Pumping Lemma

Tipo 2

Supponiamo, per assurdo, che L sia libero da contesto. Per il pumping lemma per i linguaggi liberi, $\exists p \in \mathbb{N} : \forall z \in L, |z| \geq p \to z = uvwxy$ con le seguenti proprietà:

- $|vwx| \geq p$;
- $vx \neq \lambda$;
- $\forall i > 0 : uv^iwx^iy \in L$.

Scegliamo una parola in L

$$\text{scegliamo z in funzione di p, trovando la parola più vicina al vincolo.}$$

Analizziamo i diversi casi:

$$\text{nonostante i linguaggi siano diversi, i casi sono sempre uguali.}$$

1. a^k, pompiamo o depompiamo.
2. b^k, pompiamo o depompiamo.
3. c^k, pompiamo o depompiamo.
4. suddiviso in 3 casi:
   1. $v \neq \lambda, x = \lambda$: analogo al caso 1;
   2. $v = \lambda, x \neq \lambda$: analogo al caso 2;
   3. $v \neq \lambda, x \neq \lambda$: da sviluppare.
5. suddiviso in 3 casi:
   1. $v \neq \lambda, x = \lambda$: analogo al caso 2;
   2. $v = \lambda, x \neq \lambda$: analogo al caso 3;
   3. $v \neq \lambda, x \neq \lambda$: da sviluppare.

se i casi del pumping lemma non bastano per dimostrare che $L \notin \mathcal{L}_2$, si ricorre al metodo delle lunghezze.

metodo delle lunghezze (brevemente)

si confronta la lunghezza della parola pompata con quella della parola successiva al linguaggio. se

$$|z'| \neq |succ\ z|$$

allora abbiamo dimostrato che $L \notin \mathcal{L}_2$.

Tipo 3

Supponiamo, per assurdo, che L sia lineare destro. Per il teorema di Kleene, $\mathcal{L}_3 \equiv \mathcal{L}_{\mathcal{FSL}} \equiv \mathcal{L}_{\mathcal{REG}}$. Quindi $\exists M = (Q, \delta, q_0, F)$ t.c. $L = T(M)$.
ecc.