Javascript精度问题

TD (telecom digital)

数字的二进制

173.8125 = 10101101.1101

1. 整数部分173，除2取余，逆序排列

173 / 2 = 86 … 1

86 / 2 = 43 … 0

43 / 2 = 21 … 1

21 / 2 = 10 … 1

10 / 2 = 5 … 0

5 / 2 = 2 … 1

2 / 2 = 1 … 0

1 / 2 = 0 … 1

10101101

2^7 + 2^5 + 2^3 + 2^2 + 1

173.8125

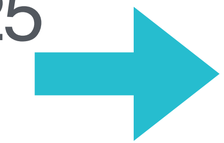
2. 小数部分0.8125，乘2取整，顺序排列

0.8125 * 2 = 1.625

0.625 * 2 = 1.25

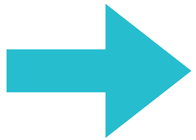
0.25 * 2 = 0.5

0.5 * 2 = 1



1101

2^-1 + 2^-2 + 2^-4



0.8125 = (1 + 0.625) / 2

= 1/2 + (0.625 * 2) / (2 * 2)

= 1/2 + (1 + 0.25) / 4

= 1/2 + 1/4 + (0.25 * 2) / (4 * 2)

= 1/2 + 1/4 + 0.5 / 8

= 1/2 + 1/4 + (0.5 * 2) / (8 * 2)

= 1/2 + 1/4 + 1/16

= 2^-1 + 2^-2 + 2^-4

使用以上知识，将10进制小数0.1转为二进制：

0.1 * 2 = 0.2

0.2 * 2 = 0.4

0.4 * 2 = 0.8

0.8 * 2 = 1.6

0.6 * 2 = 1.2

0.2 * 2 = 0.4

0.4 * 2 = 0.8

0.8 * 2 = 1.6

0.6 * 2 = 1.2

…

0.0001100110011… 1100无限重复

0.001100110011… => 0.2

为什么这么垃圾？0.1，0.2这么简单的数字都搞不定，其实0.1～0.9 之间除了0.5能搞定之外其他都凉凉~

这么垃圾的方法有别的方法没?

为什么小数部分要用类似于 2^-1 + 2^-2 + 2^-4这样的方式去表示?

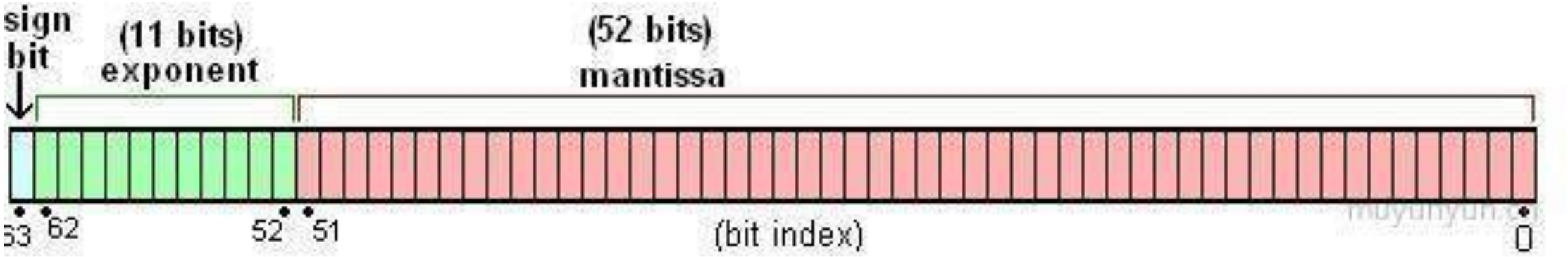
0.8125 取成整数 8125 然后二进制表示，很开心啊~

No, 1/3 0.3333333… 就傻了

还有一个原因，因为浮点数使用指数形式去表示的，需要将 10101101.1101 表示成为 1.01011011101 * 2^7 所以必须这样

浮点数存储

javascript中所有数值都以IEEE-754标准的64 bit双精度浮点数进行存储



存储结构的优点：可以归一化处理整数和小数，节省空间

64位比特可分为以下三部分：

- 符号位S：第一位是正负数符号位(sign) 0是整数 1是负数
- 指数位E：中间的11位存储指数(exponent)，用来表示次方数
- 尾数为M：最后52位是尾数(mantissa)，超出部分自动进1舍0

实际由以下公式来计算：

$$V = (-1)^S \times 2^E \times M$$

S 为0或1

M为尾数一般为1.xxxx 所以1会被舍去

E是一个无符号整数长度11位取值范围0～2047(2^11 - 1)但是科学技术法中指数可以为负数，所以减去一个中间数1023，[0, 1022]表示为负, [1024, 2047]表示为正。

$$V = (-1)^S \times 2^{E-1023} \times (M + 1)$$

0.1 + 0.2 !== 0.3

0.1 to 0.0001100110011001100(1100循环) to 1.1001100110011001100x2^-4

对应成刚才的公式：

S = 0

E - 1023 = - 4 E = 1029 = 01111111011

M舍去首位的1，得到10011001100… (52位)

0.1 + 0.2 = 0.30000000000000004

0.0001100110011001100110011001100110011001100110011001100110011010 +

0.0011001100110011001100110011001100110011001100110011001100110011010 =

0.0100110011001100110011001100110011001100110011001100110011001100111

转成十进制就是 0.30000000000000004

(2.55).toFixed(1) 结果是2.5 而不是2.6

实际上0.55的二进制是0.10011001100 1100…(1100循环)

而从二进制换算过来就是2.5499999999999982

所以根本原因在于2.55的存储要比实际存储小一点，导致0.05的第一位是0，被舍弃掉了

大数危机和最大安全数

由于M(mantissa)的固定长度是52位，再加上省略的一位

1.1111…111（小数点后共52个1）即2^53 - 1 = 9007199254740991

所以最大安全数是Number.MAX_SAFE_INTEGER = 9007199254740991

这是JS最多能表示的精度，长度是16。但是长度为16的依然有很大一部分不安全

比最大安全数大的数字会怎样呢?

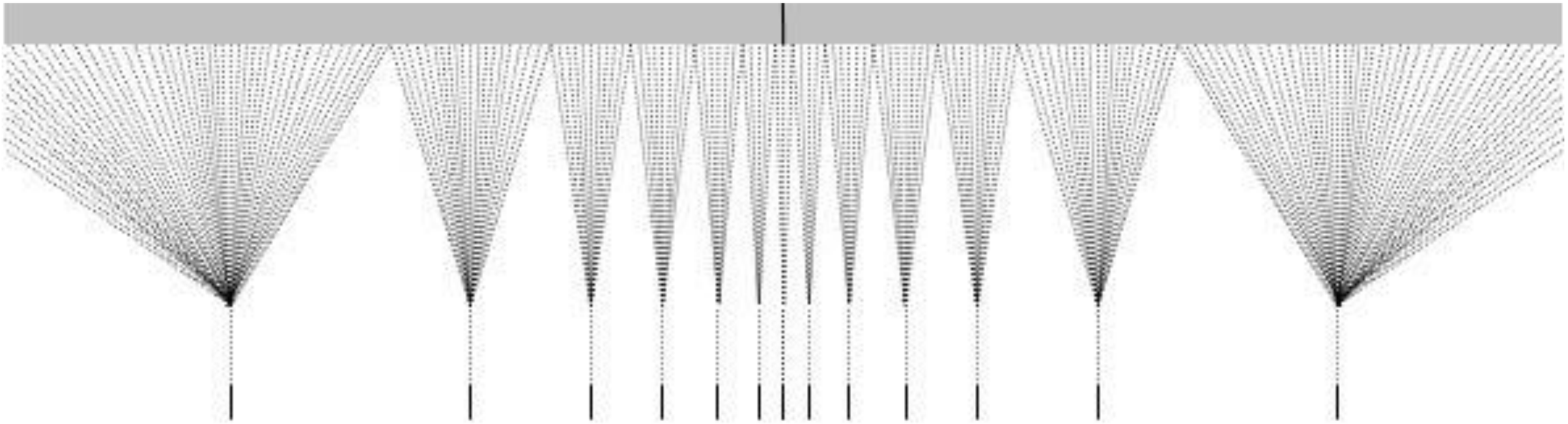
首先比最大安全数大的数字智能在指数E上搞事情。

2^52 * M = 2^52 * 1.xxxx(52位) 就是一个能精确表示的整数

2^53 * M = 2^52 * M * 2 = 整数 * 2，所以[2^53, 2^54] 只能一个顶俩

2^54 * M = 2^52 * M * 4 = 整数 * 4，所以[2^53, 2^55] 只能一个顶四

...



那么整数大于9007199254740991会出现什么情况呢?

由于E的最大值是1023(why not 1024)

最大数1.111111… * 2^1023 = (2 - 2^-52)*2^1023 = 2^1024 - 2^971

= Number.MAX_VALUE

所以能最大数也是最大整数。并非有些论坛上的2^1024 - 1

介于9007199254740992 < Num < 1.7976931348623157e+308已经不安全了，因为精度已经无法表示只能从指数E上增加

当指数位全部是1的时候(特殊值)，IEEE规定这个浮点数可用来表示3个特殊值，分别是正无穷，负无穷， NaN。 具体的，小数位不为0的时候表示NaN；小数位为0时，当符号位s=0时表示正无穷，s=1时候表示负无穷


Thank You