

Университет ИТМО

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Лабораторная работа №3
по «Алгоритмам и структурам данных»

Выполнил:

Студент группы Р3200

Шишкин Н.Д.

Преподаватели:

Косяков М.С.

Тараканов Д.С.

Санкт-Петербург

2019

Задача №1494 «Монобильярд»

Пояснение к примененному алгоритму:

Будем по порядку симулировать процесс доставания шаров, предполагая, что жульничества не было. В таком случае шар с номером i мы могли достать либо сразу, после того как его положили, либо взяв перед этим все шары над ним.

Начинаем по порядку класть шары, начиная с первого, также начинаем отслеживать на каком шаре в порядке их вытаскивания мы находимся. На каждом шаге после того, как положили шар, проверяем сколько мы можем достать, т.е. если положили шар x и в массиве извлечения шаров мы тоже находимся на элементе x , мы его вынимаем и продвигаемся в массиве извлечения. Повторяем эту процедуру, пока можем, затем повторяем с начала.

В конце, если не было жульничества и мы могли достать все шары, то стек шаров будет пустым, иначе - жульничество было.

Очевидно, что такой процесс вынимания шаров является единственно возможным, поскольку если у нас была возможность достать шар и мы этого не сделали - мы уже никогда не достанем этот шар, т.к. над ним уже лежат другие, а брали мы строго в каком то порядке. Поскольку при не жульничестве порядок, в котором Чичиков кладет шары строго определен, также как и порядок их изъятия, то и вариант развития событий был только один, как раз тот, который мы и симулируем.

Сложность алгоритма - $O(n)$

Задача №1067 «Disk Tree»

Пояснение к примененному алгоритму:

Строим дерево каталогов, в дереве, в качестве путей между узлами выступают названия каталогов, для каждой вершины храним массив каталогов, по которым можем из неё перейти. Считываем путь, разбиваем его последовательно на части по “\” и начинаем вставлять в дерево. Изначально вставляем в корень (пути абсолютные) первую часть, получаем некий узел (существующий или только что созданный), к нему вставляем следующую часть пути и т.д. пока путь не закончится. Повторяем эту процедуру для каждого пути.

Чтобы поддерживать лексиграфический порядок, будем хранить массив путей в отсортированном виде, тогда поиск в нем будет занимать $\log(m)$ (m - число путей) и вставка столько же. Для ускорения проверки на совпадение, для каждого пути будем также хранить его хэш.

Чтобы напечатать дерево просто обойдем его в глубину по потомкам в отсортированном порядке.

Сложность алгоритма - $O(n \cdot \log(n))$.

Задача №1521 «Военные учения 2»

Пояснение к примененному алгоритму:

Строим дерево отрезков для массива солдат, для каждого отрезка будем хранить число ещё не вышедших солдат в нем. Высота этого дерева - $\log(n)$

В цикле начинаем по одному выбирать солдат, на каждом этапе мы удаляем солдата из круга, соответственно модифицируя дерево отрезков. Операция удаления будет занимать

$\log(n)$. После удаления вычисляем какой солдат будет следующим. Допустим, что всего солдат n , и в строю мы удалили i -го солдата, тогда наш строй разбит на две части - от 1-го до i -го, и от i -го до n . Нам нужно переместиться на k солдат вперед, т.к. массив циклический (солдаты стоят в кругу) и мы знаем количество оставшихся солдат от 1-го до i -го, мы сложим это число с k и возьмем по модулю числа оставшихся солдат (на случай, если эта сумма больше количества оставшихся солдат). Данная сумма (назовем её u) говорит о том, сколько оставшихся солдат начиная с 1-го нам надо отсчитать, чтобы получить нового выбывшего.

В дереве отрезков находим наименьший по размеру префикс массива, в котором содержится u не выбывших солдат, его правый индекс и будет искомым солдатом, это также произойдет за $\log(n)$.

Заметим, что во время процесса нахождения префикса, мы можем одновременно производить операцию удаления искомого солдата (чтобы не пробегать одни и те же узлы дерева, только с разной целью).

Проделав процедуру n раз получим ответ.

Сложность алгоритма - $O(n \cdot \log(n))$.

//Дополненная часть.

Задача №1628 «Белые полосы»

Пояснение к примененному алгоритму:

Будем считать белой полосой промежуток между черными днями, изначально окружим каждую неделю фиктивным черным днем до начала и после её конца. В таком случае наш подсчёт корректен с самого начала. Номера черных дней будем хранить в структуре `set` (он поддерживается отсортированным). Считываем черные дни, последовательно вставляя их номера в наш `set`. После этого подсчитаем горизонтальные полосы, для этого проходимся по `set` и считаем количество белых отрезков (расстояние между двумя соседними черными днями больше 1). Для подсчёта вертикальных полос повторяем те же самые действия, только если попались два черных дня с расстоянием 1, то необходимо проверить условие максимальности по включению. Для этого смотрим на соседей этого дня в горизонтальном представлении, если они оба черные - включаем отрезок в ответ, иначе - нет.

Сложность алгоритма - $O(s \cdot \log(s))$, где $s = n + m + k$.

Задача №1650 «Миллиардеры»

Пояснение к примененному алгоритму:

Для хранения суммы сбережений в городе будем использовать двоичную кучу. Тогда город с максимальной суммой сбережений всегда будет в вершине дерева, и мы можем за $O(1)$ получать его. В куче будем хранить пару - суммарные сбережения (ключ) и имя города.

Также будем хранить две хэш-мапы.

В одной по ключу имени миллионера мы храним его сбережения и текущий город, в котором он находится.

В другой храним по ключу имени города номер узла в куче, который в данный момент соответствует этому городу, и количество дней, когда этот город лидировал.

При считывании информации о миллиардерах заполняем информацию о них в хэш-мапе, а также информацию о городах в хэш-мапе и куче.

Для каждого дня мы делаем следующее - берем из кучи максимум (предварительно сравнив его с детьми) и если нет ничьей увеличиваем ответ для соответствующего города. Далее проверяем, есть ли перемещения в этот день, если нет - итерируемся дальше. Но если такие дни есть, для каждого перемещения проделываем следующую процедуру - уменьшаем значение ключа в куче для текущего города миллиардера (информацию о нем храним в хэш-мапе), и увеличиваем для того, в который он приехал. При этом поддерживая актуальной информацию в обеих хэш-мапах.

В конце выводим отсортированное содержимое хэш-мапы с городами, там и хранится ответ для каждого города.

Время работы - $O((n+k) \cdot \log(n+k))$.