

# 《基础物理实验》实验报告

实验名称 测量金属的杨氏模量 指导教师 耿直  
姓名 徐昕妍 学号 2023K8009970008 分班分组及座号 1-10-05 号 (例: 1-04-5 号)  
实验日期 2024 年 11 月 11 日 实验地点 710 调课/补课 ☐ 是 成绩评定 \_\_\_\_\_

## 【实验目的】

1. 理解各种静态方法测杨氏模量及其测量微小位移方法的原理及优缺点, 了解动态法测杨氏模量的原理;
2. 熟悉霍尔位置传感器的特性, 完成样品的测量和对霍尔位置传感器定标, 理解传感器特定曲线对测量的意义;
3. 学会读数望远镜、读数显微镜的调节;
4. 学习用逐差法、作图法和最小二乘法处理数据;
5. 学会计算各物理量的不确定度, 并用不确定度正确表达实验结果。

## 第一部分 拉伸法测定金属的杨氏模量

### 1 实验仪器与用具

CCD 杨氏弹性模量测量仪 (LB-YM1 型、YMC-2 型)、螺旋测微器、钢卷尺。

### 2 实验原理

#### 2.0.1 杨氏模量

设柱状物体的长度为  $L$ , 截面积为  $S$ , 沿长度方向受外力  $F$  作用后伸长 (或缩短) 量为  $\Delta L$ , 单位横截面积上垂直作用力  $F/S$  称为正应力, 物体的相对伸长  $\Delta L/L$  称为线应变。实验结果证明, 在弹性范围内, 正应力与线应变成正比, 即

$$\frac{F}{S} = Y \frac{\Delta L}{L} \quad (1)$$

这个规律称为虎克定律。式中比例系数  $Y$  称为杨氏弹性模量, 它是表征材料抗应变能力的一个固定参量。

本实验需要测量钢丝或钼丝的杨氏弹性模量, 实验方法是金属丝悬挂于支架上, 上端固定, 下端加砝码对金属丝施加力  $F$ , 测出金属丝相应的伸长量  $\Delta L$ , 即可求出  $Y$ 。金属丝长度  $L$  用钢卷尺测量, 金属丝的横截面积  $S = \pi d^2/4$ , 直径  $d$  用螺旋测微器测出, 力  $F$  由砝码的质量求出。由式 (1) 可得

$$Y = \frac{4FL}{\pi d^2 \Delta L} \quad (2)$$

#### 2.0.2 测量原理

在实际测量中, 由于金属丝伸长量的值很小, 约  $10^{-1}$  数量级。因此这里的测量采用显微镜和 CCD 成像系统进行测量。如图 1 所示, 在悬垂的金属丝下端连着十字叉丝板和砝码盘, 当盘中加上质量为  $M$  的砝码时, 金属丝受力增加了

$$F = Mg$$

十字叉丝随着金属丝的伸长同样下降了  $\Delta L$ , 而叉丝板通过显微镜的物镜成像在最小分度为  $0.05\text{mm}$  的分划板上, 再被目镜放大, 所以能够用眼睛通过显微镜对做直接测量。

### 3 实验内容

#### 1. 仪器调节

- (a) 检查铝丝是否拉直, 没有扭转或其他形变, 若有则更换铝丝。
- (b) 安装好实验仪器, 调节 CCD 摄像头和分划板, 直到分划板上的刻度与用于读数的黑线平行, 且示数能够清晰地显示。
- (c) 装上所有砝码, 将铝丝彻底拉直以免实验中出现突然的长度变化, 检查此时是否读数线是否还在分划板区域内。随后将其他砝码取下, 保留两个 100g 砝码。

#### 2. 测量

- (a) 记下此时屏幕上毫米尺的读数  $l_0$ , 随后在砝码盘上每增加一个  $M = 250g$  的砝码, 记下相应的叉丝读数  $l_i$ , 然后再逐一减掉砝码, 从屏上读取  $l_i$ 。注意加减砝码时动作要轻, 砝码要尽可能保持重量均匀分布, 避免微小振动而产生读数大的起伏。
- (b) 取同一负荷下叉丝读数的平均值, 用逐差法算出铝丝荷重增减 4 个砝码时光标平均偏移量。
- (c) 用钢卷尺测出上下两夹头间的铝丝长度  $L$ 。用螺旋测微器测出铝丝直径  $d$ 。由于直径可能不均匀, 要求在上、中、下各部, 每个互相垂直的方向各测一次。
- (d) 按前述公式计算出杨氏模量。

### 4 实验结果与数据处理

#### 4.1 测量铝丝的长度和直径

测得铝丝长度  $L=770mm$ , 卷尺仪器允差  $e=\pm 2.0mm$ 。

铝丝直径及平均值测得结果如下表所示:

| 测量次数   | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 平均值 $\bar{d}$ |
|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|---------------|
| $d/mm$ | 0.172 | 0.174 | 0.175 | 0.175 | 0.176 | 0.172 | 0.174         |

表 1: 铝丝直径及其平均值

$$\bar{d} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_n = 0.174mm$$
$$u_A = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^6 (d_i - \bar{d})^2}{6(6-1)}} = 6.83 \times 10^{-4}mm$$
$$u_B = \frac{e}{\sqrt{3}} = \frac{0.004}{\sqrt{3}} = 2.31 \times 10^{-3}mm$$
$$u_d = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} = 2.33 \times 10^{-3}mm$$

$u_d \approx 0.003mm$ , 故直径测量结果为  $d = 0.174 \pm 0.003mm$ 。

## 4.2 逐差法

初始示数  $l_0 = 0.0\text{mm}$ , 千分尺仪器误差  $e=0.004\text{mm}$

| 序号 i      | 砝码质量 M/g | 叉丝读数          |                |                      | $l_i M_i / (mm \cdot g)$ | 视差示数 $\Delta \bar{l}_i$ | 不确定度 $\Delta$ |
|-----------|----------|---------------|----------------|----------------------|--------------------------|-------------------------|---------------|
|           |          | 加载 $l_i / mm$ | 卸载 $l'_i / mm$ | 平均值 $\bar{l}_i / mm$ |                          |                         |               |
| 1         | 250      | 0.31          | 0.32           | 0.315                | 77.5                     | 0.92                    | 0.002         |
| 2         | 500      | 0.56          | 0.57           | 0.565                | 280                      | 0.905                   |               |
| 3         | 750      | 0.80          | 0.80           | 0.80                 | 600                      | 0.865                   |               |
| 4         | 1000     | 1.02          | 1.05           | 1.035                | 1020                     | 0.815                   |               |
| 5         | 1250     | 1.22          | 1.25           | 1.235                | 1525                     |                         |               |
| 6         | 1500     | 1.45          | 1.49           | 1.47                 | 2175                     |                         |               |
| 7         | 1750     | 1.65          | 1.68           | 1.665                | 2887.5                   |                         |               |
| 8         | 2000     | 1.85          | 1.85           | 1.85                 | 3700                     |                         |               |
|           |          |               |                |                      |                          |                         |               |
| $\bar{M}$ | 1125     |               | $\bar{l}$      | 1.117                |                          |                         |               |
| $\sum M$  | 9000     |               | $\sum \bar{l}$ | 8.935                |                          |                         |               |

表 2: 拉伸法测钼丝杨氏模量数据处理

$$\begin{aligned}\Delta \bar{l}_i &= 0.88\text{mm} \\ u_A &= \sqrt{\frac{\sum_{i=4}^8 (\Delta \bar{l}_i - \Delta \bar{l}_i)^2}{4(4-1)}} = 0.0236\text{mm} \\ u_B &= \frac{e}{\sqrt{3}} = 0.002887\text{mm} \\ u &= \sqrt{u_A^2 + u_B^2} = 0.0238\text{mm}\end{aligned}$$

记  $u = 2 \times 10^{-2}\text{mm}$ , 计算杨氏模量:

$$Y = \frac{4FL}{\pi d^2 \Delta L} = 3.60 \times 10^{11} \text{kg}/(\text{m} \cdot \text{s}^2)$$

由不确定度合成公式可得钼丝杨氏模量的相对不确定度

$$E_Y = \frac{\Delta Y}{Y} = \sqrt{4\left(\frac{u(d)}{d}\right)^2 + \left(\frac{u(L)}{L}\right)^2 + \left(\frac{u(\Delta L)}{\Delta L}\right)^2} = 0.0381$$

得  $\Delta Y = 0.137 \times 10^{11} \text{kg}/(\text{m} \cdot \text{s}^2)$ , 故  $Y = (3.60 \pm 0.137) \times 10^{11} \text{kg}/(\text{m} \cdot \text{s}^2)$ , 已知钼丝杨氏模量参考值为  $Y_0 = 2.300 \times 10^{11} \text{kg}/(\text{m} \cdot \text{s}^2)$ , 计算得相对误差为 **22.0%**。

## 4.3 最小二乘法

用 **origin** 软件进行拟合结果如下:

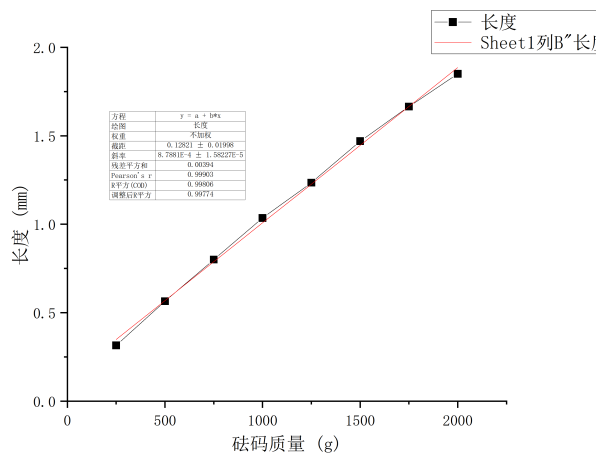


图 1: 最小二乘拟合结果

拟合结果  $k = 8.788 \times 10^{-4}$ ,  $Y = \frac{4gL}{\pi d^2 k} = 3.61 \times 10^{11} \text{ kg}/(\text{m} \cdot \text{s}^2)$

#### 4.4 作图法

手工绘图如下:

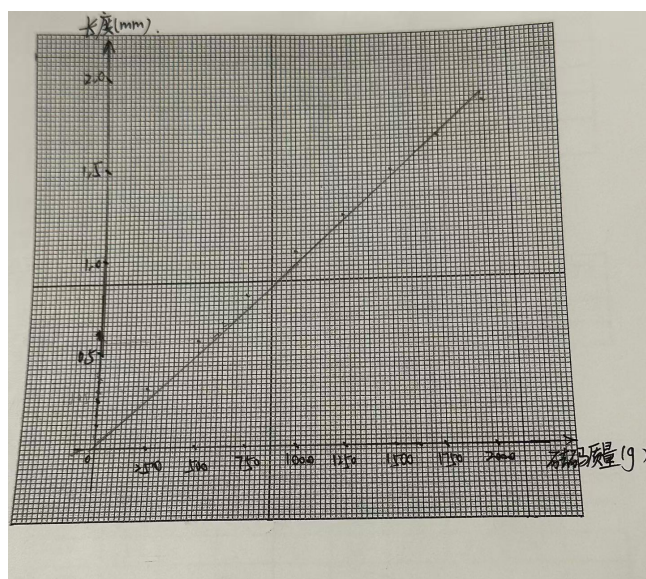


图 2: 拉伸法手绘图

### 5 思考题

1. 杨氏模量测量数据  $N$  若不用逐差法而用作图法, 如何处理?

答: 使用软件或者手工绘制  $\bar{L}M$  曲线图, 图像的斜率即为  $\frac{\Delta L}{4M} \text{ kg}/(\text{m} \cdot \text{s}^2)$ 。

2. 两根材料相同但粗细不同的金属丝, 它们的杨氏模量相同吗? 为什么?

答: 相同, 因为杨氏模量是材料本身的特性, 与金属丝的长度, 粗细等因素没有关系。

3. 本实验使用了哪些测量长度的量具？选择它们的依据是什么？它们的仪器误差各是多少？

答：

(a) 测量铝丝的长度  $L$ ：钢卷尺，量程为  $3\text{m}$ ， $e=2.0\text{mm}$ ；

(b) 测量铝丝直径  $D$  利用螺旋测微器，量程为  $25\text{mm}$ ， $e=0.004\text{mm}$ ；

(c) 测量铝丝的伸长量  $\Delta l$  读数显微镜：放大倍数  $15\times$  测量架：测量范围： $0\text{—}4\text{mm}$ ；数字分划板，分划板数值： $0.05\text{mm}$ ， $e=0.004\text{mm}$ 。

4. 在 CCD 法测定金属丝杨氏模量实验中，为什么起始时要加一定数量的底码？

答：通过砝码施加拉力，使得铝丝在测量过程中始终保持伸直状态。

5. 加砝码后标示横线在屏幕上可能上下颤动不停，不能够完全稳定时，如何判定正确读数？

答：等示数稳定后进行读数。

6. 金属丝存在折弯使测量结果如何变化？

答：金属丝存在弯折可能导致  $L$  的测定结果偏小，导致杨氏模量的测定结果偏小。

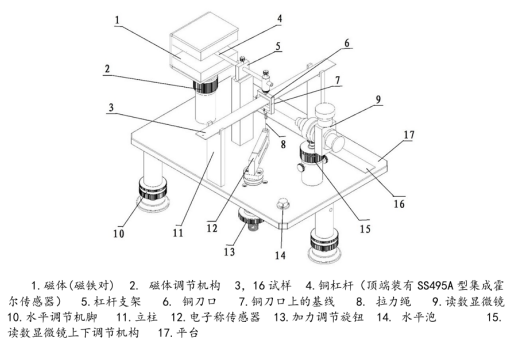
7. 用螺旋测微器或游标卡尺测量时，如果初始状态都不在零位因此需要读出值减初值，对测量值的误差有何影响？

答：会使得误差增大，因为两次测量会增大不确定度。

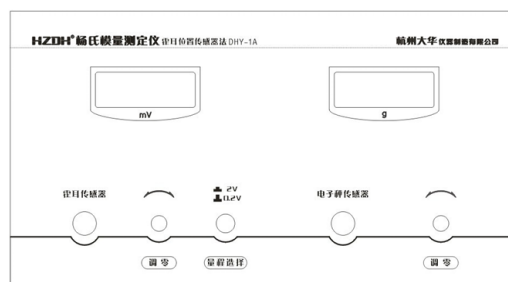
## 第二部分 使用霍尔传感器测杨氏模量（弯曲法）

### 1 实验仪器与用具

杭州大华 DHY-A 霍尔位置传感器法杨氏模量测定仪（底座固定箱、读数显微镜及调节机构、SS495A 型集成霍尔位置传感器、测试仪、磁体、支架、加力机构等），见图 a、图 b。



(a) 实验装置说明



(b) 测试仪面板图

图 3: 实验仪器

### 2 实验原理

1. 霍尔元件置于磁感强度为  $B$  的磁场中，在垂直于磁场方向通以电流  $I$ ，则与这二者垂直的方向上将产生霍尔电势差  $U_I$ ：

$$U_I = K \cdot I \cdot B \quad (3)$$

(3) 式中  $K$  为元件的霍尔灵敏度。如果保持霍尔元件的电流  $I$  不变, 而使其在一个均匀梯度的磁场中移动时, 则输出的霍尔电势差变化量为:

$$\Delta U_H = K \cdot I \cdot \frac{dB}{dZ} \cdot \Delta Z \quad (4)$$

(2) 式中  $\Delta Z$  为位移量, 此式说明若  $\frac{dB}{dZ}$  为常数时,  $\Delta U_H$  与  $\Delta Z$  成正比。

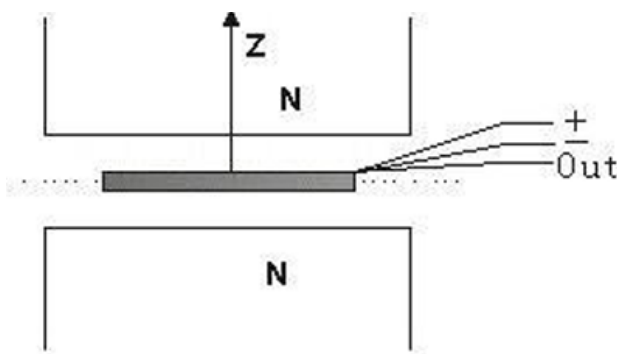


图 4: 测量示意图

2. 在横梁弯曲的情况下, 杨氏模量  $E$  可以用下式表示:

$$E = \frac{d^3 \cdot Mg}{4a^3 \cdot b \cdot \Delta Z} \quad (5)$$

其中:  $d$  为两刀口之间的距离;  $M$  为所加拉力对应的质量;  $a$  为梁的厚度;  $b$  为梁的宽度;  $\Delta Z$  为梁中心由于外力作用而下降的距离;  $g$  为重力加速度。

### 3 实验内容

1. 调整仪器, 使得金属板中心刀口、杠杆支点和霍尔传感器都在中心面上, 霍尔传感器的位置对准三个十字中心, 读数显微镜能清晰地看到十字线、分划板和刀口上的划线, 电子秤旋钮能轻松向两侧转动, 显示的霍尔电压读数和电子秤读数都为零。
2. 用千分尺测量金属板的厚度, 用钢直尺测量宽度, 用钢尺测量两刀口之间的距离。
3. 通过加力调节旋钮逐次增加拉力, 相应从读数显微镜上读出梁的弯曲位移  $\Delta Z_i$  及霍尔数字电压表相应的读数  $U_i$  (单位  $mV$ )。以便计算杨氏模量和对霍尔位置传感器进行定标。
4. 用逐差法求得黄铜材料的杨氏模量、计算黄铜杨氏模量的不确定度。并使用作图法、最小二乘法求出霍尔位置传感器的灵敏度  $\frac{\Delta U_i}{\Delta Z_i}$ 。

### 4 实验结果与数据处理

#### 4.1 逐差法

##### 4.1.1 铸铁样品

横梁几何尺寸:

| 测量尺寸    | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 平均值   |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 长度 d/mm | 228.5 | 228.5 | 228.5 | 228.5 | 228.5 | 228.5 | 228.5 |
| 宽度 b/mm | 23.5  | 23.0  | 22.9  | 22.9  | 23.0  | 23.3  | 23.1  |
| 厚度 a/mm | 0.995 | 0.994 | 0.995 | 0.994 | 0.994 | 0.993 | 0.994 |

表 3: 铸铁样品的几何尺寸

对于长度  $d$ ,  $u_d = u_B = \frac{0.12}{\sqrt{3}} = 0.069mm$ 。

对于宽度  $b$ ,

$$u_A = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^4 (b_i - \bar{b})^2}{6(6-1)}} = 0.10mm$$

$$u_B = \frac{e}{\sqrt{3}} = 0.069mm$$

$$u_b = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} = 0.121mm$$

对于厚度  $a$ ,  $u_A = 3.16 \times 10^{-4}mm$ ,  $u_B = 2.31 \times 10^{-3}mm$ , 得  $u_a = 2.33 \times 10^{-3}mm$ 。

显微镜初始示数  $Z_0 = 2.571mm$

| 序号 i                    | 1     | 2      | 3      | 4      | 5      | 6      | 7      | 8      | 平均值     |
|-------------------------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|
| $M_i/g$                 | 20    | 40     | 60     | 80     | 100    | 120    | 140    | 160    | 90      |
| $Z_i/mm$                | 2.775 | 2.955  | 3.101  | 3.240  | 3.361  | 3.485  | 3.638  | 3.785  | 3.293   |
| $U_i/mV$                | 24    | 44     | 62     | 78     | 95     | 111    | 128    | 144    | 85.75   |
| $\Delta Z_i/mm$         | 0.586 | 0.53   | 0.537  | 0.545  |        |        |        |        | 0.550   |
| $\Delta U_i/mV$         | 71    | 67     | 66     | 66     |        |        |        |        | 67.5    |
| $U_i^2/mV^2$            | 576   | 1936   | 3844   | 6084   | 9025   | 12321  | 16384  | 20736  | 8863.25 |
| $Z_i^2/mm^2$            | 7.700 | 8.732  | 9.616  | 10.498 | 11.296 | 12.145 | 13.235 | 14.326 | 10.944  |
| $Z_i U_i/(mm \cdot mV)$ | 66.60 | 130.02 | 192.26 | 252.72 | 319.30 | 386.84 | 465.66 | 545.04 | 294.80  |

表 4: 铸铁样品显微镜示数

逐差法求得  $\Delta M = 80g$ ,  $\bar{\Delta z} = 0.550mm$ , 计算杨氏模量  $Y = \frac{d^3 \cdot Mg}{4a^3 \cdot b \cdot \Delta Z} = 1.874 \times 10^{11} N/m^2$ 。

$u_A = 0.0125mm$ ,  $u_B = 1.15 \times 10^{-3}mm$ , 得  $u_{\Delta Z} = 0.0125mm$

$Y$  的相对不确定度为

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \sqrt{\left(\frac{u_b}{b}\right)^2 + 9\left(\frac{u_d}{d}\right)^2 + 9\left(\frac{u_a}{a}\right)^2 + \left(\frac{u_{\Delta Z}}{\Delta Z}\right)^2} = 0.024$$

计算得  $\Delta Y = 0.045 \times 10^{11} kg/(m \cdot s^2)$

已知铸铁的杨氏模量为  $1.9 \times 10^{11}$ , 计算相对误差  $W = 1.37\%$ 。

霍尔传感器灵敏度  $\frac{\Delta U_i}{\Delta Z_i} = 122.73mV/mm$

#### 4.1.2 黄铜样品

横梁几何尺寸:

| 测量尺寸    | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 平均值   |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 长度 d/mm | 228.5 | 228.5 | 228.4 | 228.5 | 228.6 | 228.5 | 228.5 |
| 宽度 b/mm | 23.0  | 23.0  | 23.1  | 22.9  | 23.0  | 23.0  | 23.0  |
| 厚度 a/mm | 0.994 | 0.994 | 0.995 | 0.995 | 0.994 | 0.994 | 0.994 |

表 5: 黄铜样品的几何尺寸

对于长度  $\mathbf{d}$ ,  $u_A = 0.026mm$ ,  $u_B = \frac{0.12}{\sqrt{3}} = 0.069mm$ , 计算得  $u = 0.074mm$ 。  
对于宽度  $\mathbf{b}$ ,

$$u_A = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^4 (b_i - \bar{b})^2}{6(6-1)}} = 0.026mm$$

$$u_B = \frac{e}{\sqrt{3}} = 0.069mm$$

$$u_b = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} = 0.074mm$$

对于厚度  $\mathbf{a}$ ,  $u_A = 2.58 \times 10^{-4}mm$ ,  $u_B = 2.31 \times 10^{-3}mm$ , 得  $u_a = 2.32 \times 10^{-3}mm$ 。

显微镜初始示数  $Z_0 = 4.260mm$

| 序号 i                    | 1      | 2       | 3       | 4       | 5       | 6       | 7       | 8       | 平均值      |
|-------------------------|--------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|----------|
| $M_i/g$                 | 10     | 20      | 30      | 40      | 50      | 60      | 70      | 80      | 45       |
| $Z_i/mm$                | 4.339  | 4.435   | 4.571   | 4.665   | 4.791   | 4.931   | 5.031   | 5.211   | 4.747    |
| $U_i/mV$                | 16     | 31      | 50      | 65      | 84      | 100     | 117     | 134     | 74.625   |
| $\Delta Z_i/mm$         | 0.452  | 0.496   | 0.460   | 0.546   |         |         |         |         | 0.488    |
| $\Delta U_i/mV$         | 68     | 69      | 67      | 69      |         |         |         |         | 68.25    |
| $Z_i^2/mm^2$            | 18.827 | 19.669  | 20.894  | 21.762  | 22.954  | 24.15   | 25.310  | 27.155  | 22.611   |
| $U_i^2/mm^2$            | 256    | 961     | 2500    | 4225    | 7056    | 10000   | 13689   | 17956   | 7080.375 |
| $Z_i U_i/(mm \cdot mV)$ | 69.424 | 137.485 | 228.550 | 303.225 | 402.444 | 493.100 | 588.627 | 698.274 | 365.141  |

表 6: 黄铜样品显微镜示数

逐差法求得  $\Delta M = 40g$ ,  $\bar{\Delta z} = 0.488mm$ , 计算杨氏模量  $Y = \frac{d^3 \cdot Mg}{4a^3 \cdot b \cdot \Delta Z} = 1.06 \times 10^{11} N/m^2$ 。

$u_A = 0.021mm$ ,  $u_B = 1.15 \times 10^{-3}mm$ , 得  $u_{\Delta Z} = 0.021mm$

$Y$  的相对不确定度为

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \sqrt{\left(\frac{u_b}{b}\right)^2 + 9\left(\frac{u_d}{d}\right)^2 + 9\left(\frac{u_a}{a}\right)^2 + \left(\frac{u_{\Delta Z}}{\Delta Z}\right)^2} = 0.043mm$$

计算得  $\Delta Y = 0.046 \times 10^{11} kg/(m \cdot s^2)$

已知黄铜的杨氏模量为  $1.055 \times 10^{11} N/m^2$ , 计算相对误差  $W = 0.47\%$ 。

霍尔传感器灵敏度  $\frac{\Delta \bar{U}_i}{\Delta Z_i} = 139.86mV/mm$

## 4.2 最小二乘法

使用 **origin** 软件进行最小二乘的线性拟合。



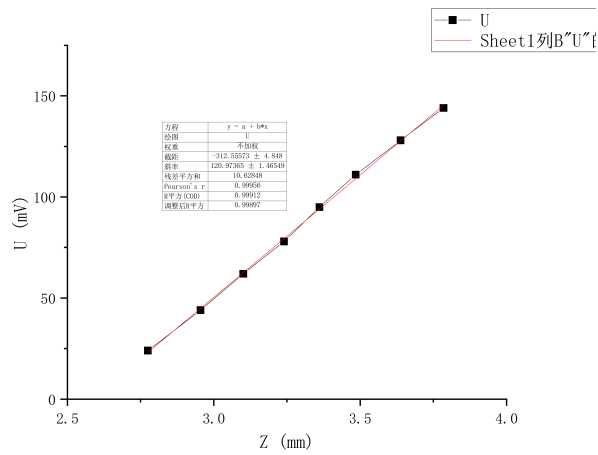


图 5: 弯曲法最小二乘拟合曲线(铸铁样品)

得到对于铸铁样品  $k = 120.97 \text{ mV/mm}$ , 此即霍尔位置传感器的灵敏度。

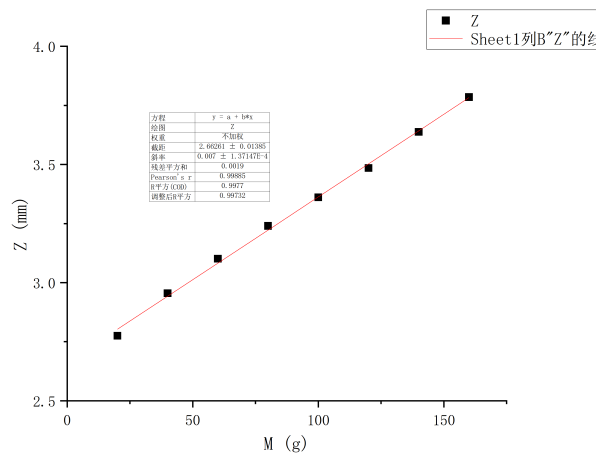


图 6: 铸铁样品 z-M 图像

由图知  $k=0.007$ , 计算得  $Y = 1.78 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ , 相对误差 6.31%。

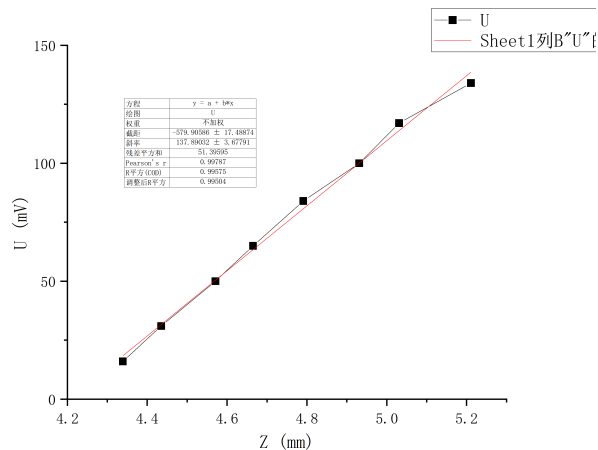


图 7: 弯曲法最小二乘拟合曲线(黄铜样品)

得到对于黄铜样品  $k = 137.89 \text{ mV/mm}$ , 此即霍尔位置传感器的灵敏度。

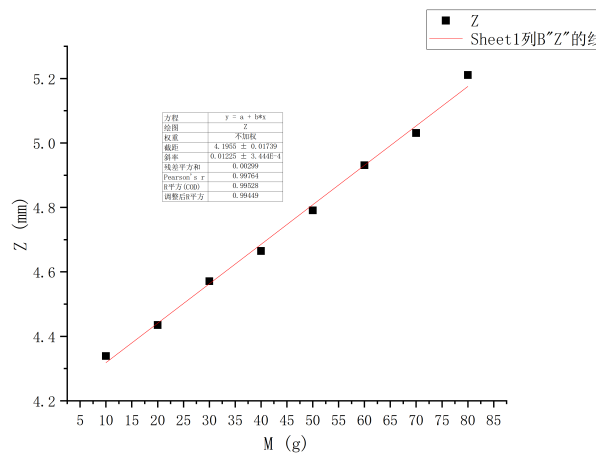


图 8: 黄铜样品 Z-M 图像

由图知,  $k=0.012$ , 计算得  $Y = 1.04 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ , 相对误差 1.4%。

## 5 思考题

1. 弯曲法测杨氏模量实验, 主要测量误差有哪些? 请估算各因素的不确定度。

答: 考虑杨氏模量计算式  $Y = \frac{d^3 \cdot Mg}{4a^3 \cdot b \cdot \Delta Z}$  四个长度量的测量和质量的测量都可能导致误差。其中质量  $M$  的测量在仪器内部完成, 就实验过程中示数不稳定的情况来看, 误差约在  $0.1\text{g}$ ; 刀口间距离  $d$  由钢板尺测量, 允差为  $0.12\text{mm}$ ; 试样宽度  $b$  由游标卡尺测量, 允差为  $0.02\text{mm}$ ; 试样厚度  $a$  由螺旋测微器测量, 允差为  $0.004\text{mm}$ ; 样材弯曲位移的距离  $\Delta Z$  通过电子刻度线读数测量, 主要可能有刻度线的倾斜, 以及读数问题, 允差为  $0.002\text{mm}$ 。同时, 该公式本身存在误差。推导过程中, 由于梁弯曲微小, 做了一阶导数为 0 的近似。测量方法中, 连接霍尔传感器和试样的杠杆可能发生斜方向的移动, 操作上存在误差。

2. 用霍尔位置传感器法测位移有什么优点?

答：电压的测量精度要远高于对于距离的测量精度，因此霍尔传感器可以很方便地以高精度测量微小距离。除此之外，霍尔位置传感器是非接触式的，这可以避免使用者的动作导致的误差。

### 第三部分 动态悬挂法测杨氏模量

## 1 实验仪器与用具

DHY-2A 型动态杨氏模量测试台的结构见下图：

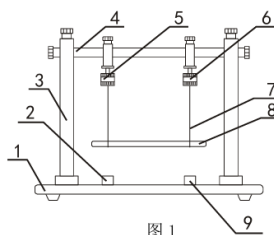


图 1  
图中：(1) 底板 (2) 输入插口 (3) 立柱 (4) 横杆 (5) 激振器  
(6) 共振器 (7) 悬线 (8) 测试棒 (9) 输出插口

图 9: 仪器结构与连接

由频率连续可调的音频信号源输出正弦电信号，经激振换能器转换为同频率的机械振动，再由悬线把机械振动传给测试棒，使测试棒作受迫横振动，测试棒另一端的悬线再把测试棒的机械振动传给拾振换能器，这时机械振动又转变成电信号，信号经选频放大器的滤波放大，再送至示波器显示。

当信号源频率不等于测试棒的固有频率时，测试棒不发生共振，示波器几乎没有电信号波形或波形很小。当信号源的频率等于测试棒的固有频率时，测试棒发生共振，这时示波器上的波形突然增大，这时频率显示窗口显示的频率就是测试在该温度下的共振频率，代入 (8) 式即可计算该温度下的杨氏模量。

## 2 实验原理

根据棒的横振动方程

$$\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \frac{-\rho S \partial^2 y}{YJ \partial t^2} = 0 \quad (6)$$

式中： $y$  为棒振动的位移； $Y$  为棒的杨氏模量； $S$  为棒的横截面积； $J$  为棒的转动惯量； $\rho$  为棒的密度； $x$  为位置坐标； $t$  为时间变量。用分离变数法求解棒的横振动方程，令  $y(x, t) = X(x)T(t)$  代入得

$$\frac{1}{X} \frac{d^4 X}{dx^4} = \frac{\rho S}{YJ} \frac{1}{T} \frac{d^2 T}{dt^2}$$

设上式左右两边均等于常数  $K^4$  得

$$\begin{aligned} \frac{d^4 X}{dx^4} - K^4 X &= 0 \\ \frac{d^2 T}{dt^2} + \frac{K^4 YJ}{\rho S} T &= 0 \end{aligned}$$

解常微分方程得通解

$$y(x, t) = (A_1 \cosh Kx + A_2 \sinh Kx + B_1 \cos Kx + B_2 \sin Kx) \cos(\omega \cdot t + \phi) \quad (7)$$

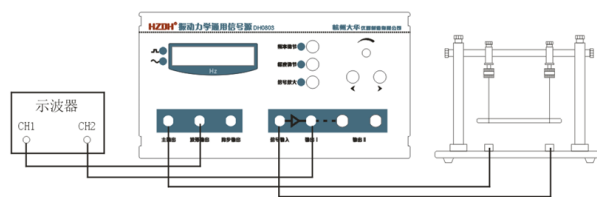


图 10: 测量时的连接图

对于直径  $d$ , 长度  $L$ , 质量  $m$  的圆形棒, 在基频  $f_1$  下共振, 得到杨氏模量

$$Y = 1.6067 \frac{L^3 M f_1^2}{d^4} \quad (8)$$

$$f_0 = f \sqrt{1 + \frac{1}{4Q^2}}$$

其中  $f$  为共振频率,  $f_0$  为固有频率。

### 3 实验内容

1. 测量测试棒长度  $L$ , 直径  $d$ , 质量  $m$ 。
2. 安装测试棒, 将测试棒悬于两悬线之上, 要求测试棒横向水平, 悬线与测试棒轴向垂直, 两悬线挂点到测试棒两端点的距离分别为  $0.0365L$  和  $0.9635L$  处, 并处于静止状态。
3. 按下图将测试台、信号源、示波器之间用导线连接。
4. 分别打开示波器、信号源的电源开关, 调整示波器处于正常工作状态。
5. 待测试棒稳定后, 调节信号频率和幅度, 寻找测试棒的共振频率  $f_1$ 。当示波器荧光屏上出现共振现象时(正弦波振幅突然变大), 再十分缓慢的微调频率调节细调旋钮, 使波形振幅达到极大值。鉴频就是对测试共振模式及振动级次的鉴别, 它是准确测量操作中的重要一步。在作频率扫描时, 我们会发现测试棒不只有一个频率处发生共振现象, 而所用公式 (8) 只适用于基频共振的情况, 所以要确认测试棒是在基频频率下共振。我们可用阻尼法来鉴别: 若沿测试棒长度的方向轻触棒的不同部位, 同时观察示波器, 在波节处波幅不变化, 而在波腹处, 波幅会变小, 并发现在测试棒上有两个波节时, 这时的共振就是就是在基频频率下的共振, 从频率显示屏上显示的频率值  $f_1$ 。

在测量好  $0.0365L$  和  $0.9635L$  处后, 再分别按  $0.099L$  和  $0.901L$  一组,  $0.1615L$  和  $0.8385L$  一组,  $0.224L$  和  $0.776L$  一组,  $0.2865L$  和  $0.7135L$  一组,  $0.349L$  和  $0.651L$  一组,  $0.415L$  和  $0.585L$  一组进行测量, 并记录在表中。

### 4 实验结果与数据处理

黄铜样品长度  $L=79.0\text{mm}$ , 直径  $d=6.409\text{mm}$ , 样品质量  $m=42.17\text{g}$

| 序号                    | 1       | 2       | 3       | 4       | 5       | 6       | 7       | 8       |
|-----------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 悬挂点位置 $x(\text{mm})$  | 20      | 25      | 30      | 35      | 45      | 50      | 55      | 60      |
| $x/L$                 | 0.253   | 0.316   | 0.379   | 0.443   | 0.570   | 0.633   | 0.696   | 0.759   |
| 共振频率 $f_1(\text{Hz})$ | 587.800 | 586.839 | 586.148 | 585.768 | 585.469 | 586.299 | 587.707 | 589.706 |

表 7: 动态法实验结果

origin 绘图结果如下所示:

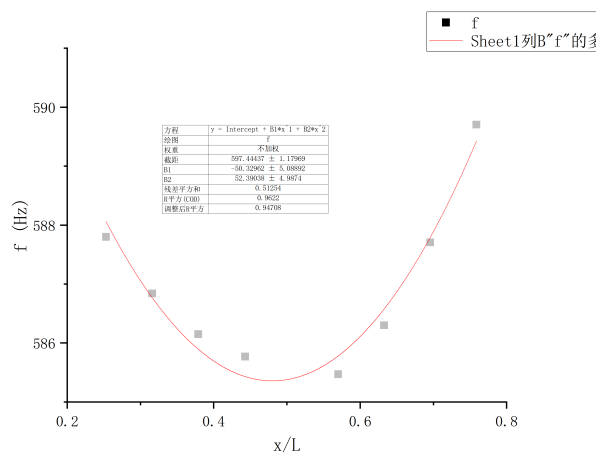


图 11: 动态法拟合曲线

最低点对应的频率即为试棒的基频共振频率  $f - 1 = 585.359\text{Hz}$ , 代入公式  $Y = 1.6067 \frac{L^3 M f_1^2}{d^4}$  计算得  $Y = \times 10^{11}$ , 与给定数值  $Y = 0.8 \sim 1.10 \times 10^{11}$  存在误差。

手绘图如下所示:

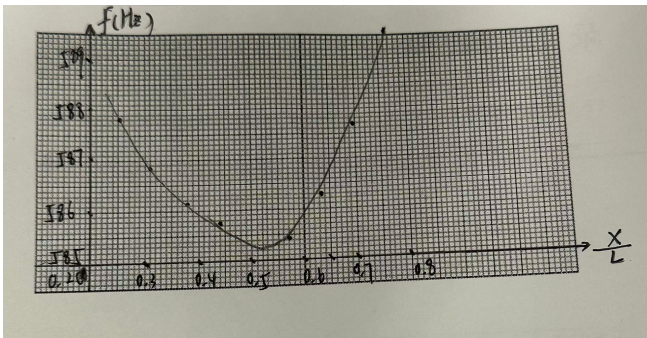


图 12: 动态法手绘图

5 思考题

1. 外延测量法有什么特点? 使用时应注意什么问题?

答: 外延测量法可以测量难以通过直接实验进行测量的物理量。如本次实验若要测量测试棒的基频共振频率, 只能将悬线挂在 0.224L 和 0.776L 节点处, 但该节点处的振动幅度几乎为零, 很难激振和检测, 故采用外延测量法。以增加拟合准确率, 并且要根据图像趋势或理论预期选择合适的拟合曲线。

2. 物体的固有频率和共振频率有什么不同? 它们之间有何关系?

| 材料名称 | $Y=10^{11}N/m^2$ | 材料名称 | $Y=10^{11}N/m^2$ |
|------|------------------|------|------------------|
| 生铁   | 0.735~0.834      | 有机玻璃 | 0.02~0.03        |
| 碳钢   | 1.52             | 橡胶   | 78.5             |
| 玻璃   | 0.55             | 大理石  | 0.55             |

表 8: 思考题 2

答: 固有频率是指物体在没有外力作用下, 自由振动时的频率。这个频率是由物体的质量、刚度(或弹性)和几何形状等因素决定的。当物体受到一个扰动后, 如果这个扰动的频率与物体的固有频率相同或接近, 物体会以其固有频率进行振动。

共振频率是指当系统受到周期性外力作用, 且外力的频率与系统的固有频率相同时, 系统振动的幅度达到最大值的频率。在共振频率下, 即使外力的幅度不大, 也可能导致系统振动幅度显著增加。

二者关系如下:

- 固有频率是物体本身的属性, 与外力无关。
- 共振频率是物体在外力作用下的响应特性, 与外力的频率有关。

## 6 总结

本次实验的难点在于数据处理。数据繁杂且需要大量计算, 同时对于绘图也有较高的要求, 需要我们掌握最小二乘拟合, 还需要通过作图法手绘得到杨氏模量。因此本次实验对于 **origin** 作图软件的应用要求较高, 同时也给了我学习和探索 **origin** 功能的机会。

同时, 在实验过程中, 我们务必保持仔细和耐心, 秉持严谨细致的态度对待实验, 任何微小的失误都有可能导致实验的失败。这对我来说也是一次宝贵的锻炼机会。