# 第一章 极限与连续

## 一、预备基础

研究对象：函数

 

函数的特性：单调性、奇偶性、周期性、有界性

### 基本初等函数

1、幂函数：











1. 指数函数：（a>0）







1. 对数函数













1. 三角函数







1. 反三角函数





指三幂反对



### 复合函数



指数函数加三角函数的复合函数



三角函数加幂函数的复合函数



指数函数加三角函数加幂函数的复合函数

### 分段函数



## 函数的极限

会：函数在一点处的左极限和右极限

掌握：极限的四则运算法则

### 数列极限







### 函数极限







极限四则运算



典型例题









## 两个重要极限





典型例题





















## 无穷小量比较

掌握无穷小量的性质、无穷小量与无穷大量的关系，会无穷小量的比较，会用等价无穷小量代换求极限













典型例题









1. 等价无穷小量 B、2阶无穷小量

C、3阶无穷小量 D、4阶无穷小量

 1



1. 高阶无穷小量 B、等价无穷小量
2. 同阶但不等价无穷小量 D、低阶无穷小量

？ 

有限个无穷小量的和、差、积，仍为无穷小量

无穷小量与有界函数之积仍为无穷小量



1.  B、 C、 D、

 

## 等价无穷小量替换

会运用等价无穷小量代换求极限



### 常用的等价无穷小量





注意加减法，不可以局部替换（可以提取公因式变为乘积后等价替换）

例题























## 连续

掌握函数（含分段函数）在一点处的连续性判断方法

会求函数的间断点

掌握在闭区间上连续函数的性质，会用界定值推证一些简单命题

### 连续：

设函数在点的某个邻域内有定义，如果 的左右极限相等，则称函数在点处连续，也称是函数的连续点

连续函数代入法求极限

分段函数会判断连续性 左右极限













设函数在处连续，求



在处连续，则



### 函数的间断点

无法代入点，代入后分母为0，函数不连续，称为函数的间断点

### 闭区间上连续函数的性质

有最大值和最小值，函数有界，零点定理（根----时，的值，不一定唯一）

# 一元函数微分学

## 七、导数的概念及几何意义

掌握用定义求函数在一点的导数的方法

会求曲线上一点处的切线方程与法线方程

### 导数的定义





### 导数的几何意义



**切线方程**



**法线方程**





例题























## 八、导数基本公式及四则运算

熟练掌握导数的基本公式和四则运算

### 导数基本公式

1. 常数求导
2. 幂函数求导
3. 指数函数求导
4. 对数函数求导
5. 三角函数求导
6. 反三角函数求导

### 导数的四则运算





例题

















## 复合函数求导数

熟练掌握复合函数求导的方法

链式法则



例题





















## 隐函数求导

方法一、等式两边对x求导



方法二

微分公式：

两边求微分，不理解，略







## 微分和高阶导数

### 高阶导数



### 微分



可微=可导





























## 对数求导和参数方程求导

对数的性质









### 参数方程











### 洛必达法则

熟练使用洛必达法则求型未定式的极限的方法

（求极限总结：1、代入法2、两个重要极限3、等价无穷小代换4、洛必达法则）

两种未定式求极限时，























## 函数的单调性和极值

掌握利用导数判定函数的单调性，求函数的单调增区间、减区间，会利用函数的单调性证明简单的不等式

掌握求函数的驻点、极值点、极值，最大值和最小值得方法。会求解简单的应用问题

### 函数的单调性

A、不存在零点 **B、存在唯一的零点** C、存在极大值点 D、存在极小值点













## 函数的凹凸性和渐近线

会判断曲线的凹凸性，会求曲线的拐点

会求曲线的水平渐近线与铅直渐近线

### 二阶导数的正负判断凹凸性



### 函数的拐点



### 水平渐近线





### 铅直渐近线

















## 一元函数微分学复习

### 导数

1. 定义，切线方程，法线方程
2. 求导：导数公式、四则运算、复合函数、隐函数求导、对数求导、参数方程。高阶导数
3. 微分

### 导数的应用

1. 洛必达法则求极限

2、单调、极值

凹凸、拐点

3、水平和竖直渐近线、不等式证明





























