

2025 矩阵分析与应用

作业二

1. 已知 $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{A}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. 试求矩阵 \mathbf{B} 、 \mathbf{C} 的逆矩阵, 其中 \mathbf{B} 、 \mathbf{C} 定义如下:

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

2. 对于矩阵 $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 4 & 18 & 26 \\ 3 & 16 & 30 \end{pmatrix}$, (1) 求出它的 LU 分解形式; (2) 由 LU 分解求 \mathbf{A}^{-1} .

3. 矩阵 \mathbf{A} 和向量 \mathbf{b} 定义如下:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 17 \\ 3 & 6 & -12 & 3 \\ 2 & 3 & -3 & 2 \\ 0 & 2 & -2 & 6 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 17 \\ 3 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

使用部分主元法 (partial pivoting) 实现 $\mathbf{PA} = \mathbf{LU}$, 并求解方程组 $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$.

4. 当 ξ 取什么值的时候, 矩阵 $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \xi & 2 & 0 \\ 1 & \xi & 1 \\ 0 & 1 & \xi \end{pmatrix}$ 不存在 LU 分解。