤2和3， 直到**残差参数更新Δp收敛为零**。

# 逐层细化

- **克服孔径问题**
  - 针对低分辨率级别的大图像区域估计粗略的MV
  - 在较高分辨率级别对较小图像区域连续细化
  - 例如，64×64块在连续的较低分辨率级别以32×32, 16×16 和 8×8形式出现。因此，在最低级别的8×8MV分别在更高分辨率级别被细化为4个8×8MV，16个8×8MV和64个8×8MV。
- **缺点**：可能**漏掉快速移动的小对象**。

# Horn-Schunk法

- 假设空间和时间坐标是连续变量，运动估计被可写成**变分形式的优化问题:**

$$\hat{\mathrm{v}}(\mathbf{x}) = \arg\min_{\mathbf{v}(\mathbf{x})}\{E(\mathbf{v}(\mathbf{x}))\},$$

其中:
$$E(\mathbf{v}(\mathbf{x})) = \int_B \left( E_{of}^2(\mathbf{v}(\mathbf{x})) + \alpha^2 E_s^2(\mathbf{v}(\mathbf{x})) \right) d\mathbf{x}$$

**B** 表示**连续图像支撑区域**, 而

$$E_{of}(\mathbf{v}(\mathbf{x})) = \langle \nabla s_c(\mathbf{x}, t), \mathrm{v}(\mathbf{x}) \rangle + \frac{\partial s_c(\mathbf{x}, t)}{\partial t}$$

是光流方程中的误差，施加了**数据一致性**。

- 第二项$E_s(\mathbf{v}(\mathbf{x}))$ 是**平滑先验项**，其中速度矢量的空间变化可以通过速度矢量分量的**空间梯度的幅度平方和**来量化，由下式给出:

$$E_s^2(\mathbf{v}(\mathbf{x})) = \|\nabla \mathbf{v_1}(\mathbf{x})\|^2 + \|\nabla \mathbf{v_2}(\mathbf{x})\|^2$$
$$= \left(\frac{\partial \mathbf{v}_1(\mathbf{x})}{\partial x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial \mathbf{v}_1(\mathbf{x})}{\partial x_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial \mathbf{v}_2(\mathbf{x})}{\partial x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial \mathbf{v}_2(\mathbf{x})}{\partial x_2}\right)^2$$

# Horn-Schunk (cont'd)

- 运动场越平滑，则 $E_s^2(\mathbf{v}(\mathbf{x}))$ 越小。而参数 $\alpha^2$ 的值越大，**平滑约束的影响**越大。
- 对 $E(\mathbf{v}(\mathbf{x}))$ 求关于 $v_1$ 和 $v_2$ 的**偏微分**，并**令其为0**，可得：

$$\left[\alpha^2+\left(\frac{\partial s_c}{\partial x_1}\right)^2\right]v_1+\frac{\partial s_c}{\partial x_1}\frac{\partial s_c}{\partial x_2}v_2=\alpha^2\bar{v}_1-\frac{\partial s_c}{\partial x_1}\frac{\partial s_c}{\partial t}$$

$$\frac{\partial s_c}{\partial x_1}\frac{\partial s_c}{\partial x_2}v_1+\left[\alpha^2+\left(\frac{\partial s_c}{\partial x_2}\right)^2\right]v_2=\alpha^2\bar{v}_2-\frac{\partial s_c}{\partial x_2}\frac{\partial s_c}{\partial t}$$

$\bar{v}$ 表示对像素邻域（不包括当前像素）求平均。

- 以上方程关于 $v_1, v_2$ 为线性方程，可**迭代求出**：

$$\hat{v}_1^{(n+1)}(\mathbf{x})=\bar{v}_1^{(n)}(\mathbf{x})-\frac{\partial s_c}{\partial x_1}\left[\frac{\frac{\partial s_c}{\partial x_1}\bar{v}_1^{(n)}(\mathbf{x})+\frac{\partial s_c}{\partial x_2}\bar{v}_2^{(n)}(\mathbf{x})+\frac{\partial s_c}{\partial t}}{\alpha^2+\left(\frac{\partial s_c}{\partial x_1}\right)^2+\left(\frac{\partial s_c}{\partial x_2}\right)^2}\right]$$

$$\hat{v}_2^{(n+1)}(\mathbf{x})=\bar{v}_2^{(n)}(\mathbf{x})-\frac{\partial s_c}{\partial x_2}\left[\frac{\frac{\partial s_c}{\partial x_1}\bar{v}_1^{(n)}(\mathbf{x})+\frac{\partial s_c}{\partial x_2}\bar{v}_2^{(n)}(\mathbf{x})+\frac{\partial s_c}{\partial t}}{\alpha^2+\left(\frac{\partial s_c}{\partial x_1}\right)^2+\left(\frac{\partial s_c}{\partial x_2}\right)^2}\right]$$

# Horn-Schunk (cont'd)

- 速度$v_1^{(0)}(\mathbf{x},t)$ 和$v_2^{(0)}(\mathbf{x},t)$ 的**初始估计通常设置为零**，并且从观察图像估计所有的空间和时间微分。空间图像偏微分可以通过高斯滤波器的微分来估计。
- Horn-Schunck通过**平均四个有限差分**来估计空间和时间微分，其中时间微分是从两帧估计的。

$$\frac{\partial s_c(x_1,x_2,t)}{\partial t} \approx \frac{1}{4}\{s[n_1,n_2,k+1]-s[n_1,n_2,k]+s[n_1+1,n_2,k+1]-s[n_1+1,n_2,k]+s[n_1,n_2+1,k+1]-s[n_1,n_2+1,k]+s[n_1+1,n_2+1,k+1]-s[n_1+1,n_2+1,k]\}$$

- Horn-Schunck方法在整个图像上或在所选窗口上**全局地施加光流和平滑约束**，这会导致：
  - **全局平滑度约束模糊“运动边缘”。**
  - **在遮挡区域内施加光流约束。**

# 自适应平滑约束

- **方向性平滑约束**可以表示为:

$$E_{ds}^2(\mathbf{v}(\mathbf{x})) = (\nabla \mathbf{v}_1)^T \mathbf{W} (\nabla \mathbf{v}_1) + (\nabla \mathbf{v}_2)^T \mathbf{W} (\nabla \mathbf{v}_2)$$

其中**W** 为**惩罚运动场变化的权重矩阵**，而运动场变化又依赖于视频灰度等级的空间变化。例如，权重矩阵 **W** 可选择为:

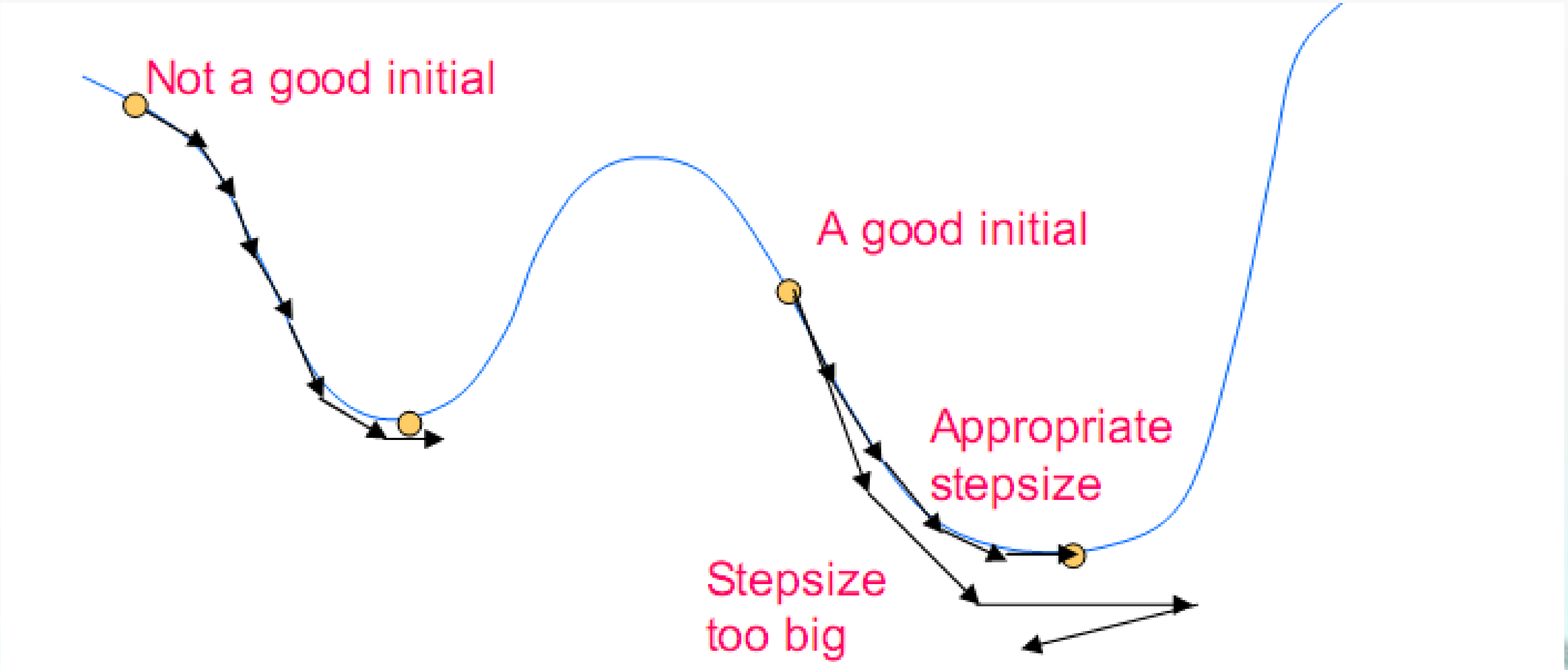
$$\mathbf{W} = \frac{\mathbf{F}+\delta\mathbf{I}}{\mathrm{trace}(\mathbf{F}+\delta\mathbf{I})}$$

其中**I** 为单位阵，用来保证在**空域不变区域使权重值非零**, δ 与 $b^2$ 为全局标量常数，而:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial s_c}{\partial x_1}\right)^2 + b^2\left\{\left(\frac{\partial^2 s_c}{\partial x_1^2}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2 s_c}{\partial x_1 \partial x_2}\right)^2\right\} & \frac{\partial s_c}{\partial x_1}\frac{\partial s_c}{\partial x_2} + b^2\left\{\frac{\partial^2 s_c}{\partial x_1 \partial x_2}\left(\frac{\partial^2 s_c}{\partial x_1^2}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2 s_c}{\partial x_1 \partial x_2}\right)^2\right\} \\ \frac{\partial s_c}{\partial x_1}\frac{\partial s_c}{\partial x_2} + b^2\left\{\frac{\partial^2 s_c}{\partial x_1 \partial x_2}\left(\frac{\partial^2 s_c}{\partial x_1^2}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2 s_c}{\partial x_1 \partial x_2}\right)^2\right\} & \left(\frac{\partial s_c}{\partial x_2}\right)^2 + b^2\left\{\left(\frac{\partial^2 s_c}{\partial x_2^2}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2 s_c}{\partial x_1 \partial x_2}\right)^2\right\} \end{bmatrix}^{-1}$$

- 可观察到 **Horn-Schunck 方法**为上式的一种**特殊情况**，即:
δ = 1， **F**= **0**.

# 梯度下降法



Not a good initial
A good initial
Appropriate
stepsize
Stepsize
too big

# 像素递归运动估计

- **Netravali-Robbins算法**[Rob 83]最小化每个像素处的DFD的平方，由下式给出：

$$E(\mathbf{x},\mathbf{d}) = [DFD(\mathbf{x},\mathbf{d})]^2$$

其中DFD（·）表示位移的帧差。

- 通过**最速下降法**使在像素$\mathbf{x}$处的关于$\mathbf{d}$对$E(\mathbf{x},\mathbf{d})$进行最小化，迭代公式：

$$\hat{\mathbf{d}}^{(i+1)}(\mathbf{x}) = \hat{\mathbf{d}}^{(i)}(\mathbf{x}) - \varepsilon\, DFD(\mathbf{x},\hat{\mathbf{d}}^{(i)})\,\nabla_{\mathbf{x}} s_c(\mathbf{x}-\hat{\mathbf{d}}^{(i)};t-\Delta t)$$

其中$\nabla_x$是相对于x的梯度，ε是步长。.

- **初始估计**$\hat{\mathbf{d}}^{(0)}\mathbf{x}$可选先前像素的运动矢量（MV）或邻域中先前计算的MV的线性组合作为当前像素的MV。
- 注意，梯度的**负值指向最陡下降的方向**。

# 像素递归运动估计 (cont’d)

- **孔径问题**在像素递归方法中是显而易见的。由于更新项是沿着图像强度的空间梯度的向量，因此不能在与梯度向量垂直的方向上进行校正。
- Netravali-Robbins算法的**收敛速率**取决于**步长参数ε的选择**。例如，如果ε= 1/16，则需要至少32次迭代来估计2个像素的位移。另一方面，大步长的选择可能导致振荡行为。
- 为了促进更快的收敛，可使用**自适应步长**:

$$\varepsilon = \frac{1}{\left\| \nabla_{\mathbf{x}} s_c\left(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{d}}^{(i)}; t - \Delta t\right) \right\|^2 + c^2}$$

其中偏置项$c^2$用来避免在空间梯度几乎为零的恒定强度的区域中除以零。

# 贝叶斯运动估计

- 贝叶斯运动估计的**目标**是对运动场的**后验概率密度函数** $p(\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2 | \mathbf{s}_k, \mathbf{s}_{k-1})$进行**最大化**，其中 $\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2$ 表示在给定观察数据（即两幅图像$\mathbf{s}_k$和$\mathbf{s}_{k-1}$）条件下每个像素上MV的两个分量，以字典顺序排列。

- 根据**贝叶斯准则**:

$$p(\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2 | \mathbf{s}_k, \mathbf{s}_{k-1}) = \frac{p(\mathbf{s}_k | \mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2, \mathbf{s}_{k-1})\, p(\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2 | \mathbf{s}_{k-1})}{p(\mathbf{s}_k | \mathbf{s}_{k-1})}$$

其中分母$p(\mathbf{s}_k | \mathbf{s}_{k-1})$独立于$(\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2)$, 因此为一个尺度常数, 且可假定先验PDF不依赖于$\mathbf{s}_{k-1}$, 即:

$$p(\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2 | \mathbf{s}_{k-1}) = p(\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2).$$

# 贝叶斯运动估计 (cont'd)

- **条件概率密度函数** $p(\mathbf{s}_k \mid \mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2, \mathbf{s}_{k-1})$ 描述了给定参考帧 $s_{k-1}$ 和运动矢量条件下，当前帧 $s_k$ 的分布。因此，它可以对位移帧差(DFD)的概率分布进行建模，可假定为一个**零均值高斯分布：**

$$p(\mathbf{s}_k \mid \mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2, \mathbf{s}_{k-1}) \approx e^{-\frac{1}{2\sigma_n^2}\sum_{x_1}\sum_{x_2}\left[s_k(\mathbf{x}) - s_{k-1}(\mathbf{x}+\mathbf{d}(\mathbf{x}))\right]^2}$$

或**光流方程误差的 pdf**，由下式给出：

$$p(\mathbf{s}_k \mid \mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2, \mathbf{s}_{k-1}) \approx e^{-\frac{1}{2\sigma_n^2}\sum_{x_1}\sum_{x_2}\left[\frac{\partial s_k(x_1,x_2)}{\partial x_1}d_1(\mathbf{x}) + \frac{\partial s_k(x_1,x_2)}{\partial x_2}d_2(\mathbf{x}) + \frac{\partial s_k(x_1,x_2)}{\partial t}\right]^2}$$

# 贝叶斯运动估计 (cont'd)

- 运动场的**先验概率密度函数** $p(\mathbf{d}_1,\mathbf{d}_2)$可以定义为**吉布斯分布** [Gem 84]:

$$p(\mathbf{d}_1,\mathbf{d}_2) \approx e^{-\frac{\sum_{(\mathbf{x}_i,\mathbf{x}_j)\in \mathbf{C}}\|\mathbf{d}(\mathbf{x}_i)-\mathbf{d}(\mathbf{x}_j)\|^2}{T}}$$

倾向于平滑运动场，其中C定义邻域系统内的两个像素团的集合，T是温度。

- 由于**对数函数是单调函数**, 可以对$\ln\{p(\mathbf{s}_k \mid \mathbf{d}_1,\mathbf{d}_2,\mathbf{s}_{k-1})\, p(\mathbf{d}_1,\mathbf{d}_2 \mid \mathbf{s}_{k-1})\}$进行最大化，或等价地，对其负值进行最小化，以寻找**运动估计的最大后验概率**。

则 MAP 估计 $\hat{\mathbf{d}}_1,\hat{\mathbf{d}}_2$ 是通过**对下式进行最小化**获得的:

$$E(\mathbf{d}_1,\mathbf{d}_2)=\frac{1}{2\sigma_n^2}\sum_{x1}\sum_{x2}\left[s_k(\mathbf{x})-s_{k-1}(\mathbf{x}+\mathbf{d}(\mathbf{x}))\right]^2+\frac{1}{T}\sum_{C\in\mathbf{C}}\left\|\mathbf{d}(\mathbf{x}_i)-\mathbf{d}(\mathbf{x}_j)\right\|^2$$

- 该能量函数类似于在Horn-Schunck方法中使用的能量函数，因为它们都包含**数据一致性项**和**平滑项**。