

2025 矩阵分析与应用

作业六

1. 试判断矩阵 $\begin{pmatrix} \frac{1+i}{\sqrt{3}} & \frac{1+i}{\sqrt{6}} \\ \frac{i}{\sqrt{3}} & \frac{-2i}{\sqrt{6}} \end{pmatrix}$ 是否为酉矩阵。

2. 从向量 $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ -\frac{2}{3} \\ -\frac{2}{3} \end{pmatrix}$ 出发, 使用 elementary reflector 构造 R^3 的一组标准正交基。

3. 设 $\mathbf{R} = \mathbf{I} - 2\mathbf{u}\mathbf{u}^T$, 这里 \mathbf{u} 为 $n \times 1$ 的向量 ($n > 1$), 且 $\|\mathbf{u}\| = 1$. 如果 \mathbf{x} 满足: $\mathbf{R}\mathbf{x} = \mathbf{x}$, 试说明 \mathbf{x} 与 \mathbf{u} 正交。

4. 对于矩阵 $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & -20 & -14 \\ 3 & 27 & -4 \\ 4 & 11 & -2 \end{pmatrix}$, 使用 Given reduction 方法找到一个正交矩阵 \mathbf{P} , 使得 $\mathbf{P}\mathbf{A} = \mathbf{T}$, 这里 \mathbf{T} 为上三角矩阵, 且对角元素都为正数。

5. 对于矩阵 $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 19 & -34 \\ -2 & -5 & 20 \\ 2 & 8 & 37 \end{pmatrix}$, 使用 Householder reduction 实现该矩阵的 QR 分解。