$(1+2x)^{\frac{1}{2}} \sim 1+\frac{1}{2}\cdot(2x)+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot(2x)^2+\dots$

$(1-3x)^{\frac{1}{3}} \sim 1+\frac{1}{3}(-3x)+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)\cdot(-3x)^2+\dots$

$\cos x \sim 1-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}+\dots$

$\Rightarrow G(x) \sim (1+1-2)+(1-1)x+\left(-\frac{1}{2}-1+1\right)x^2+\dots = -\frac{1}{2}x^2+o(x^2)$

$\Rightarrow L = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\frac{3}{2}x^2+o(x^2)}{-\frac{1}{2}x^2+o(x^2)} = -3$

№20

$$y = \frac{2x^3-x^2-x+6}{x^2+x-6} = \frac{2x^3}{x^2+x-6}-1$$

1. $D(y)$: $x^2+x-6\neq 0 \Rightarrow x\neq -3,\ x\neq 2$
2. Область определения не симметрична относительно начала координат $\Rightarrow$ функция ни четная, ни нечетная.
3. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x^3}{x^3+x^2-6x}-\dfrac{1}{x}\right) = 2 = k$

$\lim\limits_{x\to\infty}(f(x)-kx) = \lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x^3}{x^2+x-6}-2x\right) = \lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3-2x^3-2x^2+12x}{x^2+x-6}$

$= -2 = b \Rightarrow y = 2x-2$ – наклонная асимптота при $x\to\pm\infty$.

4. $\lim\limits_{x\to -3^-}\left(\dfrac{2x^3}{x^2+x-6}-1\right) = \left[\dfrac{2\cdot(-3)^3}{(-3-2)(-3-0+3)}-1\right] = -\infty$

$\lim\limits_{x\to -3^+}\left(\dfrac{2x^3}{x^2+x-6}-1\right) = \left[\dfrac{2(-3)^3}{(-3-2)(-3+0+3)}-1\right] = +\infty$

$\lim\limits_{x\to 2^-}\left(\dfrac{2x^3}{x^2+x-6}-1\right) = \left[\dfrac{2\cdot 2^3}{(2-0-2)(2+3)}-1\right] = -\infty$

$\lim\limits_{x\to 2^+}\left(\dfrac{2x^3}{x^2+x-6}-1\right) = \left[\dfrac{2\cdot 2^3}{(2+0-2)(2+3)}-1\right] = +\infty$

$\Rightarrow$ точки $x=2$, $x=-3$ – точки разрыва II рода, а прямые $x=2$, $x=-3$ – верт. асимптоты

5. $y' = \dfrac{6x^2(x^2+x-6)-(2x+1)\cdot 2x^3}{(x+3)^2(x-2)^2} = \dfrac{2x^2(3x^2+3x-18-2x^2-x)}{(x+3)^2(x-2)^2}$

$= \dfrac{2x^2(x^2+2x-18)}{(x+3)^2(x-2)^2} = \dfrac{2(x^4+2x^3-18x^2)}{(x^2+x-6)^2}$

$y'=0$: $x=0$; $x^2+2x-18=0$

$x_{1,2} = -1\pm\sqrt{1+18} = -1\pm\sqrt{19}$

$y'\ \nexists$: $x=2; -3 \notin D(y)$.