VARIABILI CASUALI (o ALEATORIE)

Per un campione casuale o per un esperimento casuale, ciascun possibile risultato ha una probabilità di verificarsi. La variabile che descrive tutti i possibili risultati è definita come VARIABILE CASUALE (V.C.). Dunque qual è la relazione tra la v.c. e Ω? Attraverso la v.c. si associa ad ogni $E \in \Omega$ un numero $x \in \mathbb{R}$.

Una v.c. ha una configurazione analoga a quella della variabile statistica con la differenza che una v.s. è data da una tabella con modalità x_i e frequenze n_i, mentre una v.c. è data da una tabella con modalità x_i e probabilità P_i:

v.s.

x_i	n_i
⋮	⋮

v.c.

x_i	P_i
⋮	⋮

Esempio: Lancio 3 monete, i possibili esiti:

TCC TTT TTC TCT CTC CCT CTT CCC

v.s.

x_i (Teste)	n_i
0	1
1	3
2	3
3	1
	8

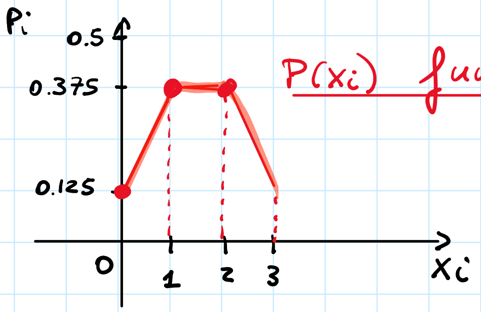
$0 \leq P_i \leq 1$

v.c. discreta

x_i (Teste)	$P_i = n_i/N$
0	$1/8 = 0.125$
1	$3/8 = 0.375$
2	$3/8 = 0.375$
3	$1/8 = 0.125$
	1

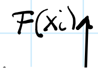
Le v.c. possono essere discrete o continue.

Una v.c. si dice **DISCRETA** quando la x può assumere un numero finito o numerabile di valori x_i in corrispondenza di eventi E_i con probabilità P_i e tale $\sum_{i=1}^{s} P_i = 1$.



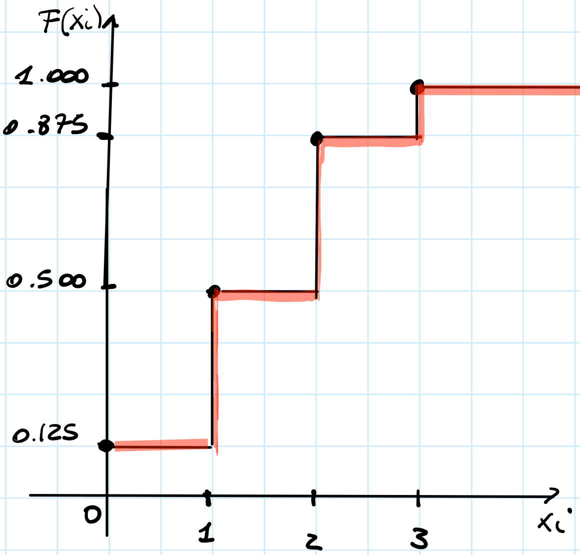
$P(x_i)$ funzione di probabilità

A questa funzione di probabilità è possibile associare una funzione di ripartizione $F(x_i)$ cioè di accumulazione delle P_i:



funzione di ripartizione $F(x_i)$ cioè di accumulazione delle p_i:

x_i	$p_i = P(x_i)$	$F(x_i)$
0	0.125	0.125
1	0.375	0.500
2	0.375	0.875
3	0.125	1.000



Nota la funzione di probabilità $P(x_i)$ allora $F(x_i) = \sum_{x_i \leq x} p_i \quad x \in \mathbb{R}$

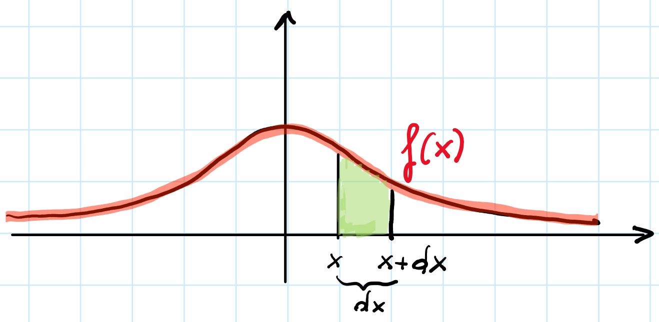
$0 \leq F(x_i) \leq 1 \qquad \lim_{x \to +\infty} F(x) = 1 \qquad \lim_{x \to -\infty} F(x) = 0$

Valori caratteristici per una v.c. discreta:

- $\mu = E[X] = \sum_{i=1}^{s} x_i p_i$ Expected value o Expectation $\qquad \mu = \dfrac{\sum_{i=1}^{s} x_i n_i}{N}$ p_i

- $\sigma^2 = Var[X] = \sum_{i=1}^{s} (x_i - \mu)^2 \cdot p_i \qquad \sigma^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{s} (x_i - \mu)^2 \cdot n_i}{N}$ p_i

Una v.c. si dice **CONTINUA** quando la sua probabilità è espressa in termini di area.



$P(x_i)$ la funzione di probabilità è definita come *funzione di densità di probabilità*: $f(x)$

$$P(x < X < x+dx) = \int f(x)\,dx \qquad \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = 1 \qquad f(x) \geq 0$$

La probabilità che X assuma valori compresi tra x_i e x_j è data da

$$P(x_i \leq X \leq x_j) = \int_{x_i}^{x_j} f(x)\,dx$$

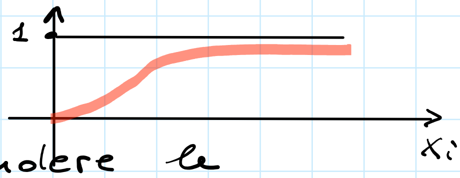
In particolare, la probabilità in un punto x_i è nulla:

In particolare, la probabilità in un punto x_i è nulla:

$$P(x_i \leq X \leq x_i) = \int_{x_i}^{x_i} f(x)\,dx = 0$$

Per le v.c. continue la funzione di ripartizione è definita come

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)\,dx$$



ed è la funzione che fa corrispondere le probabilità cumulate in un intervallo continuo.

Valori caratteristici per una v.c. continua

- $\mu = E[x] = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x)\,dx$

- $\sigma^2 = Var[x] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x_i - \mu)^2 \cdot f(x)\,dx.$

$\boxed{\text{V.C. DISCRETE}}$
- → V.C. BERNOULLIANA o BINOMIALE o v.c. delle prove ripetute
- → V.C. IPERGEOMETRICA o senza ripetizione
- → V.C. di POISSON o v.c. degli eventi rari

$\boxed{\text{V.C. CONTINUE}}$
- → V.C. NORMALE o curva di Gauss
- → V.C. t di STUDENT
- → V.C. chi-quadro χ^2 di PIZZETTI - PEARSON
- → V.C. F di SNEDECOR - FISHER