

《基础物理实验》实验报告

实验名称 弦上驻波实验和声速测量实验 指导教师 王智茂
姓名 徐昕妍 学号 2023K8009970008 分班分组及座号 1-10-05 号 (例: 1-04-5 号)
实验日期 2024 年 11 月 25 日 实验地点 721 调课/补课 ☐ 是 成绩评定

第一部分 弦上驻波实验

1 实验目的

1. 观察在两端固定的弦线上形成的驻波现象,了解弦线达到共振和形成稳定驻波的条件;
2. 测定弦线上横波的传播速度;
3. 用实验的方法确定弦线作受迫振动时共振频率与半波长个数 n 、弦线有效长度、张力及弦密度之间的关系;
4. 用对数作图和最小乘法对共振频率与张力关系的实验结果作线性拟合,处理数据,并给出结论。

2 实验仪器

本实验装置由弦音计、信号发生器和双踪示波器三部分组成。

1. 弦音计装置由吉他弦、固定吉他弦的支架和基座、琴码、砝码支架、驱动线圈和探测线圈以及砝码等组成,示意图见图 1。弦线所受张力的示意图见图 2。

驱动线圈和探测线圈是本装置的重要部分,其中驱动线圈通过信号发生器提供的一定频率的功率信号产生交变磁力,使金属弦线振动;探测线圈将弦线的振动转换成电信号,由示波器进行观察。

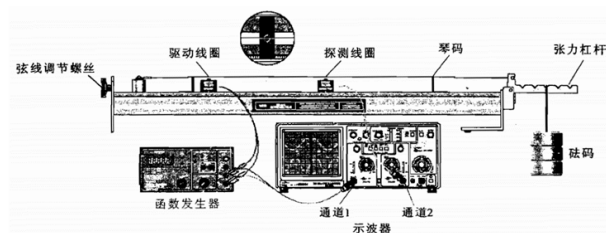


图 1: 弦音计实验总装置图

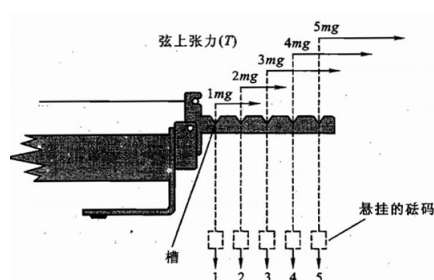


图 2: 弦线所受张力示意图

2. 实验室使用的仪器为低功率信号发生器，其输出信号的频率从 **10Hz** 到 **1KHz**。本仪器用来为驱动线圈提供上述频率范围中具有一定功率的正弦信号。
3. 本实验用双踪示波器观察信号源的波形并显示由探测线圈接收到的弦线振动的波形，以便可以及时观察弦线的振动现象。

3 实验原理

3.1 驻波的理论基础

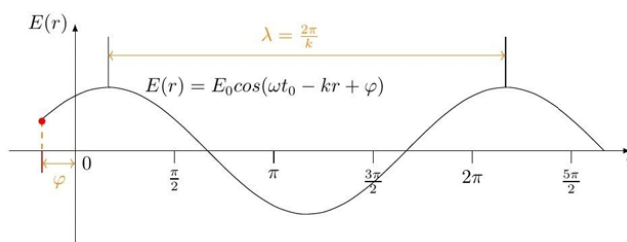


图 3: 某时刻的入射波

驻波由频率和振幅均相同、振动方向一致、传播方向相反的两列波叠加而来。一般地，设两列方向相反的波的方程分别为：

$$y_1 = A \cos(\omega t - kx + \varphi_1)$$

$$y_2 = A \cos(\omega t + kx + \varphi_2)$$

两列波合成有：

$$y_1 + y_2 = 2A \cos(kx + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}) \cos(\omega t + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}) \quad (1)$$

新的波频率为 ω ，振幅为

$$A(x) = |2A \cos(kx + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2})|$$

波腹：振幅最大处，位置为：

$$kx + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} = \pm n\pi, \quad \text{即} \quad x = \pm \frac{n}{2} \lambda \mp \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2k}$$

波节：振幅为 0 处，没有震动，位置为：

$$kx + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} = (n + \frac{1}{2})\pi, \quad \text{即} \quad x = \pm (n + \frac{1}{2}) \lambda \mp \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2k}$$

可以看到相邻两个波腹或相邻两个波节之间距离为 $D = \frac{\lambda}{2}$ ，称为半波长。

3.2 弦上驻波及其特性

3.2.1 弦上驻波与共振

对于两端固定的弦，固定端的入射波和反射波相位差为 ϕ 。那么这两列波的叠加将会形成驻波。驻波的频率为：

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{kv}{2\pi} = n \frac{v}{2L} \quad (2)$$

由于弦的两端固定, 因此弦的两端必为驻波的波节。此时弦上将形成稳定的驻波, 振幅最大, 即: 当驻波频率与弦的固有频率相同时, 弦发生共振现象。因此, 弦的共振频率为:

$$f_n = n f_1 = n \frac{v}{2L} \quad (3)$$

其中 f_1 是基频, f_n 是 n 次谐波。

3.2.2 弦的共振频率

对于一段拉紧弦的张力为 T , 线密度为 μ 的琴弦, 根据波动理论, 沿弦线传播的横波应满足下述运动方程:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{T}{\mu} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

将(2)式代入上述方程得传播速度 v :

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad (4)$$

若弦线上产生共振驻波的振动频率为 f , 横波波长为 λ , 由于 $v = \lambda f$, 故共振频率与张力及线密度之间的关系为:

$$f = \frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad (5)$$

该式两边取对数得:

$$\log f = \frac{1}{2} \log T - \frac{1}{2} \log \mu - \log \lambda \quad (6)$$

4 实验内容

1. 准备琴弦和仪器

了解弦音计装置中各部分的功能和作用, 并进行实验前的调节, 熟悉信号发生器和双踪示波器等仪器, 并学会使用;

测量琴弦质量、长度、直径。用琴码、张力杠杆、砝码互相配合, 使琴弦绷紧, 固定长度。保持张力杆水平并测算砝码产生的张力。

2. 产生入射波并生成驻波。

使用信号发生器, 并利用激振器使琴弦振动。缓慢调节信号发生器的频率, 使琴弦上产生稳定的驻波。

3. 观察并测量驻波的参数

用示波器和探测器配合, 测量驻波的频率, 并计算波速。

改变频率, 确定弦线作受迫振动时的共振频率与半波长个数 n 之间的关系。

4. 改变琴弦的参数并测量驻波的变化

改变琴弦的参数, 长度 L 、张力 T 、线密度 μ 等, 观测驻波产生的变化, 并记录数据, 分析并验证式(6)。

5 实验结果与数据处理

5.1 线密度测试

弦号	质量(g)	长度(mm)	直径(mm)	线密度(kg/m)
1	0.403	70.5	1.004	0.0057

表 1: 线密度测试

5.2 波速的测量

将琴码放在 150mm 和 650mm 的地方, 将砝码放在第 2、4 格, 测基频 f_1 , 倍频 f_2, f_3 , 计算波速的实验值 ($v = \lambda f$); 根据 $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ 计算波速的理论值。
波节实拍图如下:



图 4: 波节实拍

所得结果如下表所示:

砝码位置	f_1	f_2	f_3	波速($v = \lambda f$)	张力(T)	波速($v = \sqrt{T/\mu}$)	相对误差(%)
2	30.22	60.62	91.57	30.3511	4.9684	29.5237	2.80
3	36.85	73.76	111.35	36.9489	7.4526	36.1590	2.18
4	46.64	93.24	139.92	46.6333	9.9368	41.7528	11.69

表 2: 波速的测量

砝码质量为 506.98g, 由此可得弦上张力。波速平均值 $v = \frac{\lambda_1 f_1 + \lambda_2 f_2 + \lambda_3 f_3}{3} = \frac{f_1 + \frac{1}{2} f_2 + \frac{1}{3} f_3}{3}$, 代入计算即可。可以看到除了砝码在第 4 格产生的相对误差过大以外, 其他数据的相对误差均在 2% 左右, 应该是第 4 格测量过程出现了失误。

5.3 频率和有效长度的关系

将砝码放在第二格, 改变有效长度, 测试频率 f_1 的变化。此时的张力 $T=mg$, 实际测量基频为 f_1 , 有效长度 $L=\frac{1}{2}\lambda$, 波速 $v = 2L f_1$, 理论基频为 $\frac{\sqrt{T/\mu}}{2L}$ 。所得结果如下表所示:

L	640mm	480mm	320mm	240mm	160mm
f_1 (Hz)	24.57	34.74	47.92	62.76	95.87
理论基频 f(Hz)	23.065	30.754	46.131	61.508	92.262

表 3: 频率和有效长度的关系

将长度进行单位换算,并同时取对数,用 **origin** 软件绘图如下。

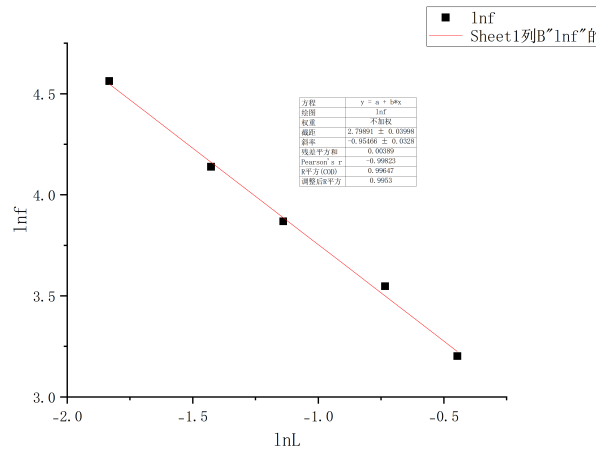


图 5: 频率和有效长度的关系

所得结果线性拟合 R^2 为 0.99647, 拟合结果较好。测量值斜率为-0.95466, 理论值斜率为-1, 算得相对误差为 4.5%。

5.4 探究频率与张力的关系

固定琴码位置,使得有效长度为 400mm 不变(琴码分别放在 200mm 和 600mm 的位置),然后将砝码分别放在五个位置,测量频率 f_1 。所得结果如下表所示:

位置	1	2	3	4	5
T(N)	2.4842	4.9684	7.4526	9.9368	12.4210
f_1 (Hz)	29.54	43.88	53.08	63.49	72.63

表 4: 频率和张力的关系

同时取对数,用 **origin** 软件绘图如下。

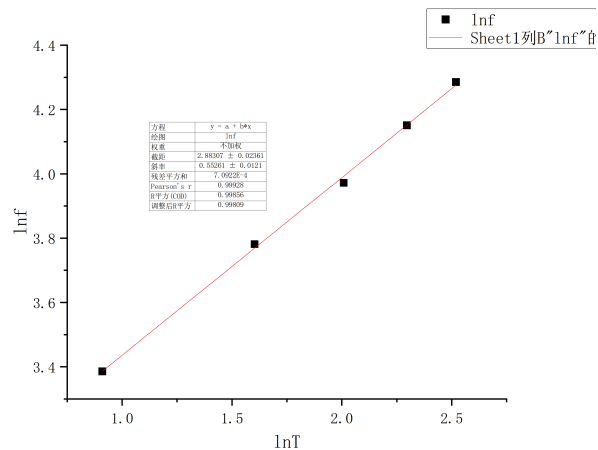


图 6: 频率和张力的关系

由上图可得, 测量值斜率为 **0.55261**, 由公式

$$\ln f = \frac{1}{2} \ln T - \frac{1}{2} \ln \mu - \ln \lambda$$

可得, 理论斜率为 **0.5**, 计算误差得 10.52%。测量值与理论值仍存在一定误差。

5.5 探究频率与线密度的关系

固定有效长度 $L=400\text{mm}$, 将琴码放在 200mm 和 600mm 的地方, 将砝码放在第 2 格, 测量不同琴弦的基频, 整合其他同学的实验数据得下表数据:

弦号	1	12	2	4	10	11	9	6	3	7
直径(mm)	1.004	1.019	0.649	0.800	0.810	0.860	0.813	0.561	1.035	0.795
线密度(kg/m)	0.0057	0.00492	0.00215	0.00343	0.00381	0.00368	0.00340	0.00218	0.00595	0.00349
$f_1(\text{Hz})$	43.88	46.57	64.33	46.16	48.01	48.24	51.15	31.29	81.81	49.07

表 5: 频率和线密度的关系

舍去异常数据后得到的结果如下图所示:

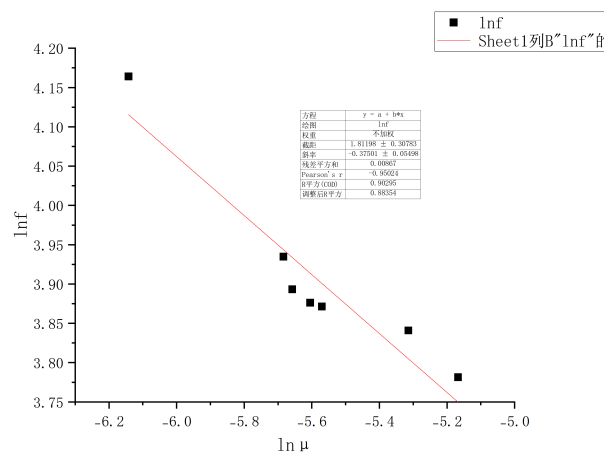


图 7: 频率和线密度的关系

由图可得, $R^2=0.90295$, 斜率为-0.375, 由公式

$$\ln f = \frac{1}{2} \ln T - \frac{1}{2} \ln \mu - \ln \lambda$$

可得, 理论斜率为-0.5, 计算误差得 25%。可能是由于不同同学测量方式存在差异导致数据误差较大, 计算所得测量值与理论值仍存在一定误差。

第二部分 测定介质中的声速

1 实验目的

1. 利用驻波法测定波长;
2. 利用相位法测定波长;
3. 计算超声波在空气中和水中的传播速率;

2 实验仪器与用具

SW-2 型声速测量仪, 信号发生器, 示波器。SW-2 型声速测量仪右侧为固定端, 安装超声信号发射端, 左侧为可移动端, 为超声信号接收端, 左侧可以通过鼓轮移动, 移动的位置可以通过标尺读取。

3 实验原理

3.1 利用驻波法测声速

将信号发生器输出的正弦电压信号接到超声发射换能器上, 超声发射换能器通过电声转换, 将电压信号变为超声波, 以超声波形式发射出去。接收换能器通过声电转换, 将声波信号变为电压信号, 送入示波器。

由声波传输理论可知, 从发射换能器发出一定频率的平面声波, 经过介质传播到达接收换能器。如果接收面和发生面严格平行, 即入射波在接收面上垂直反射, 入射波和反射波相互干涉形成驻波。此时, 两换能器之间的距离恰好等于其声波半波长的整数倍, 在声驻波中, 波腹处声压最小, 波节处声压最大。接收换能器的反射界面处为波节, 声压效果最大。所以, 可以从接收换能器端面声压的变化来判断超声波是否形成驻波。

转动鼓轮, 改变两只换能器间的距离, 在一系列特定的距离上, 将会出现稳定的驻波, 记录下出现最大电压数值时标尺上的刻度, 相邻两次最大值对应的刻度值之差即为半波长。

根据公式 $v = \lambda f$, 频率 f 已知, 根据上述方法可以求出波长 λ , 就可以算出超声波的传播速度 v 。

3.2 利用相位法测声速

将发射波和接收波同时输入示波器, 并且以 X-Y 模式显示, 两波的频率相同, 相位不同。当接收点和发射点的距离变化等于一个波长时, 相位差正好是 2π 。

实验时, 通过改变发射器和接收器之间的距离, 观察相位的变化, 当相位改变 π , 相应距离的改变量即为半波长。根据公式 $v = \lambda f$, 求出波速。

相位变化时, 李萨如图形如下图所示。

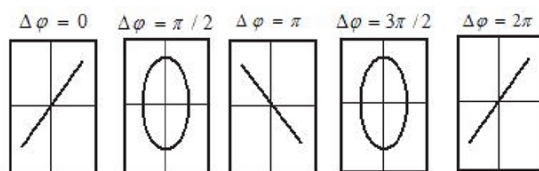


图 8: 频率相同、相位不同的李萨如图形

3.3 声速的理论值

利用声速在空气中的理论公式可以计算空气中声速的理论值。

$$v = v_0 \sqrt{\frac{T}{T_0}} = v_0 \sqrt{1 + \frac{t}{273.15}} \quad (7)$$

其中: $T = (t + 273.15)K$, $v_0 = 331.45m/s$, 为 $0^\circ C$, t 为摄氏温度。

4 实验内容与数据处理

4.1 驻波法和相位法测定空气中的声速

测量空气中超声波传播速度时,在两端口固定圆筒状超声换能器。换用函数发生器,输出分为两路,一路连示波器 CH1, 另一路接到超声发射端。超声接收端连到示波器 CH2。并对齐发射端和接收端。依照注意事项的指示,在函数发生器上选择 40kHz 的频率,并按 output 输出。于是在示波器上观察到接收波形。

利用驻波法测量时,将示波器转为 Y-T 模式,转动鼓轮调节距离,观察到波形振幅由大变小,又由小变大,循环往复。按照原理,只需要将振幅最大时的距离值记下即可。

利用相位法测量时,将示波器调整为 X-Y 模式。持续转动手柄,使得两探头相互远离(或相互靠近),记录下李萨如图线是直线时的距离读数即可,注意不可回调。

实验中拍摄的相位法测试的屏幕图片如下图所示:

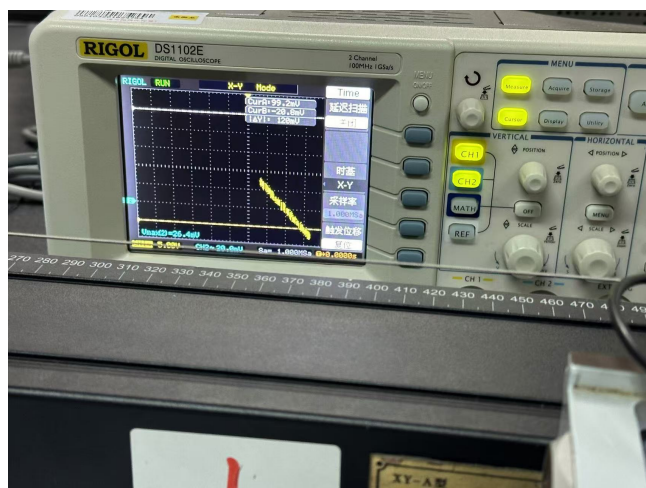


图 9: 相位法测试屏幕

实验所得数据如下表所示:

$f=40kHz, t=27.6^\circ C, V_{理论} = 347.79m/s$

i	驻波法 $L_i(\text{mm})$	λ_i	相位法 $L_i(\text{mm})$	λ_i
1	26.859	23.956	68.469	22.141
2	30.610	24.420	72.915	22.100
3	36.770	22.750	77.280	21.901
4	41.485	22.164	81.315	22.165
5	46.019	22.521	86.340	20.675
6	50.815		90.610	
7	55.030		95.015	
8	59.520		99.181	
9	63.649		103.480	
10	68.540		107.015	

表 6: 空气中超声波波速的测试

驻波法 $\bar{\lambda} = 23.162 \times \frac{2}{5} = 9.265\text{mm}$, 相位法 $\bar{\lambda} = 21.796 \times \frac{2}{5} = 8.718\text{mm}$, 由公式 $v = \lambda f$ 计算得, 驻波法测得 $v = 370.6\text{m/s}$, 相位法测得 $v = 348.72\text{m/s}$ 。

声速在空气中的传播的理论速度为

$$v = v_0 \sqrt{\frac{T}{T_0}} = v_0 \sqrt{1 + \frac{t}{273.15}} \quad (8)$$

则在室温 27.6°C 下, 声速为 **347.79m/s**。

计算误差得, 驻波法误差 6.56%, 相位法误差 0.27%。可见相位法测量更精准。究其原因, 可能是因为相位法图形变换明显, 可以更准确判断出相位变化; 驻波法需要肉眼观察波形变化, 最大值点很难确认, 导致误差高于相位法。

4.2 相位法测定水中声速

将连线断开, 取下换能器圆柱。向水槽中加适量的水, 放在超声波实验仪正前方。然后换上水中使用的探头, 组装装置: 将水下探测器的两根支杆分别插入超声波实验仪的固定槽中, 并使水中两探测器面接近平行, 与水槽的侧壁垂直并留有一定间隔, 高度大致相同, 最后紧固所有螺丝。然后给水槽中注水直到完全没过两探头。

将示波器和函数发生器类似地连接, 设置发生频率为 **1.8MHz** 并输出。转动鼓轮, 可以明显观察到, 水中声速的李萨如图形变化非常快, 因此实验中应缓慢转动鼓轮。

测量数据如下表所示:

方法: 相位法 $f=1.8\text{MHz}$, 室温 $t=27.6^\circ\text{C}$

i	刻度值 L_i	$\frac{5}{2}\lambda = L_{i+5} - L_i (\text{mm})$
1	88.302	2.315
2	88.865	2.185
3	89.341	2.114
4	89.790	2.090
5	90.240	2.041
6	90.617	
7	91.050	
8	91.455	
9	91.880	
10	92.281	

表 7: 水中超声波波速的测试

$\bar{\lambda} = 2.149 \times \frac{2}{5} = 0.8596\text{mm}$, 结合 $f = 1.8\text{MHz}$ $v = \lambda f$, 计算得声速为 **1547.28m/s**

根据《温度于水中速度对照表》查得 27.6°C 下水中声速为 **1503.3m/s**。计算相对误差得误差为 2.93%。实验结果较符合预期。

5 思考题

1. 调节振动源上的振动频率和振幅大小后对弦线振动会产生什么影响?

答: 调节振动源的振幅自然会以同样的形式影响弦线振动的振幅, 在未形成驻波时不太明显, 形成驻波时肉眼可见振幅变大, 会使弦线的振动更加明显, 振动声音也更大, 便于观察判断驻波的形成。

调节振动频率会相应地改变弦线振动的频率。如果振动源的振动频率是弦线基频的整数倍, 则弦线发生共振, 形成稳定驻波, 肉眼可见振幅变大, 能听到较大响声; 如果振动源的振动频率不是弦线基频的整数倍, 那么弦线上会形成行波, 即波峰与波谷的位置会向一个方向移动。

2. 如何来确定弦线上的波节点位置?

答: 理论: 通过计算得相应的频率对应驻波的个数 n , 记有效弦长为 L , 那么从驻波一端开始每过 L/n 长度的位置都是波节点

实验: 可以观察弦线的宽度, 由于弦线振动极快, 不易直接观察到波节的位置, 因而观察弦的振动幅度, 振动最大的地方是波腹, 最小的地方是波节。

3. 在弦线上出现驻波的条件是什么? 在实验中为什么要把弦线的振动调到驻波现在最稳定、最显著的状态?

答: 出现驻波的条件是有效长度为半波长的整数倍, 并且激振器处在合适的位置。

调到最稳定、最显著的状态, 可以观察到最明显的驻波现象, 使得误差减小, 计算结果更加精确。在实验中, 在一个频率范围内都可能会看到驻波现象, 只是强度、稳定性有所差别, 所以将驻波调到最稳定、显著, 有助于确定形成“真正”驻波的频率值, 从而减小数据的误差。

4. 在弹奏弦线乐器时, 发出声音的音调与弦线的长度、粗细、松紧程度有什么关系? 为什么?

答: 音调与频率直接相关

$$\ln \lambda = \frac{1}{2} \ln T - \frac{1}{2} \ln \mu - \ln f \quad (9)$$

由关系式得, 频率与波长、线密度成反相关, 与拉力成正相关。波长与弦线长度正相关; 弦的材料往往一致, 粗细影响了弦的线密度; 弦的松紧反映了弦上张力的大小。因此, 弦越短、越细、越紧, 弦上波振动频率越高, 音调越尖。

5. 若样品弦线与装置上的弦线直径略有差别, 请判断是否需要修正, 如何进行?

答: 需要修正。直径不同将导致面积不同, 在相同的体密度的情况下, 弦的质量就会与实际不符, 线密度值便也不符, 从而导致结果存在误差。

做法: 设理论的样品弦线直径为 d_0 , 实际装置上的弦线直径为 d , 弦的体密度为 ρ 。为简化处理, 截面积视为圆。(类似于杨氏模量实验的处理方法) 理论上, 样品的线密度

$$\mu_0 = \frac{\pi d_0^2 \rho}{4} \quad (10)$$

假设弦线在拉伸过程中其密度不变。那么实际上, 弦的线密度

$$\mu = \frac{\pi d^2 \rho}{4} = \mu_0 \times \left(\frac{d}{d_0}\right)^2 \quad (11)$$

此时若用样品线密度作为装置上的弦线密度, 还需要乘上 $\left(\frac{d}{d_0}\right)^2$ 。

6. 对于某一共振频率, 增大或减少频率的调节过程中, 振幅最大的频率位置往往不同, 如何解释这一现象?

答:

(a) 存在回调误差;

(b) 人对振幅最大的判断存在主观的误差, 无论从大的一侧还是小的一侧接近共振频率, 观察到的现象都是振幅逐渐变大, 且接近共振频率时振幅变化不明显。因此变大到一定程度后人容易主观判断此时为最大频率。

(c) 信号发生器的振幅显示有一定的滞后, 没有等待示数彻底稳定再读数。

6 总结

实验过程中, 我对于波动理论的理解得到了实质性的提升。通过亲手操作, 我见证了驻波的形成, 这是两列相反方向传播的波相互干涉的结果。这种直观的体验让我对波动的叠加原理有了更加生动的认识。我注意到, 当弦的振动频率与自然频率相匹配时, 驻波现象尤为明显, 这让我对频率和波长的关系有了更深的理解。

再次, 相位法测量声速的实验让我对声波的传播有了新的认识。通过观察声波的干涉现象, 我学会了如何利用李萨如图形来判断相位变化, 进而求得声速。

此外, 实验中的误差分析环节让我认识到了科学研究的严谨性。我学会了识别和评估可能影响实验结果的各种因素, 这对于提高实验数据的可靠性至关重要。

这次实验不仅是一次知识的探索, 更是一次思维和能力的锻炼。我从中学到了如何将理论知识应用于实践, 如何在实验中不断调整和优化方法, 以及如何在面对问题时保持耐心和细心。这些经验将对我未来的学习和研究产生深远的影响。