原创 Katniss的名字被占用
已于 2022-06-25 16:12:33 修改 阅读量2.2k 收藏 29 点赞数 11
分类专栏： 笔记 文章标签： 矩阵 线性代数 python

一、填空题（4‘*7）

1. 求一4*5矩阵的秩
2. 求矩阵的index
3. 求正交矩阵的行列式
4. 求一2*2矩阵在二模下的条件数K
5. 给一向量u，求正交投影矩阵
6. 给两个向量求角度
7. 矩阵的无穷模

二、大题

1. 给定 线性 方程组，线性方程组中的a,b取什么值有解？求无穷解时的基础解系。
2. 说明反对称矩阵A_{n*n}，n为奇数时，det|A|=0.
3. classical gram-Schmidt 的流程。
4. 所有n*n实矩阵在Rn构成的向量空间V，说明对称矩阵Sn和反对称矩阵Kn是子空间，同时说明Sn和Kn是 正交 补空间。
5. 给定3*3的矩阵A和B，求满足AXA+BXB=I+AXB+BXA的矩阵X

Problem: Use Givens reduction (i.e., use plane rotations) to reduce th

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & -20 & -14 \\ 3 & 27 & -4 \\ 4 & 11 & -2 \end{pmatrix}$$

to upper-triangular form. Also compute an orthogonal matrix $\mathbf{P}$ s
$\mathbf{PA} = \mathbf{T}$ is upper triangular.

Solution: The plane rotation that uses the (1,1)-entry to annihilate t
entry is determined from (5.6.16) to be

$$\mathbf{P}_{12} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{so that} \quad \mathbf{P}_{12}\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 27 & -4 \\ 0 & 20 & 14 \\ 4 & 11 & -2 \end{pmatrix}.$$

Now use the (1,1)-entry in $\mathbf{P}_{12}\mathbf{A}$ to annihilate the (3,1)-entry in $\mathbf{P}_{12}\mathbf{A}$. The plane rotation that does the job is again obtained from (5.6.16) to be

$$\mathbf{P}_{13} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 3 & 0 & 4 \\ 0 & 5 & 0 \\ -4 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{so that} \quad \mathbf{P}_{13}\mathbf{P}_{12}\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 5 & 25 & -4 \\ 0 & 20 & 14 \\ 0 & -15 & 2 \end{pmatrix}.$$

Finally, using the (2,2)-entry in $\mathbf{P}_{13}\mathbf{P}_{12}\mathbf{A}$ to annihilate the (3,2)-entry produces

$$\mathbf{P}_{23} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & -3 \\ 0 & 3 & 4 \end{pmatrix} \quad \text{so that} \quad \mathbf{P}_{23}\mathbf{P}_{13}\mathbf{P}_{12}\mathbf{A} = \mathbf{T} = \begin{pmatrix} 5 & 25 & -4 \\ 0 & 25 & 10 \\ 0 & 0 & 10 \end{pmatrix}.$$

Since plane rotation matrices are orthogonal, and since the product of orthogonal matrices is again orthogonal, it must be the case that

7. 跟这个题目的基和问题一样，不过考试中线性算子为

$$T(X) = \frac{X + X^T}{2}$$

五、设T为$R^{2\times2}$空间上的一个线性算子，对于任意$X \in R^{2\times2}$，定义如下：

$$T(X) = AX - XA, \quad 这里 \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix},$$

对于$R^{2\times2}$中的一组基$S = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$，给出该线性算子的矩阵表示$[T]_S$，

并对于矩阵$U = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$，验证$[T(U)]_S = [T]_S[U]_S$。(20分)

整体来说不难，每年的侧重点都不一样，需要全面复习，重点例子和练习题。