Algorithm 0x00

49.234.77.58/index.php/2019/12/15/algorithm-0x00

XZLang 2019年12月15日

- O(读"O"): 上界
- **Ω**(读"omega"):下界
- Θ (读" theta"): 近似

对于足够大的n,t(n)的上界由g(n)的常数倍来确定,即:t(n) < = Cg(n),记作t(n) = O(g(n))

当且仅当存在正的常数C1和C2,使得对于所有的 n>=n₀,有 C1g(n)≤ f(n) ≤ C2g(n),

记作: f(n)= ⊖(g(n))

$$T(n) = 4T(n/2) + n$$

$$\leq 4c(n/2)^3 + n$$

$$= (c/2)n^3 + n$$

$$= cn^3 - ((c/2)n^3 - n) \leftarrow desired - residual$$

$$\leq cn^3 \leftarrow desired$$
whenever $(c/2)n^3 - n \geq 0$, for example, if $c \geq 2$ and $n \geq 1$.
$$residual$$

Solve $T(n) = T(n/4) + T(n/2) + n^2$:

$$(n/4)^{2} \qquad (n/2)^{2} \qquad \frac{5}{16}n^{2}$$

$$(n/16)^{2} \qquad (n/8)^{2} \qquad (n/8)^{2} \qquad (n/4)^{2} \qquad \frac{25}{256}n^{2}$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

$$\Theta(1) \qquad \text{Total} = n^{2} \left(1 + \frac{5}{16} + \left(\frac{5}{16}\right)^{2} + \left(\frac{5}{16}\right)^{3} + \cdots\right)$$

$$= \Theta(n^{2}) \qquad \text{geometric series} \ \blacksquare$$

主定理

定理: 设 $a \ge 1$, b > 1为常数, f(n)为函数, T(n)为非负整数,且T(n) = aT(n/b) + f(n),则

1. 若
$$f(n)=O(n^{\log_b a-\varepsilon})$$
, $\varepsilon > 0$, 那么 $T(n)=\Theta(n^{\log_b a})$ 存在 ε

2. 若
$$f(n) = \Theta(n^{\log_b a})$$
,那么
$$T(n) = \Theta(n^{\log_b a} \log n)$$
存在 ϵ

3. 若 $f(n) = \Omega(n^{\log_b a + \varepsilon})$, $\varepsilon > 0$, 且对于某个常数 c < 1和充分大的 n 有 $af(n/b) \le cf(n)$, 那么 $T(n) = \Theta(f(n))$

Hestia |由ThemeIsle开发