

《基础物理实验》实验报告

实验名称 RLC 电路的谐振与暂态过程 指导教师 张智恒
姓名 徐昕妍 学号 2023K8009970008 分班分组及座号 1-10-5 号 (例: 1-04-5 号)
实验日期 2024 年 12 月 16 日 实验地点 709 调课/补课 ☐ 是 成绩评定

参考实验报告:《基础物理实验报告——RLC 电路的谐振现象》2011 姜泓旭

1 实验目的

1. 研究 RLC 电路的谐振现象。
2. 了解 RLC 电路的相频特性和幅频特性。
3. 用数字存储示波器观察 RLC 串联电路的暂态过程,理解阻尼振动规律。

2 实验器材

标准电感,标准电容,100 Ω 标准电阻,电阻箱,电感箱,电容箱,函数发生器,示波器,数字多用表,导线等。

3 实验原理

3.1 串联谐振

RLC 串联电路如图 1 所示。其总阻抗 $|Z|$ 、电压 u 与电流 i 之间的相位差 φ 、电流 i 分别为

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}$$
$$\varphi = \arctan \frac{\omega L - 1/\omega C}{R}$$
$$i = \frac{u}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}}$$

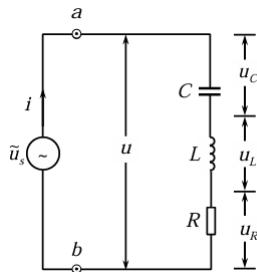
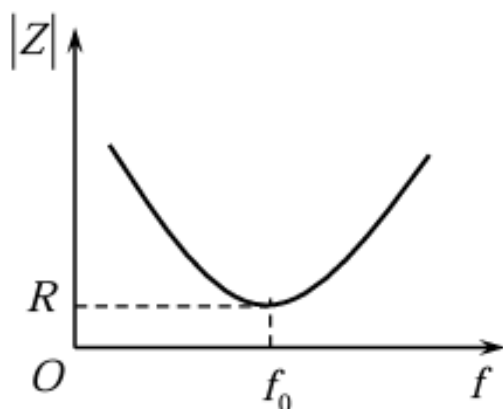
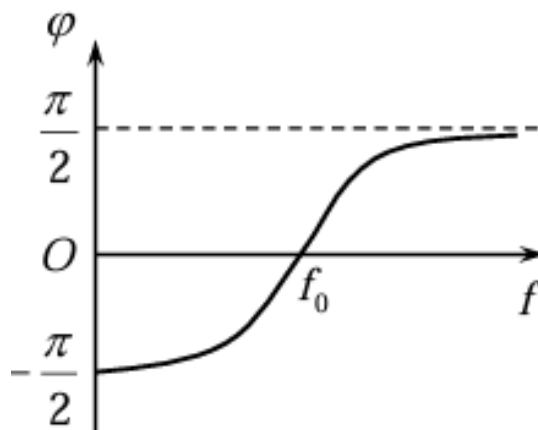


图 1: RLC 串联电路

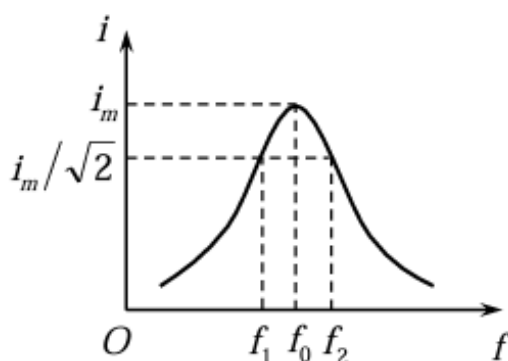
图 2(a)、(b)、(c) 分别为 RLC 串联电路的阻抗、相位差、电流随频率的变化曲线。其中图 2(b) 称为相频特性曲线; 图 2(c) 称为幅频特性曲线, 它表示在总电压 u 保持不变的条件下 i 随 f 的变化曲线。相频特性曲线和幅频特性曲线有时统称为频率响应特性曲线。



(a) 阻抗特性



(b) 相频特性



(c) 幅频特性

图 2: RLC 串联电路的频率特性

由曲线图可以看出存在一个特殊频率 f_0 , 特点为:

1. 当 $f < f_0$ 时, $\varphi < 0$, 电流的相位超前于电压, 整个电路呈电容性, 且随 f 降低, φ 趋近于 $-\pi/2$; 而当 $f > f_0$ 时, $\varphi > 0$, 电流的相位落后于电压, 整个电路呈电感性, 且随 f 升高, φ 趋近于 $\pi/2$ 。
2. 随 f 偏离 f_0 越远, 阻抗越大, 而电流越小。
3. 当 $\omega L - 1/\omega C = 0$, 即

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

或

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

时, $\varphi = 0$, 电压与电流同相位, 整个电路呈纯电阻性, 总阻抗达到极小值 $Z_0 = R$, 而总电流达到极大值 $i_m = u/R$ 。这种特殊的状态称为串联谐振, 此时角频率 ω_0 (或频率 f_0) 称为谐振角频率 (或谐振频率)。在 f_0 处, $i - f$ 曲线有明显尖锐的峰显示其谐振状态, 因此, 有时称它为谐振曲线。谐振时, 有

$$u_L = i_m |Z_L| = \frac{\omega_0 L}{R} u, \quad \frac{u_L}{u} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

而

$$u_C = i_m |Z_C| = \frac{1}{R\omega_0 C} u, \quad \frac{u_C}{u} = \frac{1}{R\omega_0 C} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

令

$$Q = \frac{u_L}{u}, Q = \frac{\omega_0}{R} = \frac{1}{R\omega_0 C}$$

Q 称为谐振电路的品质因数, 简称 Q 值。它是由电路的固有特性决定的, 是标志和衡量谐振电路性能优劣的重要的参量。 Q 值标志着:

1. 储耗能特性: Q 值越大, 相对 [储能的] 耗能越小, 储能效率越高;
2. 电压分配特性: 谐振时 $u_L = u_C = Qu$, 电感、电容上的电压均为总电压的 Q 倍, 因此有时称串联谐振为电压谐振。
3. 频率选择性: 设 f_1, f_2 为谐振峰两侧 $i = i_m/\sqrt{2}$ 对应的频率, 则称 $\Delta f = f_2 - f_1$ 为通频带宽度, 简称带宽。

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f} \quad (1)$$

Q 值越大, 带宽越窄, 峰越尖锐, 频率选择性越好。

3.2 并联谐振

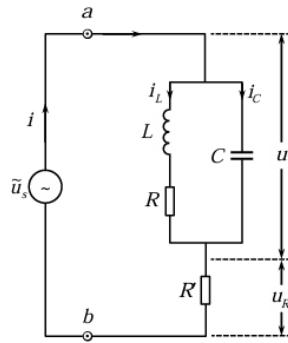


图 3: RLC 并联电路

如图 3 所示电路, 其总阻抗 $|Z_p|$ 、电压 u 与电流 i 之间的相位差 φ 、电压 u (或电流 i) 分别为

$$|Z_p| = \sqrt{\frac{R^2 + (\omega L)^2}{(1 - \omega^2 LC)^2 + (\omega C)^2}}$$

$$\varphi = \arctan \frac{\omega L - \omega C[R^2 + (\omega L)^2]}{R}$$

$$u = i|Z_p| = \frac{u_{R'}}{R'}|Z_p|$$

当 $\varphi = 0$ 时, 电流和电压同相位, 整个电路呈纯电阻性, 即发生谐振。求得并联谐振的角频率 ω_p (或并联谐振频率 f_p) 为

$$\omega_p = 2\pi f_p = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{L}\right)^2} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{Q^2}} \quad (2)$$

式中, $\omega_0 = 2\pi f_0 = 1/\sqrt{LC}$, $Q = \omega_0 L/R = \sqrt{L/C}/R$, 可见 f_p 与 f_0 有所不同, 但当 $Q \gg 1$, $f_p \approx f_0$ 。

图 4(a)、(b)、(c) 分别为 RLC 并联电路的阻抗、相位差、电流或电压随频率的变化曲线。由 (b) 图曲线可见, 在谐振频率 $f = f_p$ 两侧, 当 $f < f_p$ 时, $\varphi > 0$, 电流的相位落后于电压, 整个电路呈电感性; 当 $f > f_p$ 时, $\varphi < 0$, 电流的相位超前于电压, 整个电路呈电容性。在谐振频率两边区域, 并联电路的电抗特性与串联电路时截然相反。

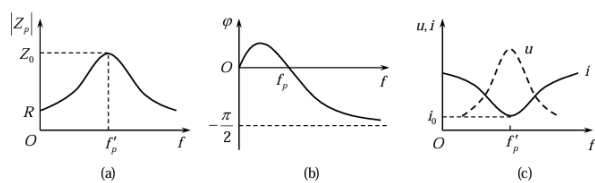


图 4: RLC 并联电路的频率特性

$$Q_1 = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{R\omega_0 C}$$

$$Q_2 = \frac{i_C}{i} \approx \frac{i_L}{i}$$

$$Q_3 = \frac{f_0}{\Delta f}$$

3.3 RLC 电路的暂态过程

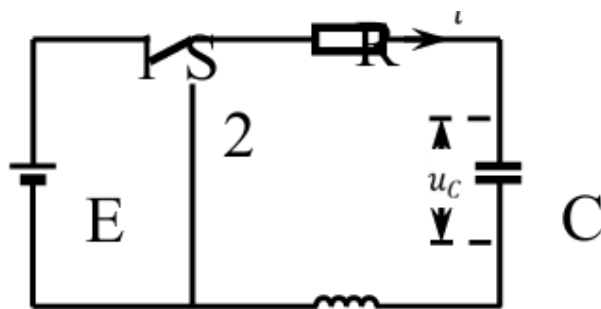


图 5: RLC 暂态电路

电路如图 5。先观察放电过程，即开关 S 先合向“1”使电容充电至 E，然后把 S 倒向“2”，电容就在闭合的 RLC 电路中放电。电路方程为

$$L \frac{di}{dt} + Ri + u_c = 0$$

代入 $i = C du_c / dt$ 得

$$LC \frac{d^2 u_c}{dt^2} + RC \frac{du_c}{dt} + u_c = 0 \quad (3)$$

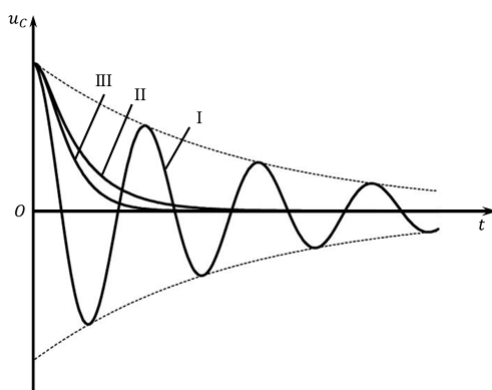


图 6: RLC 暂态过程中的三种阻尼曲线

方程的解分为三种情况:

1. $R^2 < 4L/C$, 阻尼较小。

引入阻尼系数 $\zeta = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}$, 对于 $\zeta < 1$ 此时方程的解为

$$u_C = \sqrt{\frac{4L}{4L - R^2C}} E e^{-t/\tau} \cos(\omega t + \varphi) \quad (4)$$

其中 $\tau = 2L/R$, $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{1 - \frac{R^2C}{4L}}$, u_C 随时间变化的规律如图 6 中曲线 I 所示, 即阻尼振动状态。此时振动的振幅呈指数衰减。 τ 的大小决定了振幅衰减的快慢, τ 越小, 振幅衰减越迅速。

若 $R^2 \ll 4L/C$, 通常是 R 很小的情况, 则:

$$\begin{aligned} \omega &\approx 1/\sqrt{LC} = \omega_0 \\ T &= 2\pi/\omega \approx 2\pi\sqrt{LC} \end{aligned}$$

2. $R^2 > 4L/C$, $\zeta > 1$, 处于过阻尼状态, 其解为:

$$u_C = \sqrt{\frac{4L}{R^2C - 4L}} E e^{-\alpha t} \sinh(\beta t + \varphi) \quad (5)$$

式中 $\alpha = \frac{R}{2L}$, $\beta = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{\frac{R^2C}{4L} - 1}$ 。

具体情况见图中曲线 II, 它是以缓慢的方式逐渐回零。可以证明, 若 L 和 C 固定, 随电阻 R 的增长, u_C 衰减到零的过程更加缓慢。

3. $R^2 = 4L/C$, $\zeta = 1$, 对应临界阻尼状态, 其解为:

$$u_C = E(1 + \frac{t}{\tau}) e^{-t/\tau} \quad (6)$$

式中 $\tau = 2L/R$ 。它是从过阻尼到阻尼振动过渡的分界点, 对应关系见图 6 中的曲线 III。

对于充电过程, 即开关 S 先在位置“2”, 待电容放电完毕, 再把 S 倒向“1”, 电源 E 将对电容充电, 于是电路方程变为:

$$LC \frac{d^2 u_c}{dt^2} + RC \frac{du_c}{dt} + u_c = E \quad (7)$$

初始条件 $t = 0, u_c = 0, du_c/dt = 0$, 方程解为:

$$R^2 < \frac{4L}{C}, u_c = E[1 - \sqrt{\frac{4L}{4L - R^2C}} e^{-t/\tau} \cos(\omega t + \varphi)] \quad (8)$$

$$R^2 > \frac{4L}{C}, u_c = E[1 - \sqrt{\frac{4L}{4L - R^2C}} e^{-\alpha t} \sinh(\beta t + \varphi)] \quad (9)$$

$$R^2 = \frac{4L}{C}, u_c = E[1 - (1 + \frac{t}{\tau}) e^{-t/\tau}] \quad (10)$$

可见, 充电过程和放电过程十分类似, 只是最后趋向的平衡位置不同。

4 实验内容

4.1 测 RLC 串联电路的相频特性和幅频特性曲线

测量电路如图 1 所示。取 $L = 0.1H$, $C = 0.05\mu F$, $R = 100\Omega$, 用示波器 CH1、CH2 通道分别观测 RLC 串联电路的总电压 u 和电阻两端电压 u_R 。

1. 调谐振, 改变函数发生器的输出频率, 找到谐振频率 f_0 。在谐振时, 用数字多用表测量 u , u_L , u_C 。利用 $Q = \frac{u_L}{u} = \frac{u_C}{u}$ 计算 Q 值。
2. 测相频特性曲线和幅频特性曲线: 在总电压 $u_{pp}=2.0\text{ V}$ 保持不变的条件下, 用示波器测出电压、电流间相位差 φ , 以及相应的 u_R 。选择频率为 (单位 kHz): 1.88、2.00、2.08、2.15、2.19、2.22、2.24、2.25、2.26、2.275、2.30、2.36、2.43、2.62、3.18, 进行测量, 作出 RLC 电路 $\varphi - f$ 和 $i - f$ 曲线, 利用 $Q = \frac{f_0}{\Delta f}$ 估算 Q 值。

4.2 测 RLC 并联电路的相频特性和幅频特性曲线

测量电路如图 3 所示, 取 $L = 0.1\text{H}$, $C = 0.05\mu\text{F}$, $R' = 5\text{k}\Omega$, 为观测电感与电容并联部分的电压和相位, 用 CH1 测量总电压, 用 CH2 测量 R' 两端电压, (注意共地点在 b 点), 两通道测量电压值相减 CH1-CH2 就是并联部分的电压 u 。可通过示波器面板上的“MATH”键实现两通道波形相减。

1. 调谐振。改变函数发生器的输出频率, 观测并联部分的电压 u (CH1-CH2) 与总电流 (CH2) 的幅度和相位的变化。找到谐振频率 f_p 。
2. 测相频特性曲线和幅频特性曲线: 固定总电压 ($u + u_{R'}$) 的峰峰值 2.0 V 保持不变, 测量并联部分电压 u (CH1-CH2) 与总电流 (CH2) 的相位差以及二者的幅度值。取频率为 (单位 kHz): 2.05、2.15、2.20、2.231、2.24、2.247、2.25、2.253、2.256、2.265、2.275、2.32、2.40、2.60。作 RLC 并联电路的 $\varphi - f$ 和 $i - f$ 曲线。

4.3 观测 RLC 串联电路的暂态过程

实验电路如图 7 所示。由函数发生器产生方波。为便于观察, 要求将方波的低电平调整与示波器的扫描基线一致。由低电平到高电平相当于充电, 由高电平到低电平相当于放电。函数发生器各参数可设为: 频率 50 Hz , 电压峰峰值 $u_{pp} = 2.0\text{V}$, 偏移 1V 。示波器 CH1 通道用来测量总电压, CH2 用来测量电容两端电压 u_C 。实验中 $L = 0.1\text{H}$, $C = 0.2\mu\text{F}$ 。

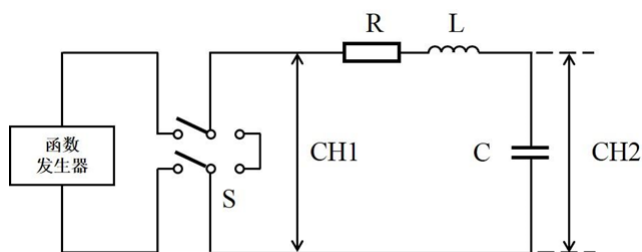


图 7: RLC 暂态过程实验电路

1. $R = 0\Omega$, 测量 u_C 波形。
2. 调节 R 测得临界电阻 R_C , 并与理论值比较。
3. 记录 $R = 2\text{k}\Omega$, $20\text{k}\Omega$ 的 u_C 波形, 相应的函数发生器频率为 250Hz , 20Hz 。

5 实验结果与数据处理

5.1 测 RLC 串联电路的相频特性和幅频特性曲线

5.1.1 调谐振

调试得串联电路谐振频率 $f=2256\text{Hz}$, 测得 $u_L = 5.44\text{V}$, $u_C = 5.44\text{V}$, $u = 0.361\text{V}$, 代入公式计算得 $Q = \frac{u_L}{u} = \frac{u_C}{u} = 15.07$

品质因数 Q 的理论值为

$$Q_0 = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = 14.14$$

计算相对误差得

$$\eta = \frac{|14.14 - 15.07|}{14.14} = 6.6\%$$

说明实验结果较符合。

5.1.2 测 RLC 串联电路的相频特性和幅频特性曲线

对频率取不同值, 测量 CH1 和 CH2 相位差及 CH2 的幅度值, 实验数据如下表所示:

f/kHz	$u(v_{pp})/V$	$(CH1 - CH2)\phi/\circ$	$u_R(V_{amp})/V$	i/mA
1.88	2.00	-77.62	0.284	2.84
2.00	2.00	-66.20	0.486	4.86
2.08	2.00	-62.42	0.566	5.66
2.15	2.00	-48.82	0.802	8.02
2.19	2.00	-33.90	0.909	9.09
2.22	2.00	-19.05	0.961	9.61
2.24	2.00	-8.57	0.997	9.97
2.25	2.00	-4.01	1.04	10.40
2.26	2.00	2.20	1.03	10.30
2.275	2.00	11.22	0.994	9.94
2.30	2.00	23.78	0.943	9.43
2.36	2.00	44.97	0.804	8.04
2.43	2.00	55.76	0.586	5.86
2.62	2.00	69.56	0.371	3.71
3.18	2.00	81.35	0.177	1.77

表 1: 原始实验数据

其中 $I = \frac{u_R}{R}$ 。

绘制相频特性曲线和幅频特性曲线如下图所示:

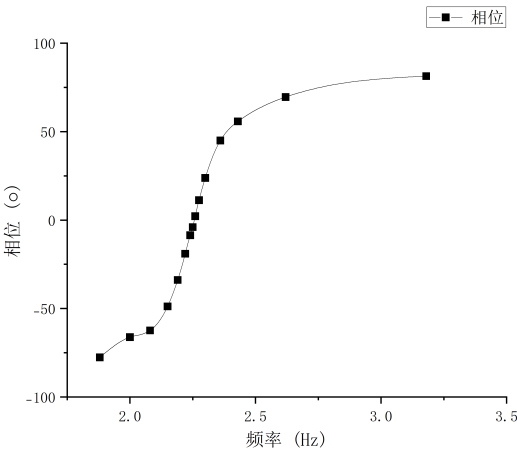


图 8: 串联谐振电路相频特性曲线

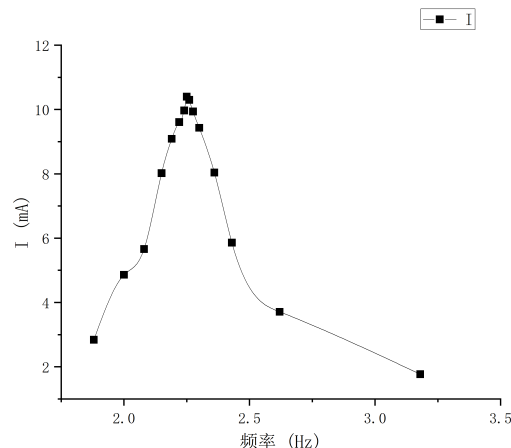


图 9: 串联谐振电路幅频特性曲线

由所绘图像可知, $f < f_0, \varphi < 0$, 电流的相位超前于电压, 整个电路呈电容性; $f > f_0, \varphi > 0$, 电流的相位落后于电压, 整个电路呈电感性, 与图 2(b) 符合较好。由幅频特性曲线可得, 频率为谐振频率时, 电流值最大, 与图 2(c) 符合较好。

由图 9 得极值点对应的 $f_0 = 2.25 \text{ KHz}$, $I_{max} = 10.40 \text{ mA}$, 计算电流有效值为 7.35 mA , 寻找电流强度为 7.35 mA 的位置, 约为 2.13 KHz 和 2.38 KHz , 则

$$\Delta f = 2380 \text{ Hz} - 2130 \text{ Hz} = 250 \text{ Hz}$$

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f} = 9$$

计算得相对误差

$$\eta = \frac{|14.14 - 9|}{14.14} = 36.35\%$$

可见相对误差还是非常大的。误差产生的原因可能是:

1. 给出的参考测量点比较少, 用于图像拟合的数据点比较少的。这会导致后续测量带宽时寻找到的点不准确, 出现较大误差;
2. 读数造成的误差。读取相位差与电流峰值时, 相位差和电流峰值数据一直在波动, 而且波动幅度不小。虽然在选取数据时已经进行了处理但依然会存在误差。

5.2 测 RLC 并联电路的相频特性和幅频特性曲线

5.2.1 调谐振

经过调试, 找到谐振频率为 2.25 kHz 。

5.2.2 测相频特性曲线和幅频特性曲线

取不同频率, 测量并联部分电压 u (CH1-CH2) 与总电流 (CH2) 的相位差以及二者的幅度值, 实验数据如下表所示:

其中, $\varphi = f \Delta t \times 360^\circ$, $I = \frac{u_{R'}}{R'}$, $R' = 5 \text{ K}\Omega$

f/KHz	U(Vpp)/V	$\Delta t/\mu s$	$\varphi/^\circ$	u(Vamp)/V	$u_{R'}(V_{amp})/V$	I/mA
2.050	2.00	114	84.13	1.54	1.05	0.21
2.150	2.00	100	77.40	1.84	0.583	0.1166
2.200	2.00	86	68.11	1.87	0.335	0.067
2.231	2.00	66	53.01	1.85	0.183	0.0366
2.240	2.00	46	37.09	1.85	0.143	0.0286
2.247	2.00	26	21.03	1.85	0.121	0.0242
2.250	2.00	18	14.58	1.85	0.120	0.024
2.253	2.00	8	6.49	1.85	0.113	0.0226
2.256	2.00	-10	-8.12	1.85	0.114	0.0228
2.265	2.00	-36	-29.35	1.85	0.134	0.0268
2.275	2.00	-60	-49.14	1.87	0.176	0.0352
2.320	2.00	-86	-71.83	1.83	0.389	0.0778
2.400	2.00	-98	-84.67	1.71	0.755	0.151
2.600	2.00	-100	-93.60	1.36	1.30	0.26

表 2: RLC 并联电路实验数据

绘制并联谐振电路相频特性曲线、u-f 曲线及 I-f 曲线如下图所示：

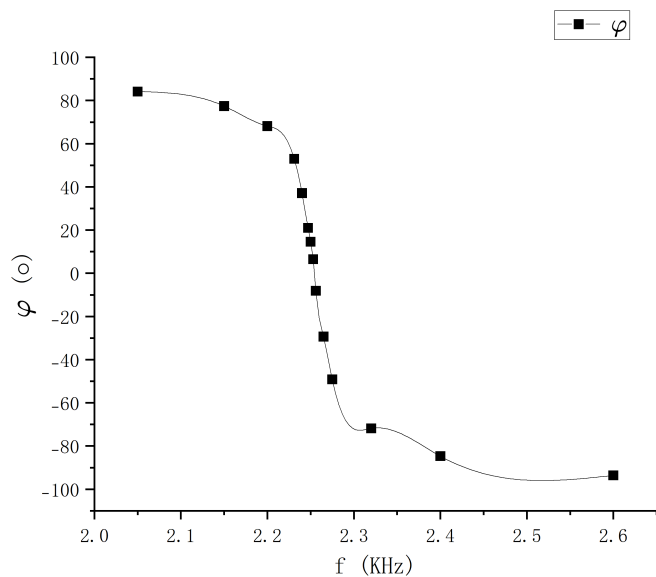


图 10: 并联谐振电路相频特性曲线

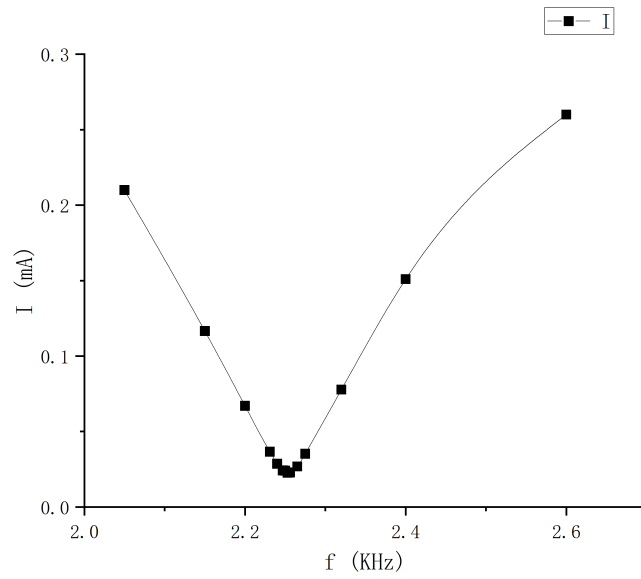


图 11: 并联谐振电路 i-f 曲线

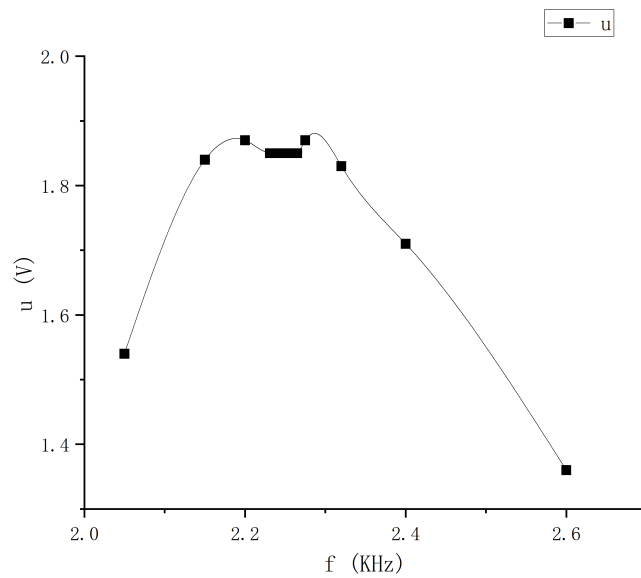


图 12: 并联谐振电路 u-f 曲线

与图 4 比较, 所得结果较符合理论值。

5.3 观测 RLC 串联电路的暂态过程

由函数发生器产生方波, 函数发生器各参数可设为: 频率 50 Hz, 电压峰峰值 = 2.0 V, 偏移 1V。示波器 CH1 通道用来测量总电压, CH2 用来测量电容两端电压。

(1) $R = 0\Omega$, 测量波形如下图所示:

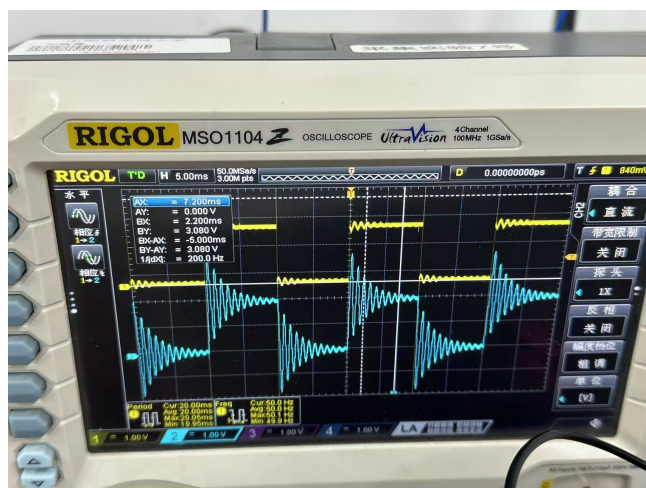


图 13: 暂态过程实验 - 欠阻尼

(2) 调节 R 测得临界电阻, 并与理论值比较, 波形如图所示:

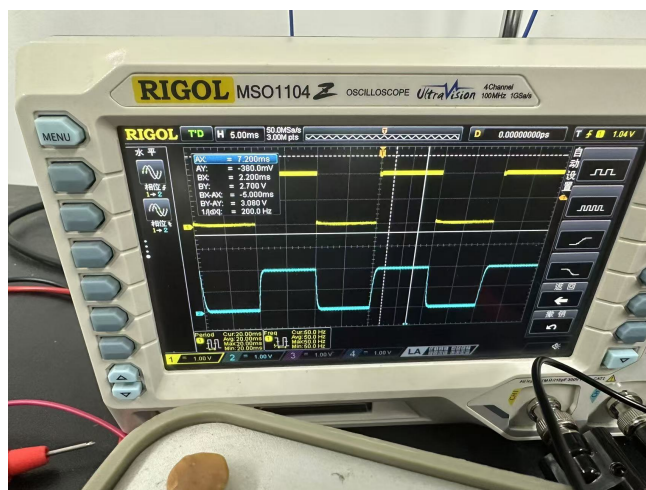


图 14: 测临界电阻时图像

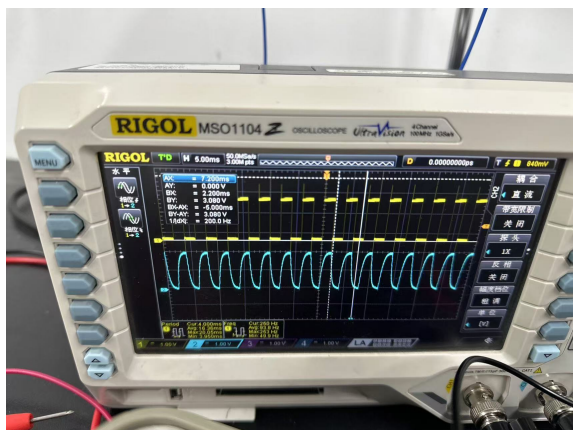
测得临界电阻阻值约为 1414Ω , 计算理论值

$$R^2 = \frac{4L}{C}$$

$$R = 1414.2\Omega$$

计算相对误差 $\eta = \frac{|1414.2 - 1414|}{1414.2} = 0.014\%$, 可见所得结果很准确。

(3) 记录 $R = 2K\Omega$, $R = 20K\Omega$ 时 u_C 的波形, 结果如下图所示:



(a) $R = 2K\Omega$ 整体波形图



(b) $R = 2K\Omega$ 局部波形图

图 15: $R = 2K\Omega$ 波形图

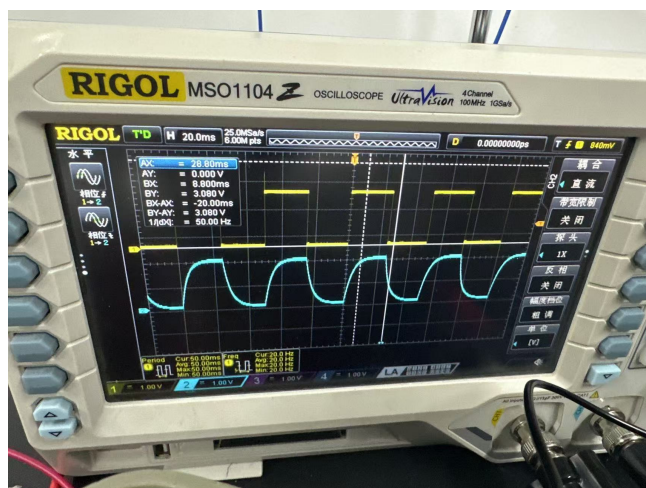


图 16: $R = 20K\Omega$ 波形图

6 总结

本次实验除了对 RLC 谐振电路有了新的理解,我还对实验细节有了新的收获。在完成实验的过程中一定要注意共地,以串联谐振实验为例,如果示波器没有共地,如 CH1 的地端接在 a 处,CH2 的地端接在 b 处,那么 a, b 点都接地,电压为 0,则电感、电容、电阻三个元件上不会有电流流过,都被短路,将无法进行实验。其他的不共地情况也会导致类似的结果,必定有电路元件处在两个接地点之间没有电源的一侧,那么它将被短路。这是仅观察实验电路图无法得到的收获,必须在实验中亲手操作才能理解这一现象。

7 实验原始数据记录表

见后附图。

基础物理实验原始数据记录

实验名称 RLC 电路的谐振与暂态过程

地点 教学楼 709

学生姓名 徐明妍 学号 分班分组座号 - - 号 (例: 1-04-5 号)

实验日期 年 月 日 成绩评定 教师签字 张舒恒

1. RLC 串联电路的相频特性和幅频特性曲线

串联电路谐振频率 $f = 2.25 \text{ kHz}$. $U_R = 0.2606 \text{ V}$. $U_L = 5.44 \text{ V}$. $U_C = 5.44 \text{ V}$

表 1: 串联电路测试数据

f/KHz	U(Vpp)/V	(CH1 - CH2) $\varphi/^\circ$	$u_R(\text{Vamp})/\text{V}$	$I_{\text{MAX}}/\text{mA}(\text{计算})$
1.88	2.00	-77.62	0.284	
2.00	2.00	-66.70	0.436	
2.08	2.00	-62.42	0.566	
2.15	2.00	-49.82	0.802	
2.19	2.00	-33.90	0.909	
2.22	2.00	-19.05	0.961	
2.24	2.00	-8.57	0.997	
2.25	2.00	-4.01	1.04	
2.26	2.00	2.20	1.03	
2.275	2.00	11.22	0.994	
2.30	2.00	23.78	0.943	
2.36	2.00	44.97	0.804	
2.43	2.00	55.76	0.586	
2.62	2.00	69.56	0.371	
3.18	2.00	81.35	0.177	

学生:

助教:

2. RLC 并联电路的相频特性和幅频特性曲线

并联电路谐振频率 $f = 2.25 \text{ kHz}$

表 2: 并联电路测试数据

f/KHz	U(Vpp)/V 保持不变	$\Delta t/\mu\text{s}$	$\varphi/^\circ$	u(Vamp)/V (CH1-CH2)	$u_R(\text{Vamp})/\text{mV}$	I_{MAX}/mA
2.050	2.00	114	80.88	1.54	1.05	
2.150	2.00	114	80.88	1.84	0.583	
2.200	2.00	86		1.87	0.325	
2.231	2.00	66		1.85	0.183	



		δt	φ	u	u_R	i
2.240	2.00	46		1.85	0.143	
2.247	2.00	26.		1.85	0.121	
2.250	2.00	18		1.85	0.120	
2.253	2.00	8		1.85	0.113	
2.256	2.00	-10		1.85 1.85	0.114	
2.265	2.00	-36		1.85	0.134	
2.275	2.00	-60		1.87	0.176	
2.320	2.00	-86		1.83.	0.389.	
2.400	2.00	-98		1.71	0.755	
2.600	2.00	-100		1.36	1.30	

学生:

助教:

