

4. Вертикальных асимптот нет, т.к. функция определена $\forall x \in \mathbb{R}$.

5. $y' = e^x (\cos x - \sin x)$

$y' = 0: \cos x = \sin x \quad y' \neq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

$x = \frac{\pi}{4} + \pi k$

Рассмотрим поведение функции на промежутке $[0; 2\pi)$:

| x | 0 | $(0; \frac{\pi}{4})$ | $\frac{\pi}{4}$ | $(\frac{\pi}{4}; \frac{5\pi}{4})$ | $\frac{5\pi}{4}$ | $(\frac{5\pi}{4}; 2\pi)$ |
|------|-------|----------------------|-----------------|-----------------------------------|------------------|--------------------------|
| y' | | + | 0 | - | 0 | + |
| y | e^0 | \nearrow | \max | \searrow | \min | \nearrow |

В силу периодичности $y(x) = \cos x - \sin x$ знаки будут повторяться.

Т.о., имеем точки максимума в точках вида $\frac{\pi}{4} + 2\pi k$, точки минимума в точках вида $\frac{5\pi}{4} + 2\pi k$.

6. $y'' = e^x (\cos x - \sin x - \sin x - \cos x) = -2\sin x \cdot e^x$

$y'' = 0: \sin x = 0 \Rightarrow x = \pi k; \quad y'' \neq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

| x | 0 | $(0; \pi)$ | π | $(\pi; 2\pi)$ |
|-------|---|------------|----------|---------------|
| y'' | 0 | - | 0 | + |
| y | 0 | \frown | \smile | \smile |

$y(0) = 1$

$y(\pi) = -e^\pi$

На основании проведенного исследования строим график:

При построении учтем, что

$y = 0$ при $x = \frac{\pi}{2} + \pi k$.

