

## Задача В. Перестроение доказательства

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	1 секунда
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

В данной задаче требуется проверить доказательство выражения в гильбертовском варианте интуиционистского исчисления высказываний и перестроить его в доказательство в натуральном выводе.

### Формат входных данных

На вход дается доказательство утверждения в соответствии со следующей грамматикой:

```

    <Файл> ::= <Контекст> '|- ' <Выражение> '\n' <Строка>*
    <Контекст> ::= <Выражение> [' , ' <Выражение>]*
                | ' '
    <Строка> ::= <Выражение> '\n'
    <Выражение> ::= <Выражение> '&' <Выражение>
                  | <Выражение> '!' <Выражение>
                  | <Выражение> '->' <Выражение>
                  | '!' <Выражение>
                  | '(' <Выражение> ')'
                  | <Переменная>
    <Переменная> ::= ('A' ... 'Z') {'A' ... 'Z' | '0' ... '9' | ' '}*

```

Операторы '&' и '!' левоассоциативны. Оператор '->' правоассоциативен. Операторы в порядке уменьшения приоритета: '!', '&', '!', '->'.

Имена переменных не содержат пробелов. Между символами одного оператора нет пробелов ('->' и '|-'). В остальных местах пробелы могут присутствовать. Символы табуляции и возврата каретки должны трактоваться как пробелы.

### Формат выходных данных

Если входное доказательство неверно, выведите:

- если строка  $n$  доказательства не следует из предыдущих, выведите «Proof is incorrect at line  $n$ »;
- если последняя строка доказательства отличается от доказываемого утверждения из первой строки, выведите «The proof does not prove the required expression».

Иначе выведите доказательство. Каждая строка доказательства — узел дерева, пустых строк быть не должно (кроме последней строки). Дочерние узлы указываются перед родительским узлом. В начале строки — уровень узла в квадратных скобках, потом через пробел — формула, в конце строки — обозначение правила, также через пробел и в квадратных скобках. Для обозначения лжи используйте комбинацию «\_!\_»: подчёркивание (ASCII 95), вертикальная черта (ASCII 124), подчёркивание (ASCII 95). В остальном следуйте формату из примеров.

Доказанное во входном файле высказывание должно быть заключением самого верхнего правила. В данном высказывании отрицание термов ( $\neg\varphi$ ) передавайте как  $(\varphi \rightarrow \perp)$ . В доказательстве вы можете пользоваться следующими правилами. Посылки правил должны идти в указанном порядке, переставлять их нельзя — однако, гипотезы в контексте могут быть произвольно переставлены.

Обозначение	Посылки	Заключение
$Ax$		$\Gamma, \varphi \vdash \varphi$
$E \rightarrow$	$\Gamma \vdash \varphi \rightarrow \psi, \Gamma \vdash \varphi$	$\Gamma \vdash \psi$
$I \rightarrow$	$\Gamma, \varphi \vdash \psi$	$\Gamma \vdash \varphi \rightarrow \psi$
$I \&$	$\Gamma \vdash \varphi, \Gamma \vdash \psi$	$\Gamma \vdash \varphi \& \psi$
$E1 \&$	$\Gamma \vdash \varphi \& \psi$	$\Gamma \vdash \varphi$
$E2 \&$	$\Gamma \vdash \varphi \& \psi$	$\Gamma \vdash \psi$
$I \vee$	$\Gamma \vdash \varphi$	$\Gamma \vdash \varphi \vee \psi$
$I \vee$	$\Gamma \vdash \psi$	$\Gamma \vdash \varphi \vee \psi$
$E \vee$	$\Gamma, \varphi \vdash \rho, \Gamma, \psi \vdash \rho, \Gamma \vdash \varphi \vee \psi$	$\Gamma \vdash \rho$
$E \perp$	$\Gamma \vdash \perp$	$\Gamma \vdash \varphi$

## Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
$A \mid - A \rightarrow A$ $A \rightarrow A \rightarrow A$ $A$ $A \rightarrow A$	$[3] A, A, A \mid - A [Ax]$ $[2] A, A \mid - A \rightarrow A [I \rightarrow]$ $[1] A \mid - A \rightarrow A \rightarrow A [I \rightarrow]$ $[1] A \mid - A [Ax]$ $[0] A \mid - A \rightarrow A [E \rightarrow]$
$A, C \mid - B'$ $B'$	Proof is incorrect at line 2

## Замечание

Рассмотрим доказательство  $A \rightarrow A$  (гильбертовский стиль). Входной файл, соответствующий доказательству, мог бы быть таким:

```

|-A->A
A->A->A
A->(A->A)->A
(A->A->A)->(A->(A->A)->A)->(A->A)
(A->(A->A)->A)->(A->A)
A->A

```

Поскольку утверждение может быть доказано следующим натуральным выводом:

$$\frac{A \vdash A}{\vdash A \rightarrow A}$$

То, соответственно, текст ниже будет корректным ответом на задачу.

```

[1] A|-A [Ax]
[0] |-A->A [I->]

```