

算法设计与分析 HW 4

李宇哲 SA25011049

T1

ch34 p9 EX3.1

证明同步环系统中不存在匿名的、一致性的领导者选举算法。

假设存在一个确定性的算法A能够在匿名同步环上终止并选出唯一领导者。

设系统由n个节点 P_0, P_1, \dots, P_{n-1} 组成，因为匿名性假设，所有节点运行相同的状态机，所有节点初始状态相同。

因此全局初始状态 $C_0 = (s_0, s_0, \dots, s_0)$ 在环结构的任意旋转下都不变

考虑算法A的执行，由于系统是同步的，通信拓扑也是环且对称，则在每一轮t，所有节点接收到的消息序列完全相同，因此所有节点在下一轮计算出的局部状态仍相同。归纳可得，对所有 $t \geq 0$ ，节点的局部状态相同，从而全局状态在任意旋转下不变

由于每一轮节点的状态完全相同，任意节点都无法区分自己与他人。因此在任意有限终止时刻T，所有节点的输出必须相同。根据领导者选举，上述所有节点输出相同，要么都输出non-leader，要么都输出leader，违反唯一性

所以假设不成立，原结论成立。

T2

ch34 p9 EX3.2

证明异步环系统中不存在匿名的领导者选举算法。

假设异步环系统中存在匿名的领导者选举算法。

任意一个匿名的同步环系统都对应一个每条信道延迟都恰好为1的异步环系统，因此算法A在同步环系统上也成立。则算法A也是同步环系统上的一个匿名算法，这与 EX 3.1矛盾，所以 结论成立。