**■ 数学期望与方差**

**定义1** 设为一离散型随机变量，其分布列为，若级数绝对收敛，则称这级数为的数学期望，简称期望或均值，记为，即

否则，称的数学期望不存在。

为的方差，就是的函数的数学期望。

在定义1中，要求 绝对收敛是必须的，因为 的数学期望是一确定的量，不受 在级数中排列次序的影响，这在数学上就要求级数绝对收敛。的数学期望也称为数以概率 为权的加权平均。

**定义2** 设为一连续型随机变量，其密度函数为，若时，则称

为的数学期望，否则称的数学期望不存在。

**计算方差时常用简化公式**

**■ 常见分布的数学期望**

**1. 两点分布**

设，即，则

**2. 二项分布**

设 ，即，则

，证明较复杂，略。

在二项分布中，当时，概率是服从泊松分布的：

其中，是泊松分布的期望。

**3. 泊松分布**

设，即，则

其中用到泰勒级数展开式

这说明，泊松分布的参数就是服从泊松分布的随机变量的均值。

**4. 均匀分布**

设，即的密度函数为，则

恰好是的中点，这与均值意义相符。

**5. 指数分布**

设，即的密度函数为，则

**6. 正态分布**

设，即的密度函数为，则

这说明正太分布的参数是正态随机变量的均值。

**■ 数学期望的性质**

**定理：** （1）；

（2）；

（3）；

（4）设相互独立 ；

其中为常数，且数学期望都存在。由此定理可推论：

**推论1**

其中均是常数，特别有

**推论2** 若相互独立，则

**■ 方差、协方差的性质**

若是相互独立的随机变量，即不相关，则协方差，因为

**引申：相关系数**

若，则称不线性相关。充要性满足

**■ 总体样本的无偏估计**

**定义** 设统计量是总体中未知参数的估计量，若，则称为 的无偏估计量；否则称为有偏估计量。

上面这个定义的意思就是说如果拿到了一堆样本观测值，然后想通过这一堆观测值去估计某个统计量（一般就是想估计总体的期望或方差），如果选择的方法所估计出来的统计量的期望值与总体样本的统计量相等，那么我们称这种方法下的估计量是无偏估计量，否则为有偏估计量。

有偏无偏是针对选择估计的方法所说的，它并不是针对具体某一次估计出来的估计量结果。如果方法不对，即使恰好在某一次计算出来一个值和总体样本统计量值相同，也并不代表所选的这个方法是无偏的。因为单次值是和选取的样本相关的，每次样本（更加严格的意义是某次样本快照）的值变化了，那么每次的值就有可能跟着变化，需对多个求期望值来判断的可信程度，如果一直重复这个试验，然后它的期望值与总体样本的统计量一样，那么称按照这种方法估计出来的统计量是无偏的。

只有在无法通过整体直接“统计”获得你想要的“量”时，只能通过“部分样本”来做“整体样本”“量”的估计时，谈估计方法的“有偏”还是“无偏”才是有意义的。

**重要假设** 随机选取的样本与总体样本同分布，就是说他们的统计特性是完全一样的，即他们 的期望值一样，方差值也一样，即

**定理1** 样本均值是总体样本均值的无偏估计。

**定理2** 样本方差是总体样本方差的无偏估计。即

证明网查。之所以不是，是因为 。或者如果已知总体均值，则

但实际上，总体均值都是未知的。