第十一章 电路的频率响应

本章重点

●重点

1. 网络函数

2. 串、并联谐振的概念

11-1 网络函数

当电路中激励源的频率变化时，电路中的感抗、容抗将跟随频率变化，从而导致电路的工作状态亦跟随频率变化。因此，分析研究电路和系统的频率特性就显得格外重要。

频率特性 →

电路和系统的工作状态跟随频率而变化的现象，称为电路和系统的频率特性，又称频率响应。

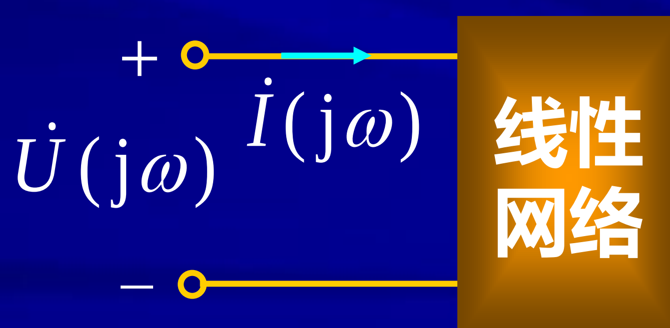
1. 网络函数$H(j\omega)$的定义

在线性正弦稳态网络中，当只有一个独立激励源作用时，网络中某一处的响应（电压或电流）与网络输入之比，称为该响应的网络函数。

$$H(\mathrm{j}\omega) \overset{\text{def}}{=} \frac{\dot{R}(\mathrm{j}\omega)}{\dot{E}(\mathrm{j}\omega)}$$

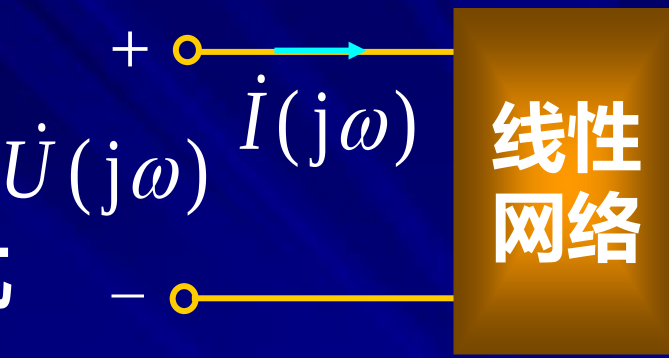
2. 网络函数$H(\mathrm{j}\omega)$的物理意义

- 驱动点函数



激励是电流源，响应是电压

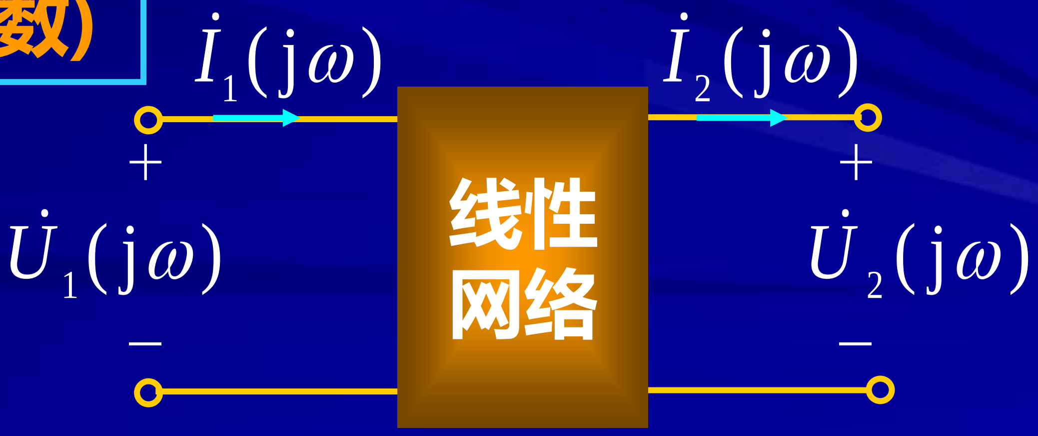
$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot{U}(\mathrm{j}\omega)}{\dot{I}(\mathrm{j}\omega)}$$ → 策动点阻抗

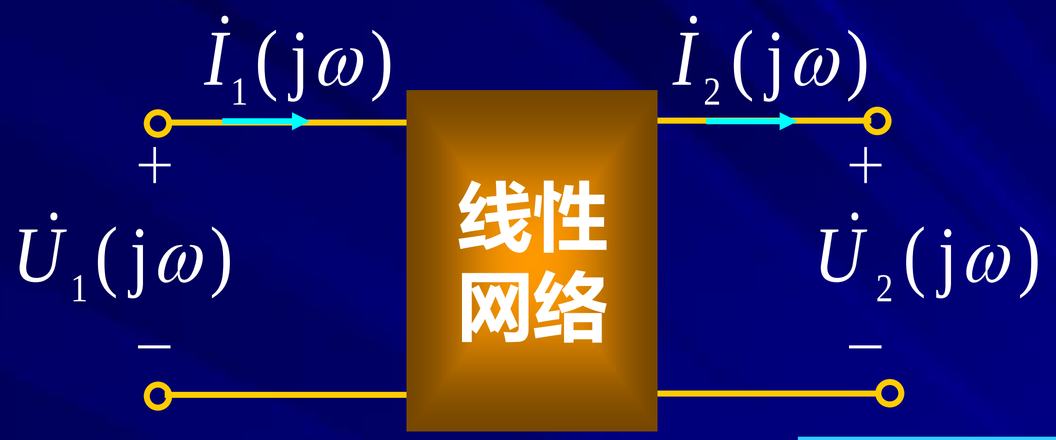


激励是电压源，响应是电流

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot{I}(\mathrm{j}\omega)}{\dot{U}(\mathrm{j}\omega)}$$ → 策动点导纳

- 转移函数(传递函数)





激励是电压源

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot{I}_2(\mathrm{j}\omega)}{\dot{U}_1(\mathrm{j}\omega)}$$

转移导纳

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot{U}_2(\mathrm{j}\omega)}{\dot{U}_1(\mathrm{j}\omega)}$$

转移电压比

激励是电流源

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot{U}_2(\mathrm{j}\omega)}{\dot{I}_1(\mathrm{j}\omega)}$$

转移阻抗

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot{I}_2(\mathrm{j}\omega)}{\dot{I}_1(\mathrm{j}\omega)}$$

转移电流比

注意

① $H(\mathrm{j}\omega)$与网络的结构、参数值有关，与输入、输出变量的类型以及端口对的相互位置有关，与输入、输出幅值无关。因此网络函数是网络性质的一种体现。

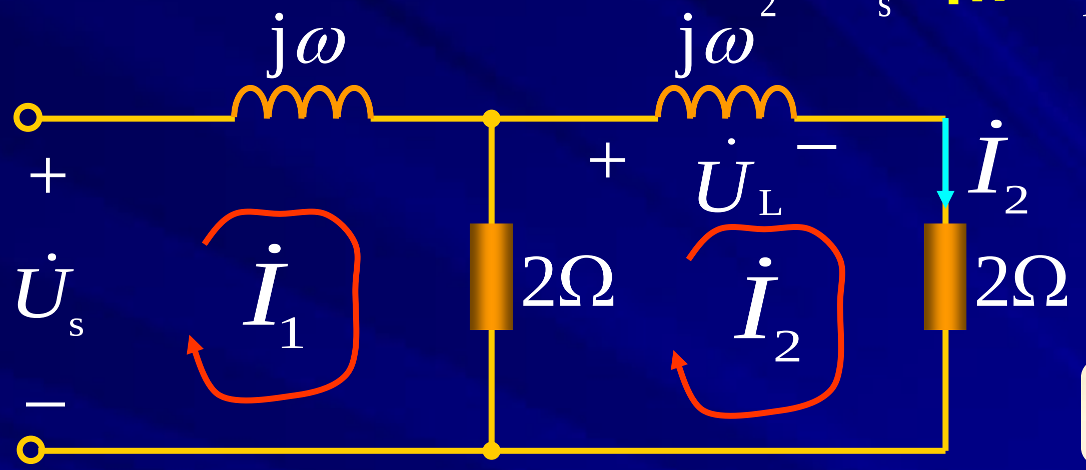
② $H(\mathrm{j}\omega)$ 是一个复数，它的频率特性分为两个部分：

$\boxed{\text{幅频特性}}$ ⟶ 模与频率的关系 $|H(\mathrm{j}\omega)|-\omega$

$\boxed{\text{相频特性}}$ ⟶ 幅角与频率的关系 $\varphi(\mathrm{j}\omega)-\omega$

③ 网络函数可以用相量法中任一分析求解方法获得。

例1-1 **求图示电路的网络函数** $\dot{I}_2/\dot{U}_s$ **和** $\dot{U}_L/\dot{U}_s$。



解 **列网孔方程解电流** $\dot{I}_2$

$$\begin{cases}(2+\mathrm{j}\omega)\dot{I}_1-2\dot{I}_2=\dot{U}_s\\ -2\dot{I}_1+(4+\mathrm{j}\omega)\dot{I}_2=0\end{cases}$$

$$\dot{I}_2=\frac{2\dot{U}_s}{4+(\mathrm{j}\omega)^2+\mathrm{j}6\omega}$$

转移导纳

$$\frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_s}=\frac{2}{4+(\mathrm{j}\omega)^2+\mathrm{j}6\omega}$$

$$\frac{\dot{U}_L}{\dot{U}_s}=\frac{\mathrm{j}2\omega}{4-\omega^2+\mathrm{j}6\omega}$$

转移电压比

注意 ①以网络函数中$\mathrm{j}\omega$的最高次方的次数定义网络函数的阶数。

②由网络函数能求得网络在任意正弦输入时的端口正弦响应，即有

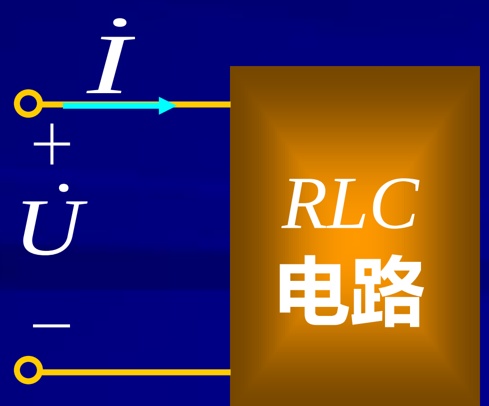
$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{R(\mathrm{j}\omega)}{E(\mathrm{j}\omega)} \longrightarrow R(\mathrm{j}\omega)=H(\mathrm{j}\omega)E(\mathrm{j}\omega)$$

11-2 *RLC*串联电路的谐振

谐振是正弦电路在特定条件下产生的一种特殊物理现象。谐振现象在无线电和电工技术中得到广泛应用，研究电路中的谐振现象有重要实际意义。

1. 谐振的定义

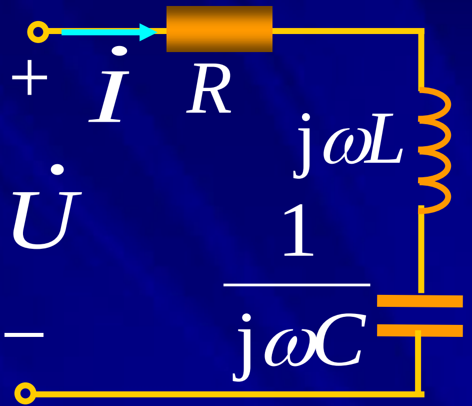
含*R*、*L*、*C*的一端口电路，在特定条件下出现端口电压、电流同相位的现象时，称电路发生了谐振。



$$\frac{\dot{U}}{\dot{I}} = Z = R$$

发生谐振

2.串联谐振的条件



$$Z = R + \mathrm{j}(\omega L - \frac{1}{\omega C}) = R + \mathrm{j}(X_L + X_C)$$

$$= R + \mathrm{j}X$$

当 $X = 0 \Rightarrow \boxed{\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}}$ 时，电路发生谐振。

谐振条件

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

谐振角频率

仅与电路参数有关

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

谐振频率

串联电路实现谐振的方式：

(1) L C 不变，改变 ω

ω_0由电路参数决定，一个R L C串联电路只有一个对应的ω_0，当外加电源频率等于谐振频率时，电路发生谐振。

(2) 电源频率不变，改变 L 或 C（常改变C）

3. RLC串联电路谐振时的特点

阻抗的频率特性

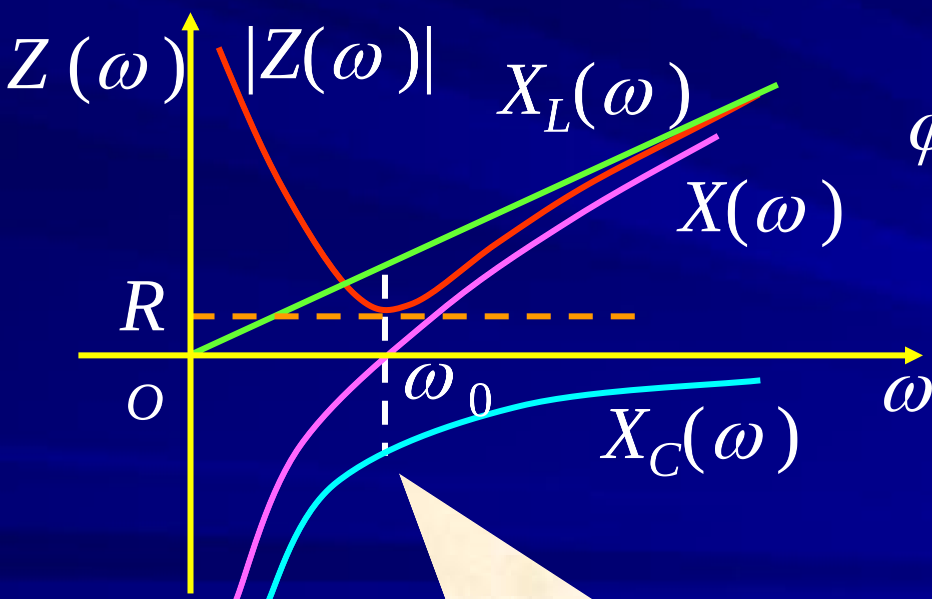
$$Z = R + \mathrm{j}(\omega L - \frac{1}{\omega C}) = |Z(\omega)| \angle \varphi(\omega)$$

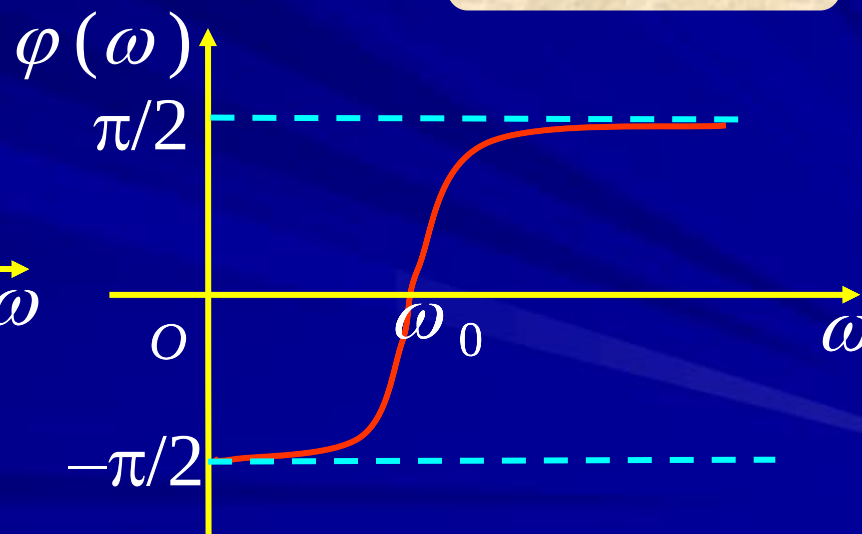
$$|Z(\omega)| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{R^2 + (X_L + X_C)^2} = \sqrt{R^2 + X^2}$$

幅频特性

$$\varphi(\omega) = \arctan\left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}\right) = \arctan\left(\frac{X_L + X_C}{R}\right) = \arctan\left(\frac{X}{R}\right)$$

相频特性





Z(jω)频响曲线

$Z(\mathrm{j}\omega)$频响曲线表明阻抗特性可分三个区域描述：

容性区

$\omega < \omega_0$

$X(\mathrm{j}\omega) < 0$

$\varphi(\mathrm{j}\omega) < 0$

$R < |Z(\mathrm{j}\omega)|$

$\lim_{\omega\to 0}|Z(\mathrm{j}\omega)| = \infty$

电阻性

$\omega = \omega_0$

$X(\mathrm{j}\omega) = 0$

$\varphi(\mathrm{j}\omega) = 0$

$Z(\mathrm{j}\omega_0) = R$

感性区

$\omega > \omega_0$

$X(\mathrm{j}\omega) > 0$

$\varphi(\mathrm{j}\omega) > 0$

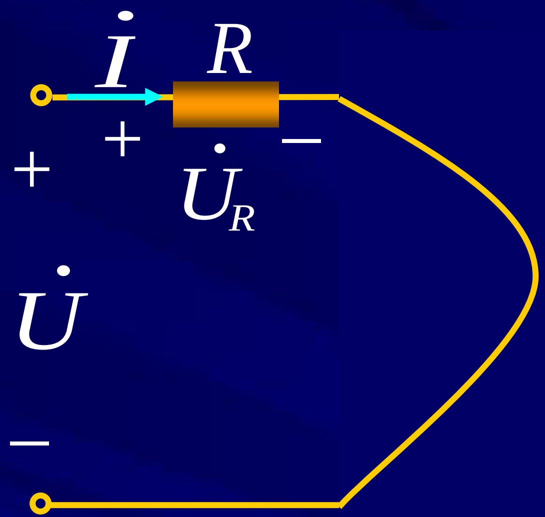
$R < |Z(\mathrm{j}\omega)|$

$\lim_{\omega\to\infty}|Z(\mathrm{j}\omega)| = \infty$

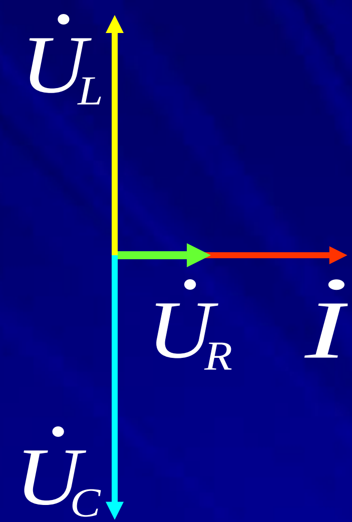
(1) 谐振时 $\dot{U}$ 与 $\dot{I}$ 同相 →

输入阻抗为纯电阻，即$Z=R$，阻抗值$|Z|$最小。

电流I和电阻电压U_R达到最大值 $I_0=U/R$ (U一定)。



$$\left.\begin{aligned}&\dot{U}_L+\dot{U}_C=0\\&X=0\end{aligned}\right.$$



(2)　L、C**上的电压大小相等，相位相反，串联总电压为零，也称电压谐振，即**

$\dot{U}_L+\dot{U}_C=0$, LC相当于短路。

电源电压全部加在电阻上，$\dot{U}_R=\dot{U}$。

$$\dot{U}_L = \mathrm{j}\omega_0 L\dot{I} = \mathrm{j}\omega_0 L\frac{\dot{U}}{R} = \mathrm{j}Q\dot{U}$$

$$\dot{U}_C = -\mathrm{j}\frac{\dot{I}}{\omega_0 C} = -\mathrm{j}\omega_0 L\frac{\dot{U}}{R} = -\mathrm{j}Q\dot{U}$$

$$\left|\dot{U}_L\right| = \left|\dot{U}_C\right| = QU$$

特性阻抗

品质因数

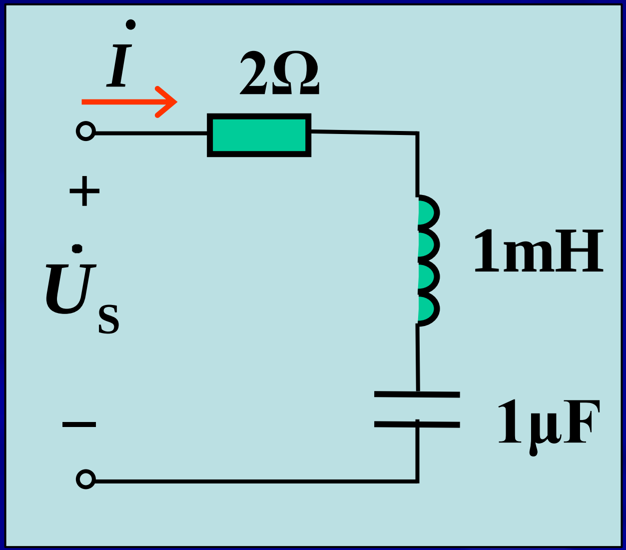
$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{\rho}{R}$$

(3) 谐振时出现过电压

当 $\rho = \omega_0 L = 1/(\omega_0 C) >> R$ **时，** $Q >> 1$

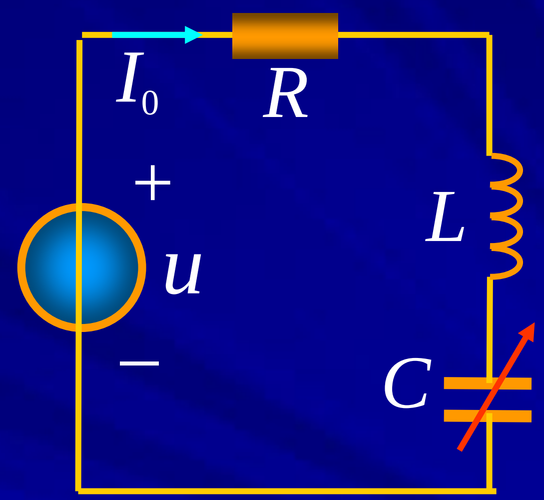
$$U_L = U_C = QU >> U$$

图示电路谐振时的品质因数Q为



提交

例2-1 **某收音机输入回路** L=0.3mH，R=10Ω，**为收到中央电台**560kHz**信号，求：(1)调谐电容**C**值；(2) 如输入电压为**1.5μV,**求谐振电流和此时的电容电压。**



解 (1)

$$C=\frac{1}{(2\pi f)^2 L}=269\ \text{pF}$$

(2)

$$I_0=\frac{U}{R}=\frac{1.5}{10}\mu\text{A}=0.15\ \mu\text{A}$$

$$U_C=I_0X_C=158.5\ \mu\text{V}>>1.5\ \mu\text{V}$$

或

$$U_C=QU=\frac{\omega_0 L}{R}U$$

(4) 谐振时的功率

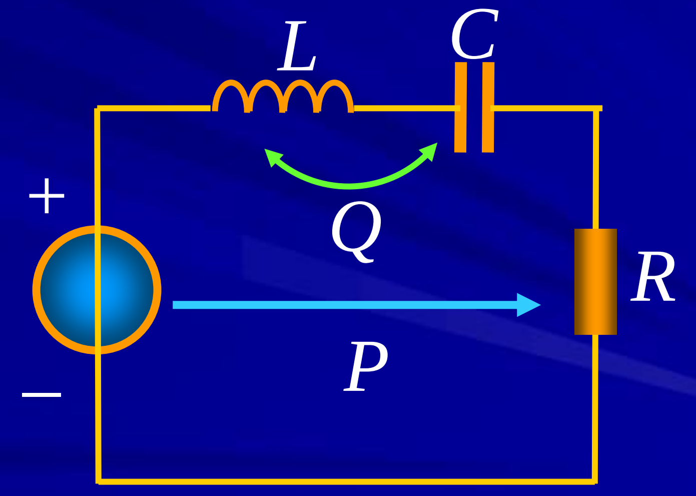
$$P=UI\cos\varphi=UI=RI_0^2=U^2/R$$

电源向电路输送电阻消耗的功率，电阻功率达最大。

$$Q=UI\sin\varphi=Q_L+Q_C=0$$

$$Q_L=\omega_0 LI_0^2,\quad Q_C=-\frac{1}{\omega_0 C}I_0^2=-\omega_0 LI_0^2$$

注意 **电源不向电路输送无功功率。电感中的无功功率与电容中的无功功率大小相等，互相补偿，彼此进行能量交换。**



(5) 谐振时的能量关系

设 $u = U_m \sin(\omega_0 t)$　则 $i = \dfrac{U_m}{R}\sin(\omega_0 t) = I_m \sin(\omega_0 t)$

$$u_C = \frac{I_m}{\omega_0 C}\sin(\omega_0 t - 90^\circ) = -\sqrt{\frac{L}{C}}I_m \cos(\omega_0 t)$$

$$W_C = \frac{1}{2}Cu_C^2 = \frac{1}{2}LI_m^2\cos^2(\omega_0 t) \longrightarrow \text{电场能量}$$

$$W_L = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}LI_m^2\sin^2(\omega_0 t) \longrightarrow \text{磁场能量}$$

表明

①电感和电容能量按正弦规律变化，最大值相等 $W_{Lm}=W_{Cm}$。L、C的电场能量和磁场能量作周期振荡性的交换，而不与电源进行能量交换。

②总能量是不随时间变化的常量，且等于最大值。

$$W_{总}=W_L+W_C=\frac{1}{2}LI_{m}^{2}=\frac{1}{2}CU_{Cm}^{2}=CQ^2U^2$$

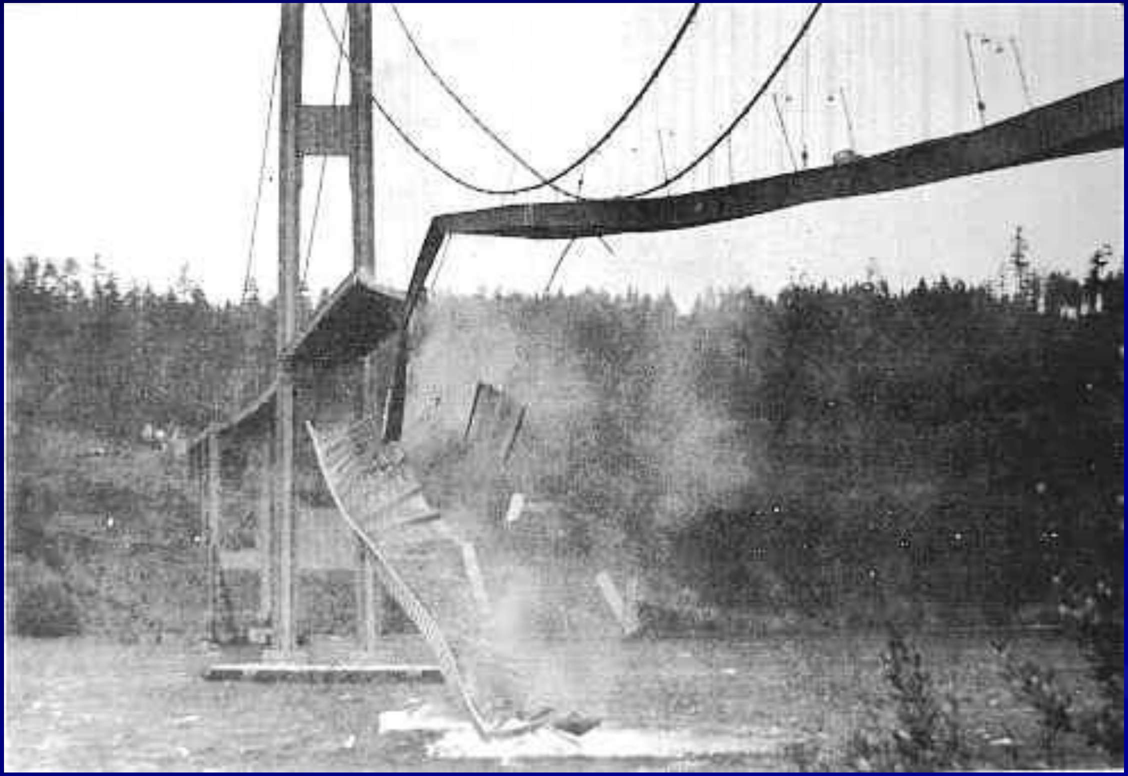
电感、电容储能的总值与品质因数的关系：

$$Q=\frac{\omega_0 L}{R}=\omega_0\cdot\frac{LI_0^2}{RI_0^2}=2\pi\cdot\frac{LI_0^2}{RI_0^2T_0}$$

$$=2\pi\frac{\text{谐振时电路中电磁场的总储能}}{\text{谐振时一周期内电路消耗的能量}}$$

Q是反映谐振回路中电磁振荡程度的量，Q越大，总能量就越大，维持振荡所消耗的能量愈小，振荡程度越剧烈。则振荡电路的“品质”愈好。一般在要求发生谐振的回路中希望尽可能提高Q值。

Tacoma大桥为什么会垮掉?

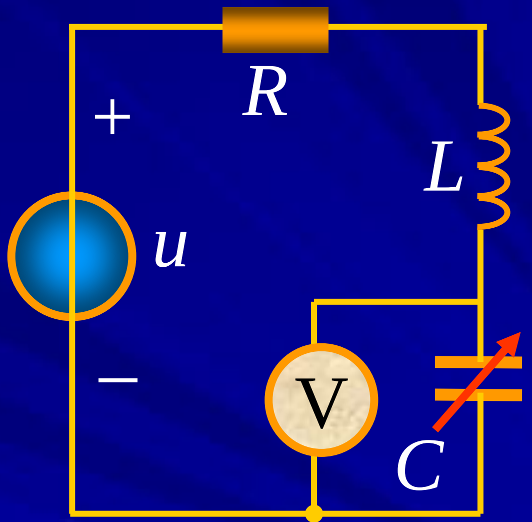


原因:

风的频率≈桥的自振频率

桥自振的Q大

例2-2 **一接收器的电路参数为：** $\omega=5\times10^3$ rad/s, U=10V，**调C使电路中的电流最大，**I_{max}=200mA**，测得电容电压为**600V**，求**R、L、C**及**Q**。**



解

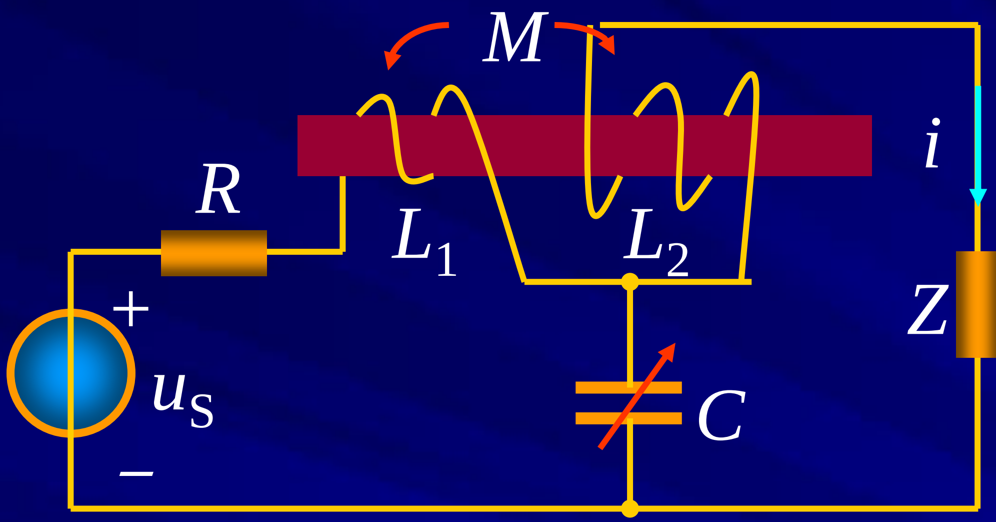
$$R=\frac{U}{I_0}=\frac{10}{200\times10^{-3}}\Omega=50\Omega$$

$$U_C=QU\Rightarrow Q=\frac{U_C}{U}=\frac{600}{10}=60$$

$$L=\frac{RQ}{\omega_0}=\frac{50\times60}{5\times10^3}\text{H}=60\text{mH}$$

$$C=\frac{1}{\omega_0^2L}=0.67\mu\text{F}$$

例2-3 **要使 $i=0$，问电源的角频率为多少？**

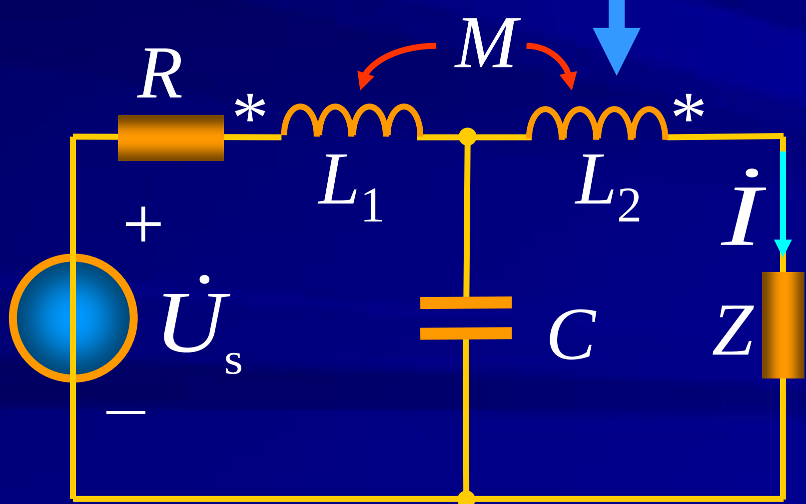


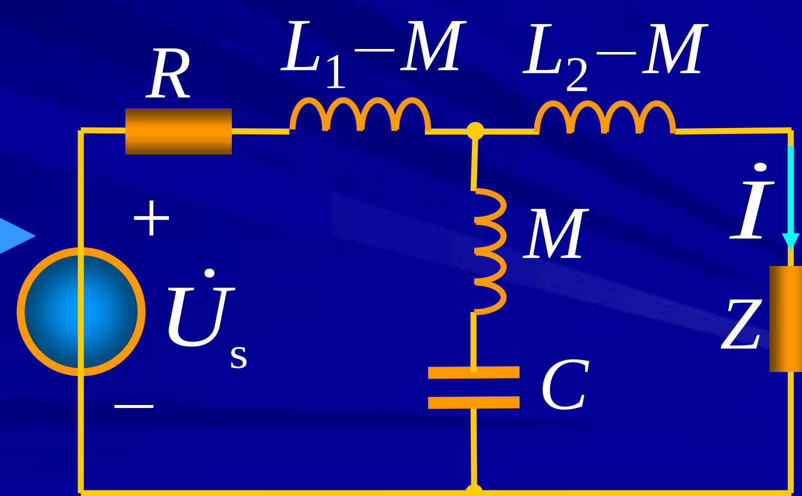
解

当 $\omega M=\dfrac{1}{\omega C}$

$$\Rightarrow \omega=\frac{1}{\sqrt{MC}}$$

$$\dot{I}=0$$

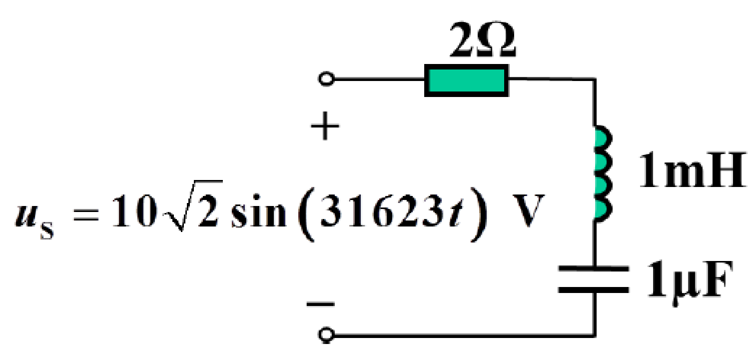




习题2　1分

设置

谐振时，电路中储存的电磁场总能量为



提交

11-3 *RLC*串联电路的频率响应

研究物理量与频率关系的图形（谐振曲线）可以加深对谐振现象的认识。

① $H(\mathrm{j}\omega)=\dot{U}_R(\mathrm{j}\omega)/\dot{U}_\mathrm{s}(\mathrm{j}\omega)$ **的频率响应**

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot{U}_R(\mathrm{j}\omega)}{\dot{U}_\mathrm{s}(\mathrm{j}\omega)}=\frac{R}{R+\mathrm{j}(\omega L-\dfrac{1}{\omega C})}$$

为比较不同谐振回路，令

$$\omega\rightarrow\frac{\omega}{\omega_0}=\eta$$

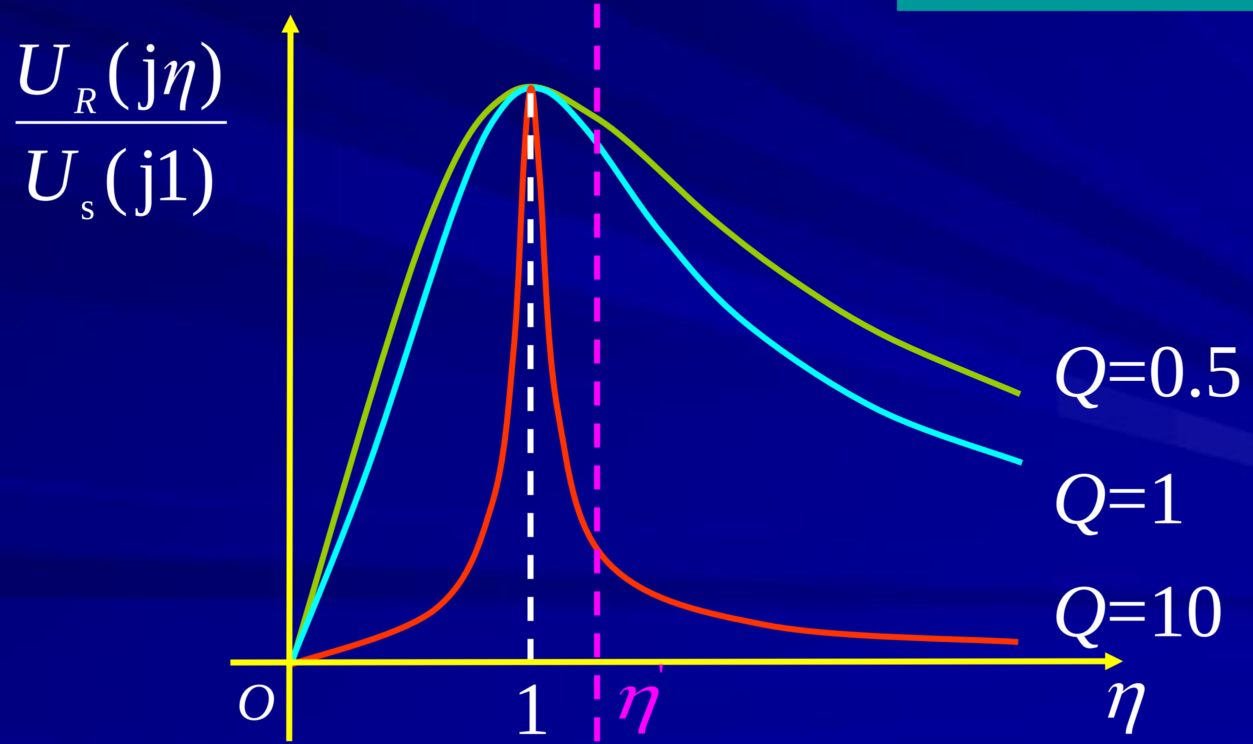
$$H_R(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot{U}_R(\mathrm{j}\omega)}{\dot{U}_\mathrm{s}(\mathrm{j}\omega)}=\frac{R}{R+\mathrm{j}(\omega L-\dfrac{1}{\omega C})}=\frac{1}{1+\mathrm{j}Q(\eta-\dfrac{1}{\eta})}$$

$$\varphi(\mathrm{j}\omega)=-\arctan[Q(\eta-1/\eta)]$$

相频特性

$$|H(\mathrm{j}\eta)|=\cos[\varphi(\mathrm{j}\eta)]$$

幅频特性



表明

①谐振电路具有选择性

在谐振点响应出现峰值，当ω偏离ω_0时，输出下降。即串联谐振电路对不同频率信号有不同的响应，对谐振信号最突出(响应最大)，而对远离谐振频率的信号具有抑制能力。这种对不同输入信号的选择能力称为“选择性”。

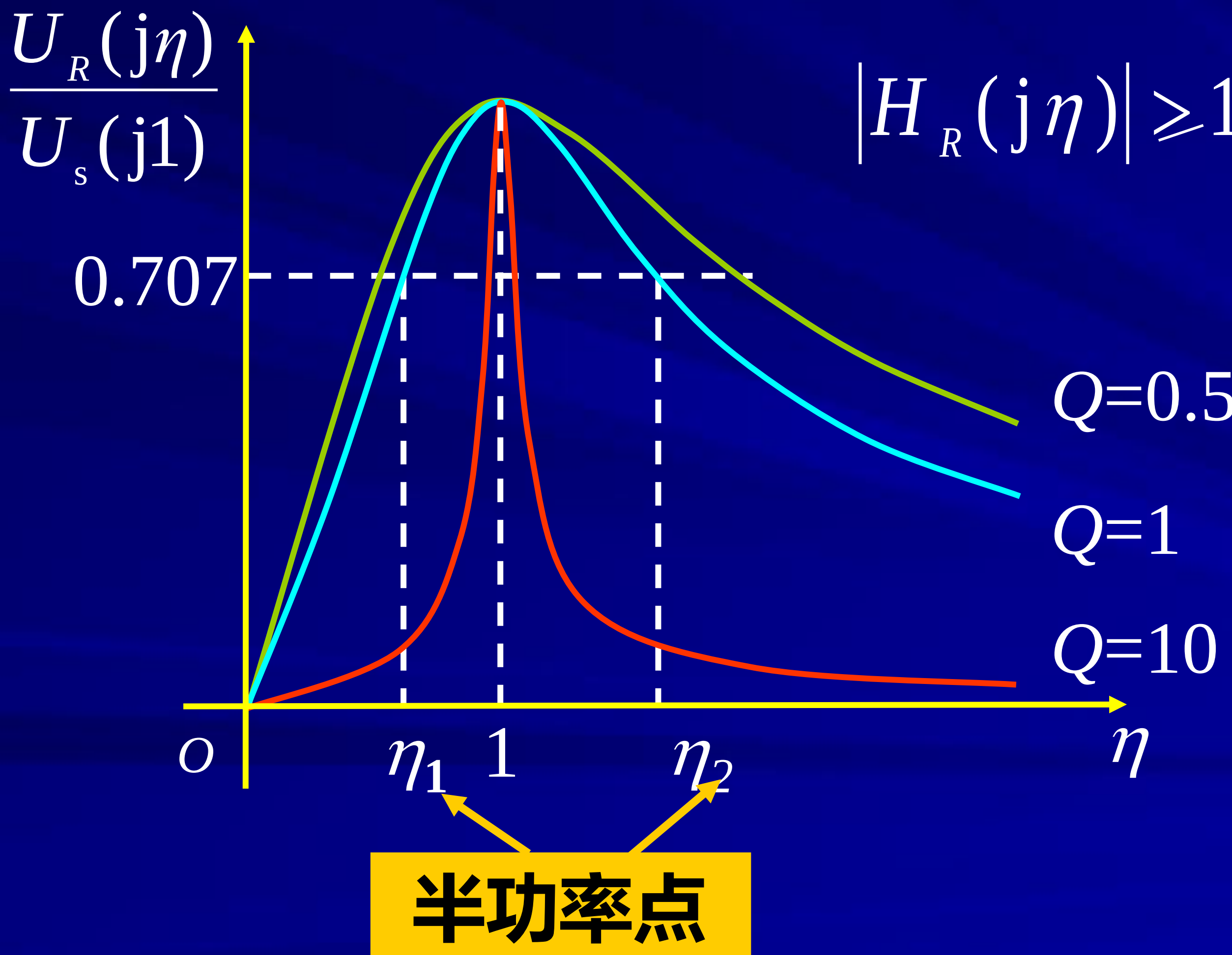
②谐振电路的选择性与Q成正比

Q越大，谐振曲线越陡，电路对非谐振频率的信号具有越强的抑制能力，所以选择性越好。因此Q是反映谐振电路性质的一个重要指标。

③谐振电路的有效工作频段

半功率点　声学研究表明，如信号功率不低于原有最大值一半，人的听觉辨别不出。

$$\left|H_R(\mathrm{j}\eta)\right| \geq 1/\sqrt{2} = 0.707$$



$$\eta_1 = \frac{\omega_1}{\omega_0}$$

$$\eta_2 = \frac{\omega_2}{\omega_0}$$

$$\omega_2 > \omega_1$$

返 回　上 页　下 页

通频带 → $\omega_2-\omega_1$　3分贝频率

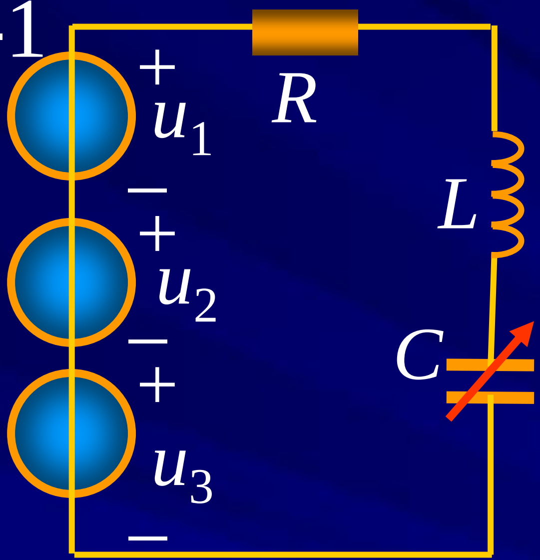
可以证明： $$Q=\frac{1}{\eta_2-\eta_1}=\frac{\omega_0}{\omega_2-\omega_1}=\frac{\omega_0}{\Delta\omega}$$

定义： $$H_{\mathrm{dB}}=20\lg[U_R(\mathrm{j}\eta)/U_{\mathrm{s}}(\mathrm{j}1)]$$

$$20\lg0.707=-3\ \mathrm{dB}$$

通频带规定了谐振电路允许通过信号的频率范围。是比较和设计谐振电路的指标。

例3-1



讨论一接收器的输出电压U_R，参数为 L=250μH, R=20Ω,

$U_1=U_2=U_3=10\mu V$,

当电容调至 C=150pF**时谐振。**

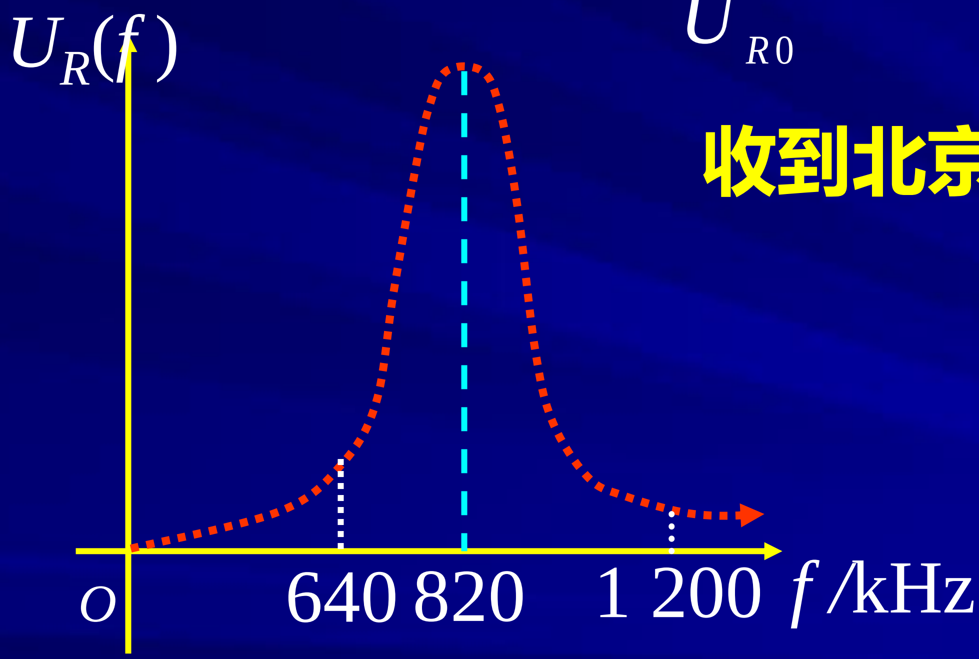
$\omega_0=5.5\times10^6$rad/s, f_0=820 kHz

解

	北京台	**中央台**	**北京经济台**
f (kHz)	820	640	1026
ωL	1290	1000	1611
$\frac{1}{\omega C}$	−1290	–1660	−1034
X	0	– 660	577
$U_R=UR/\|Z\|$	$U_{R0}=10$	$U_{R1}=0.304$	$U_{R2}=0.346$

$U_R=UR/|Z|$ (μA) $U_{R0}=10$ $U_{R1}=0.304$ $U_{R2}=0.346$

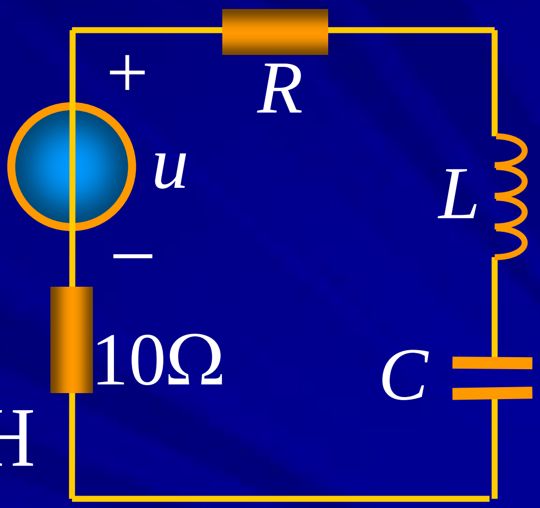
$$\frac{U_{R1}}{U_{R0}}=3.04\% \qquad \frac{U_{R2}}{U_{R0}}=3.46\%$$



收到北京台820kHz的节目。


TECSUN
WORLD RECEIVER
TUNE
R9012
FM 76 84 88 92 95 100 105 108 MHz
MW 525 800 1000 1300 1610 kHz
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
SW1 3.70 3.80 4.00 4.10 75m
SW2 4.65 4.80 5.00 5.15 60m
SW3 5.90 6.05 6.25 6.40 49m
SW4 6.90 7.00 7.20 7.35 41m
SW5 9.25 9.45 9.75 9.95 31m
MHz
SW6 11.55 11.70 11.90 12.05 25m
SW7 13.40 13.60 13.80 22m
SW8 15.00 15.20 15.45 15.75 19m
SW9 17.60 17.80 18.00 16m
SW10 21.40 21.70 21.95 13m
FM MW
SW 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

例3-2　**一信号源与R、L、C电路串联，要求$f_0=10^4$Hz，$\Delta f=100$Hz，$R=15\Omega$，请设计一个线性电路。**



解

$$Q=\frac{\omega_0}{\Delta\omega}=\frac{f_0}{\Delta f}=\frac{10^4}{100}=100$$

$$L=\frac{RQ}{\omega_0}=\frac{100\times 15}{2\pi\times 10^4}\text{H}=39.8\text{mH}$$

$$C=\frac{1}{\omega_0^2 L}=6\,360\text{pF}$$

② 以$U_L(\omega)$与$U_C(\omega)$为输出的$H(\omega)$频率特性

$$H_L(\omega)=\frac{U_L(\omega)}{U(\omega)}=\frac{\omega L}{|Z|}=\frac{\omega L}{\sqrt{R^2+(\omega L-\frac{1}{\omega C})^2}}$$

$$H_L(\eta)=\frac{Q}{\sqrt{\frac{1}{\eta^2}+Q^2(1-\frac{1}{\eta^2})^2}}$$

$$H_C(\omega)=\frac{U_C(\omega)}{U(\omega)}=\frac{1}{\omega C|Z|}=\frac{1}{\omega C\sqrt{R^2+(\omega L-\frac{1}{\omega C})^2}}$$

$$H_C(\eta)=\frac{Q}{\sqrt{\eta^2+Q^2(\eta^2-1)^2}}$$

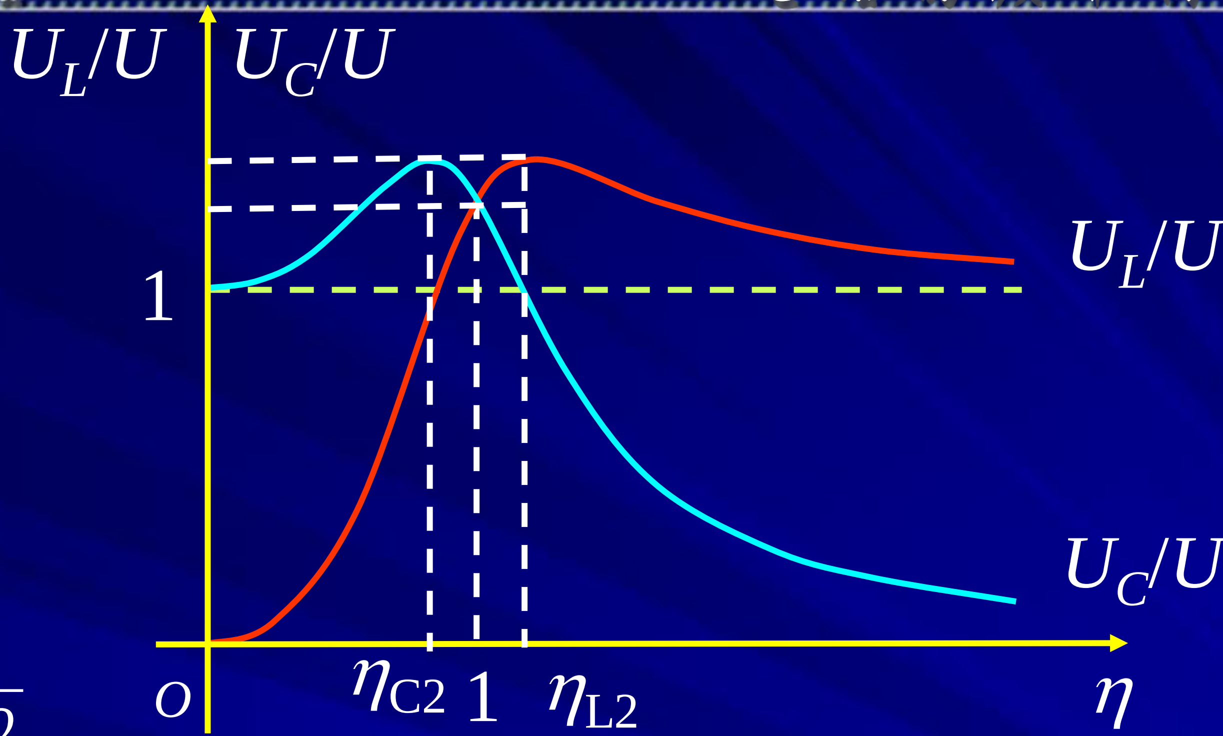
$H_L(\eta)$与$H_C(\eta)$的极值点：令 $\dfrac{\mathrm{d}H_L(\eta)}{\mathrm{d}\eta}=0$ $\quad \dfrac{\mathrm{d}H_C(\eta)}{\mathrm{d}\eta}=0$

$$\eta_{C1}=0 \qquad H_C(\eta_{C1})=1 \qquad \eta_{C3}=\infty \qquad H_C(\eta_{C3})=0$$

$$\eta_{C2}=\sqrt{1-\frac{1}{2Q^2}} \qquad H_C(\eta_{C2})=\frac{Q}{\sqrt{1-\dfrac{1}{4Q^2}}}>Q(Q>0.707)$$

$$\eta_{L1}=\frac{1}{\eta_{C3}}=0 \qquad H_L(\eta_{L1})=0 \qquad \eta_{L3}=\frac{1}{\eta_{C1}}=\infty \qquad H_L(\eta_{L3})=1$$

$$\eta_{L2}=\frac{1}{\eta_{C2}}=\sqrt{1-\frac{1}{2Q^2}} \qquad H_L(\eta_{L2})=H_C(\eta_{C2})$$



当 $Q > 1/\sqrt{2}$

$\eta=\eta_{C2}$，$U_C(\eta)$**获最大值**；$\eta=\eta_{L2}$，$U_L(\eta)$**获最大值。**

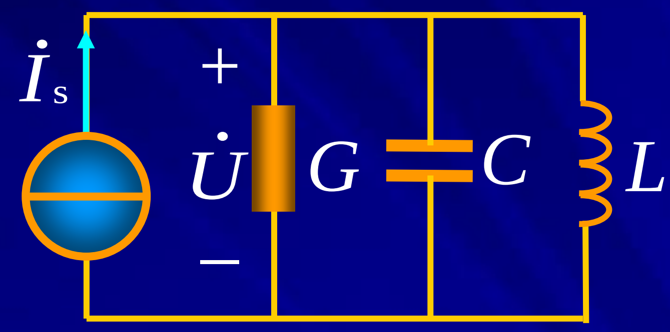
且$U_C(\eta_{C2})=U_L(\eta_{L2})$。

注意　$H_C(\mathrm{j}\eta)$ **为低通函数**，$H_L(\mathrm{j}\eta)$ **为高通函数；**

Q**越高，** η_{L2}**和**η_{C2} **越靠近**$\eta=1$，**同时峰值增高。**

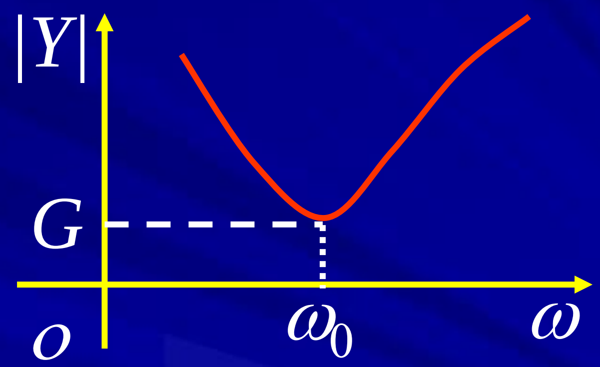
11-4 *RLC*并联谐振电路

1. *GCL* 并联电路



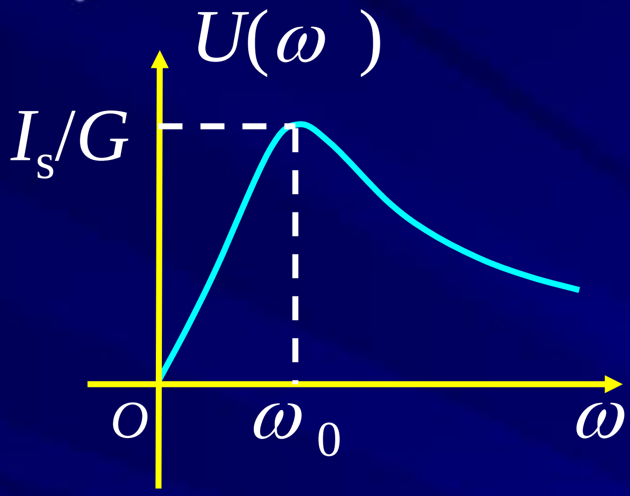
$$Y = G + \mathrm{j}(\omega C - \frac{1}{\omega L})$$

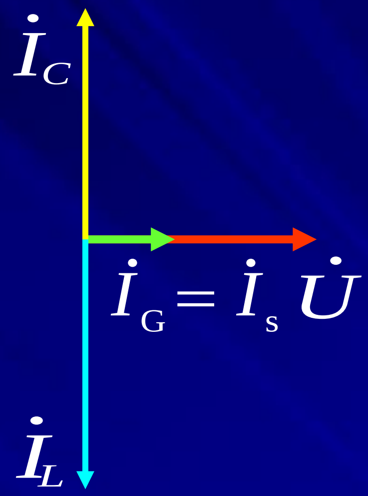
谐振角频率 $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$



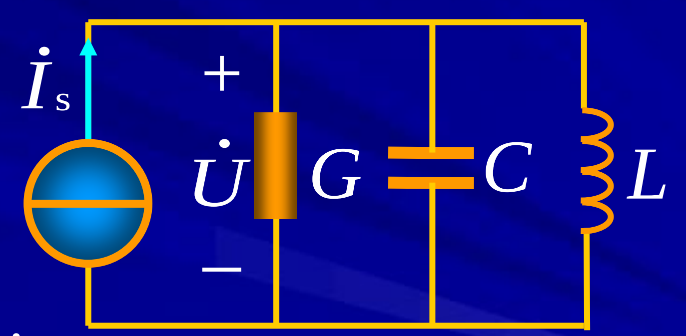
谐振特点：

①输入导纳为纯电导，导纳值|Y|最小，端电压达最大。





② L、C**上的电流大小相等，相位相反，并联总电流为零，也称电流谐振，即**



$$\dot{I}_C = \mathrm{j}\omega_0 C\dot{U} = \mathrm{j}\omega_0 C\frac{\dot{I}_s}{G} = \mathrm{j}Q\dot{I}_s$$

$$\dot{I}_L = \dot{U}/\mathrm{j}\omega_0 L = -\mathrm{j}\omega_0 C\frac{\dot{I}_s}{G} = -\mathrm{j}Q\dot{I}_s$$

$$I_L(\omega_0) = I_C(\omega_0) = QI_s$$

品质因数 $Q=\frac{\omega_0 C}{G}=\frac{1}{\omega_0 GL}=\frac{1}{G}\sqrt{\frac{C}{L}}$

③谐振时的功率

$$P=UI=U^2G$$

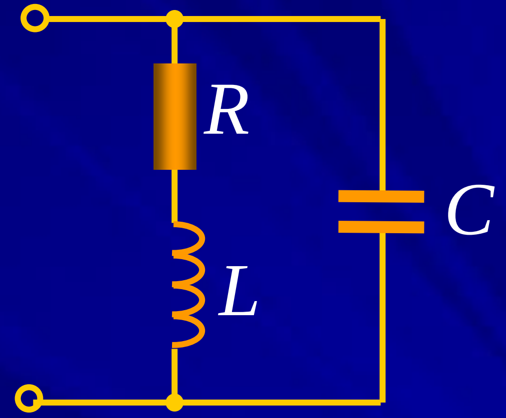
$$\left|Q_L\right|=\left|Q_C\right|=\omega_0 CU^2=\frac{U^2}{\omega_0 L} \qquad Q_L+Q_C=0$$

④谐振时的能量

$$W(\omega_0)=W_L(\omega_0)+W_C(\omega_0)=LQ^2I_s^2$$

2.电感线圈与电容器的并联谐振

实际的电感线圈总是存在电阻，因此当电感线圈与电容器并联时，电路如图所示。



（1）谐振条件

$$Y = \mathrm{j}\omega C + \frac{1}{R + \mathrm{j}\omega L}$$

$$= \frac{R}{R^2 + (\omega L)^2} + \mathrm{j}[\omega C - \frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2}] = G + \mathrm{j}B$$

$$\omega_0 C - \frac{\omega_0 L}{R^2 + (\omega_0 L)^2} = 0 \rightarrow \boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - (\frac{R}{L})^2}}$$

注意 ① 电路发生谐振是有条件的，在电路参数一定时，满足

$$\frac{1}{LC}-(\frac{R}{L})^2>0 \Rightarrow R<\sqrt{\frac{L}{C}}$$ 时，可以发生谐振。

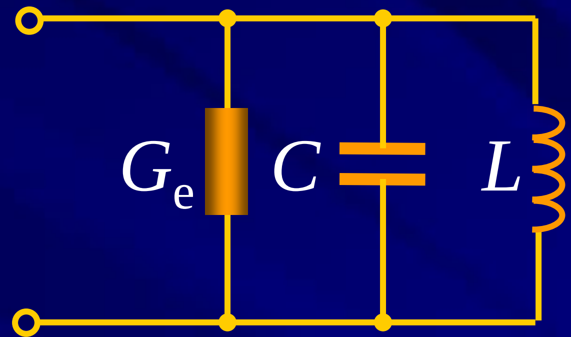
② 一般线圈电阻$R<<\omega L$，则等效导纳为

$$Y=\frac{R}{R^2+(\omega L)^2}+\mathrm{j}[\omega C-\frac{\omega L}{R^2+(\omega L)^2}]$$

$$\approx\frac{R}{(\omega L)^2}+\mathrm{j}(\omega C-\frac{1}{\omega L})$$

谐振角频率 $\omega_0\approx\frac{1}{\sqrt{LC}}$

等效电路



$$R_e=\frac{1}{G_e}\approx\frac{(\omega_0 L)^2}{R}$$

品质因数

$$Q=\frac{\omega_0 C}{G}=\frac{\omega_0 C}{R/(\omega_0 L)^2}=\frac{\omega_0^3 C L^2}{R}=\frac{\omega_0 L}{R}$$

线圈的品质因数

(2) 谐振特点

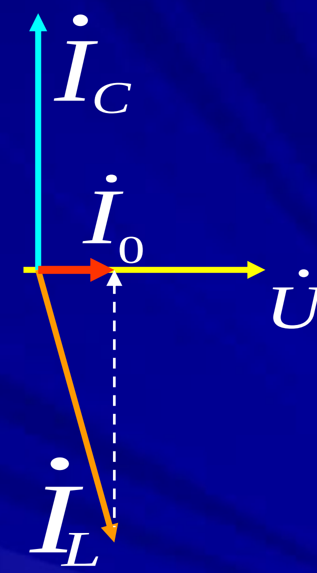
①电路发生谐振时，输入阻抗很大。

$$Z(\omega_0)=R_0=\frac{R^2+(\omega_0 L)^2}{R}\approx\frac{(\omega_0 L)^2}{R}=\frac{L}{RC}$$

②电流一定时，端电压较高。 $U_0 = I_0 Z = I_0 \dfrac{L}{RC}$

③支路电流是总电流的Q倍，设$R << \omega L$

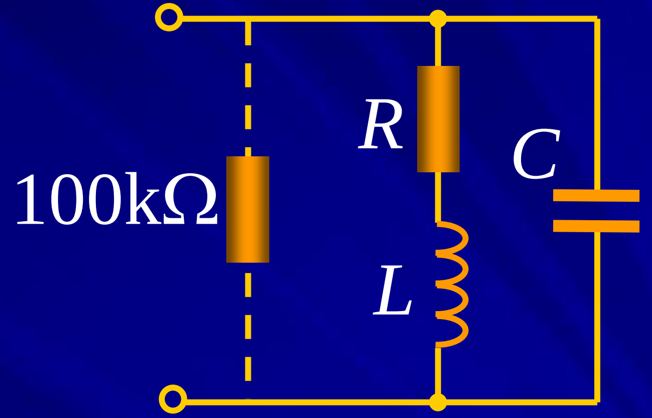
$$I_L \approx I_C \approx \frac{U}{\omega_0 L} = U\omega_0 C$$



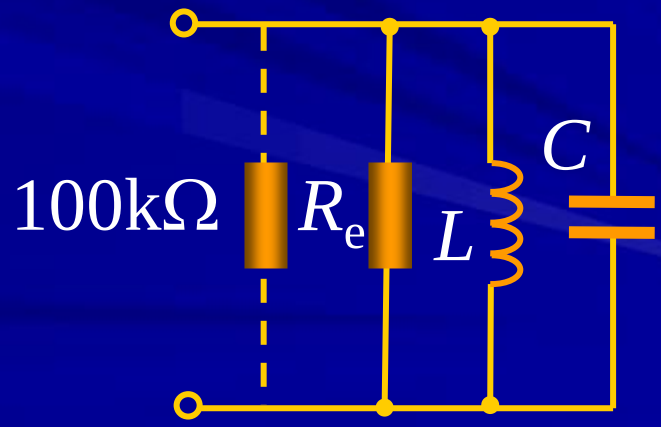
$$\frac{I_L}{I_0} = \frac{I_C}{I_0} = \frac{U/\omega_0 L}{U(RC/L)} = \frac{1}{\omega_0 RC} = \frac{\omega_0 L}{R} = Q$$

$$\rightarrow \quad I_L \approx I_C = QI_0 >> I_0$$

例4-1 **如图R=10Ω的线圈其Q_L=100，与电容接成并联谐振电路，如再并联上一个100kΩ的电阻，求电路的Q。**



等效电路



解

$$Q_L = 100 = \frac{\omega_0 L}{R}$$

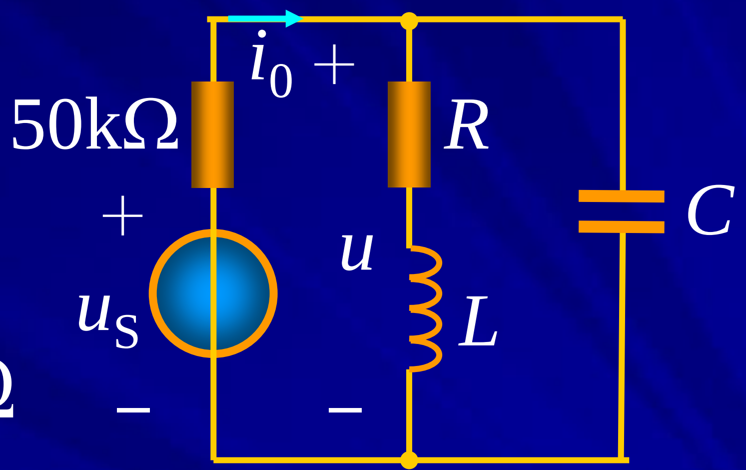
$$\omega_0 L = RQ_L = 1000\Omega >> R$$

$$R_e \approx \frac{(\omega_0 L)^2}{R} = \frac{10^6}{10}\Omega = 100\text{k}\Omega$$

$$R_{eq} = 100/2 = 50\text{k}\Omega$$

$$Q = \frac{R_{eq}}{\omega_0 L} = \frac{50\times 10^3}{1000} = 50$$

例4-2 **如图**R_S=50kΩ，U_s=100V，$\omega_0=10^6$，Q=100，**谐振时线圈获取最大功率，求**L、C、R**及谐振时**I_0、U**和**P。



解

$$\begin{cases} Q_L = \dfrac{\omega_0 L}{R} = 100 \\ R_e = (\omega_0 L)^2 / R = R_S = 50\,\mathrm{k\Omega} \\ \omega_0 \approx \dfrac{1}{\sqrt{LC}} \end{cases}$$

$$I_0 = \frac{U_s}{2R_S} = \frac{100}{2\times 50\times 10^3}\,\mathrm{A} = 1\mathrm{mA}$$

$$\begin{cases} R = 5\Omega \\ L = 0.5\mathrm{mH} \\ C = 0.002\mu\mathrm{F} \end{cases}$$

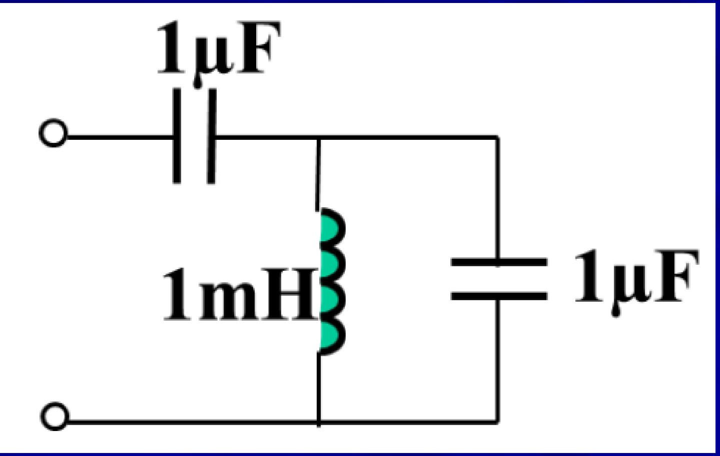
$$U = \frac{U_s}{2} = 50\mathrm{V}$$

$$P = UI_0 = 0.05\mathrm{W}$$

习题3　1分

设置

对于图示电路，当频率为何值时，会发生并联谐振？

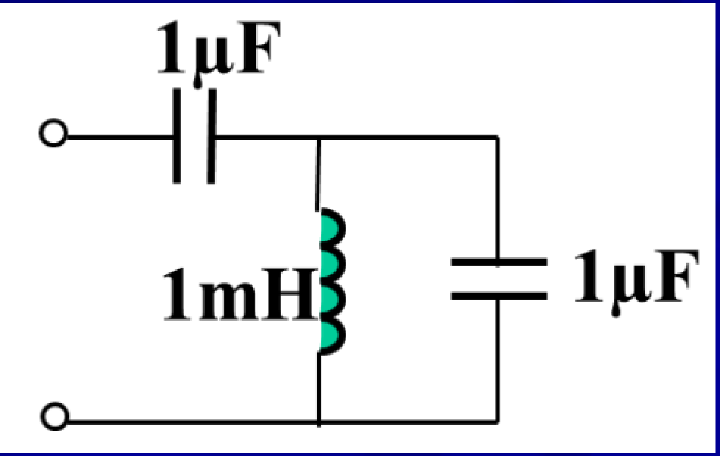


提交

习题4　1分

设置

对于图示电路，当频率为何值时，会发生串联谐振？



提交

11-5 波特图

对电路和系统的频率特性进行分析时，为了直观地观察频率特性随频率变化的趋势和特征，工程上常采用对数坐标来作频响曲线，这种用对数坐标描绘的频率响应图就称为频响波特图。

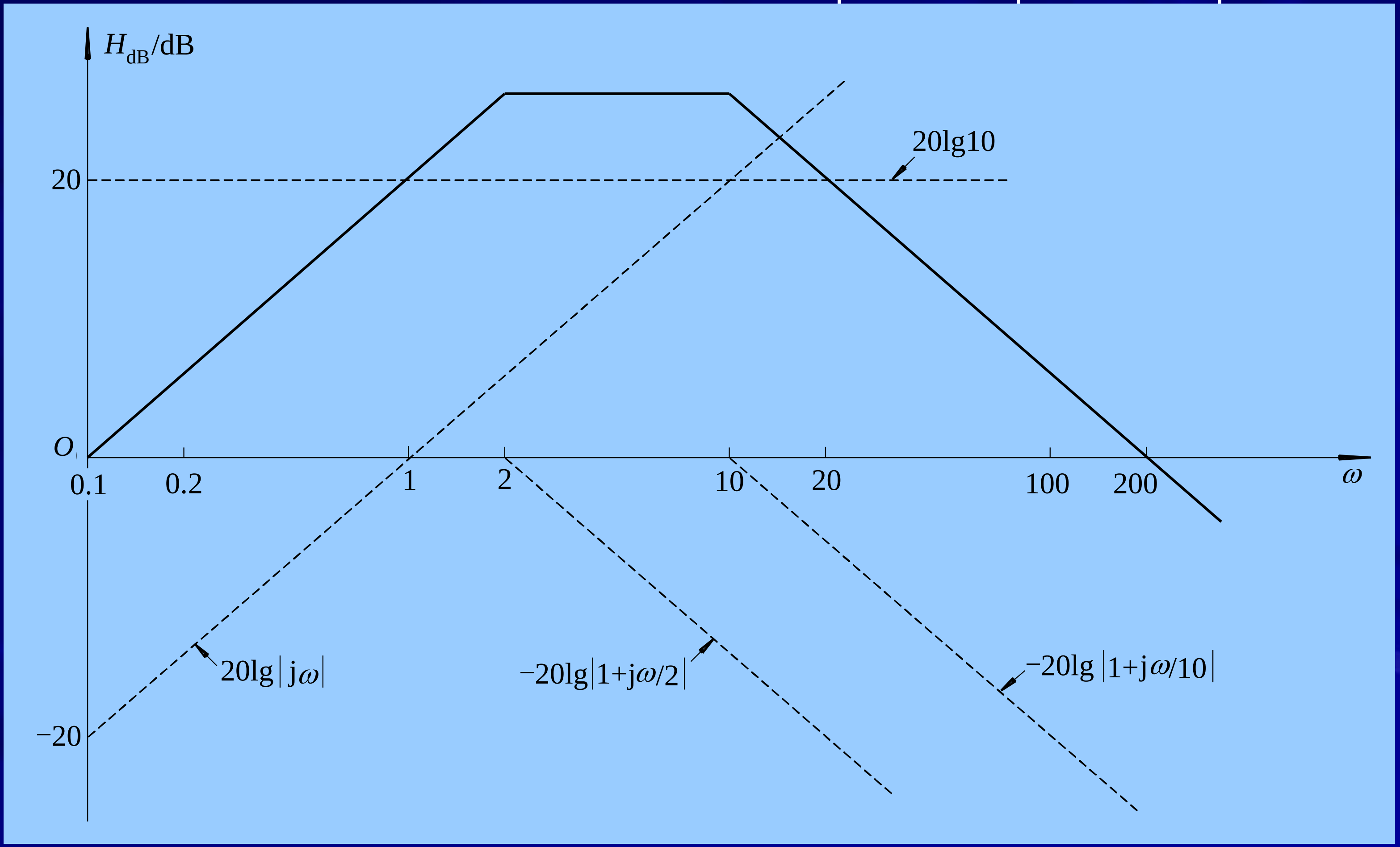
例 画出网络函数的波特图。$H(\mathrm{j}\omega)=\dfrac{200\mathrm{j}\omega}{(\mathrm{j}\omega+2)(\mathrm{j}\omega+10)}$

解 改写网络函数为

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{10\left|\mathrm{j}\omega\right|}{\left|1+\mathrm{j}\omega/2\right|\cdot\left|1+\mathrm{j}\omega/10\right|}\angle\left(90^\circ-\arctan\left(\frac{\omega}{2}\right)-\arctan\left(\frac{\omega}{10}\right)\right)$$

因此对数模（单位分贝）

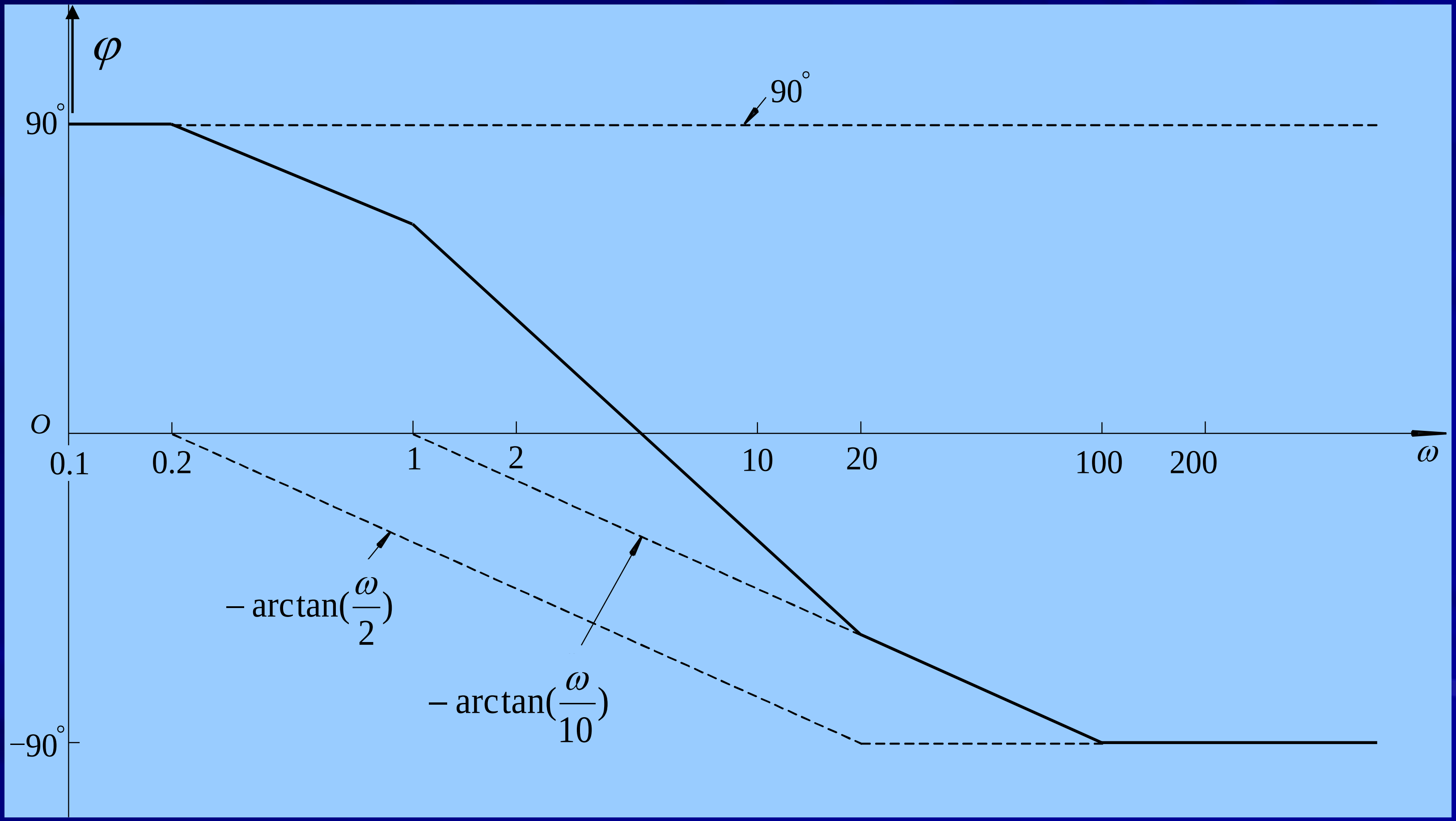
$$H_{\mathrm{dB}} = 20\lg 10 + 20\lg\left|\mathrm{j}\omega\right| - 20\lg\left|1+\mathrm{j}\frac{\omega}{2}\right| - 20\lg\left|1+\mathrm{j}\frac{\omega}{10}\right|$$



幅频波特图

相位（单位度）

$$\varphi = 90^\circ - \arctan(\frac{\omega}{2}) - \arctan(\frac{\omega}{10})$$



相频波特图

11-6 滤波器简介

● 滤波器

工程上根据输出端口对信号频率范围的要求，设计专门的网络，置于输入–输出端口之间，使输出端口所需要的频率分量能够顺利通过，而抑制或削弱不需要的频率分量，这种具有选频功能的中间网络，工程上称为滤波器。

● 有源滤波器

利用有源元件运算放大器构成的滤波器称为有源滤波器。

● 滤波电路的传递函数定义

$U_{\mathrm{i}} \longrightarrow$ **滤波电路** $\longrightarrow U_{\mathrm{o}}$

$$H(\omega)=\frac{U_{\mathrm{o}}(\omega)}{U_{\mathrm{i}}(\omega)}$$

● 滤波电路分类

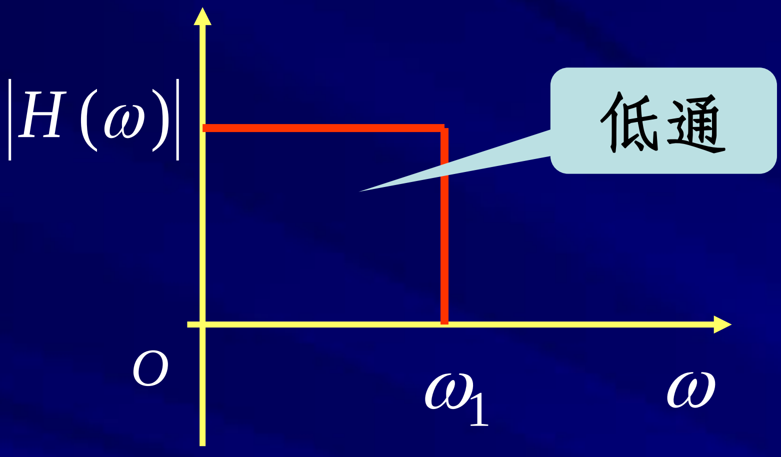
①按所处理信号分 → 模拟和数字滤波器

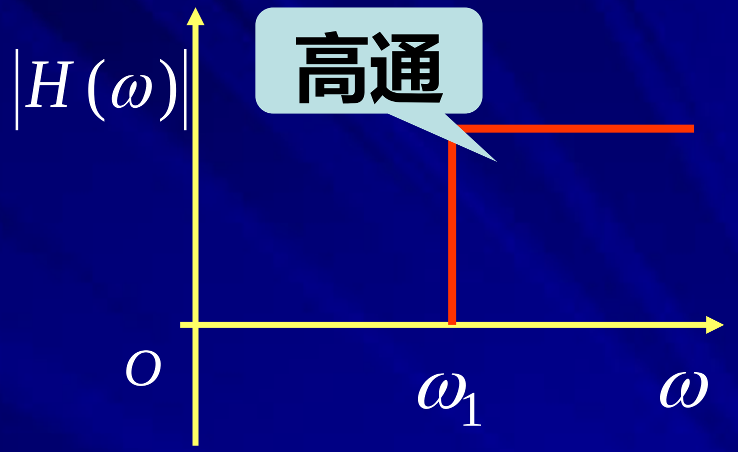
②按所用元件分 → 无源和有源滤波器

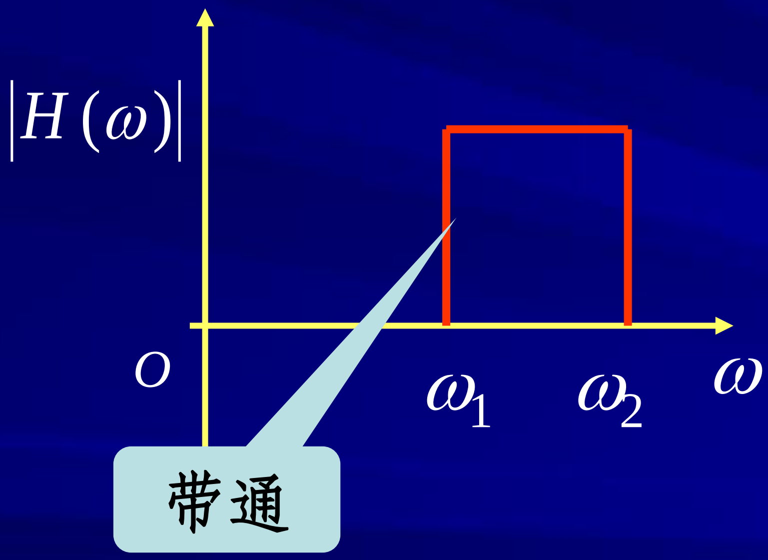
③按滤波特性分 → 低通滤波器（LPF）

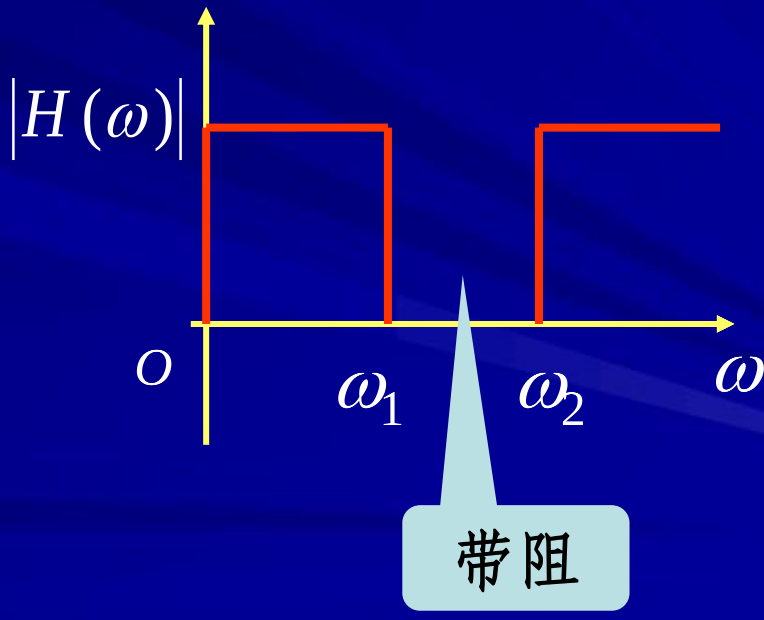
高通滤波器（HPF）　带通滤波器（BPF）

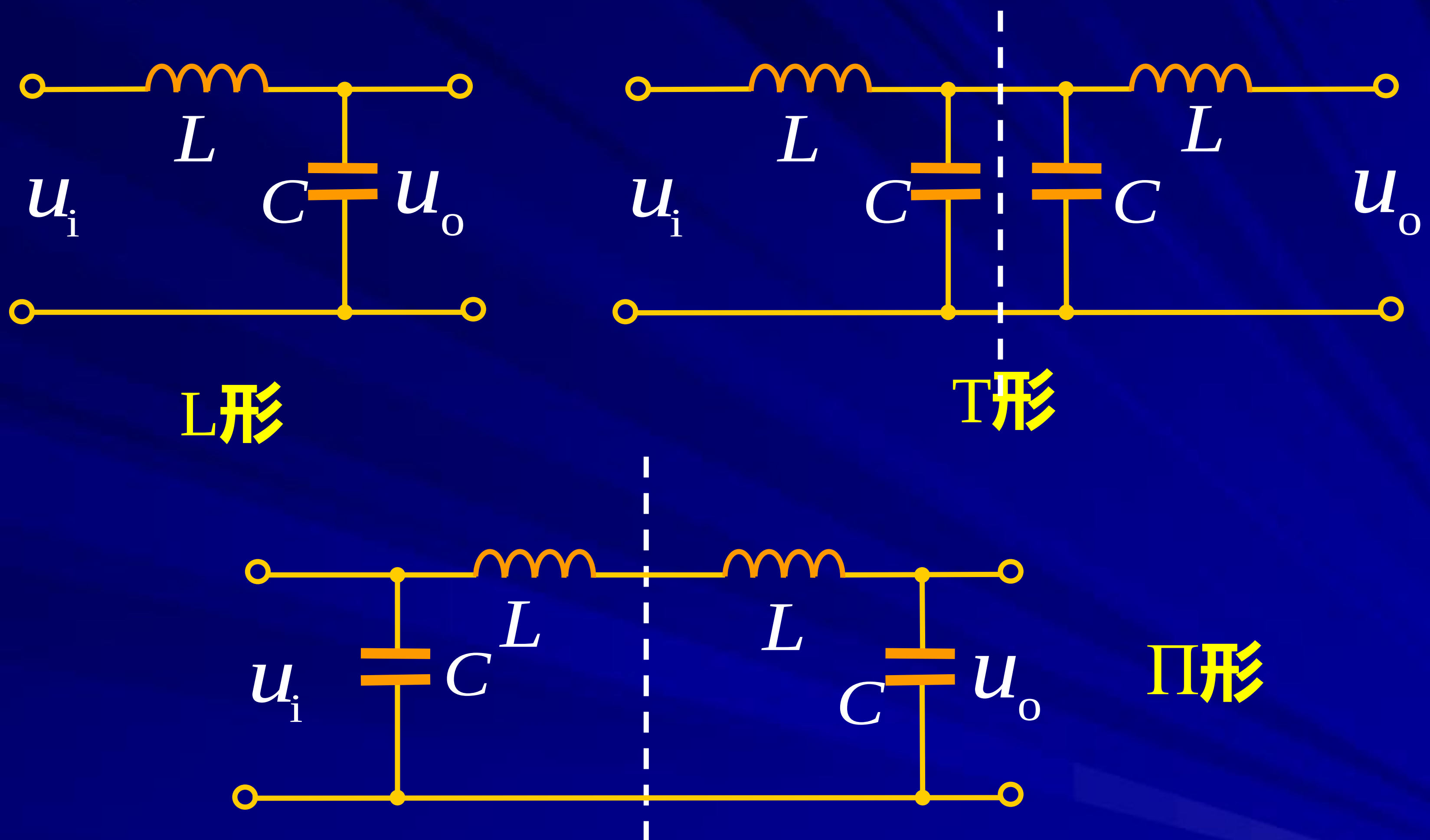
带阻滤波器（BEF）　全通滤波器（APF）


|H (ω)|
低通
O
ω1
ω

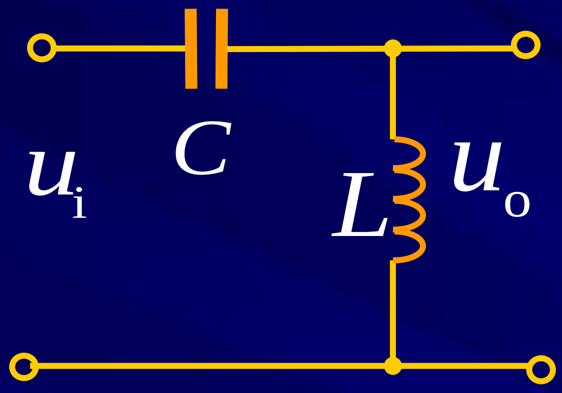

|H (ω)|
高通
O
ω1
ω


|H (ω)|
O
ω1
ω2
ω
带通

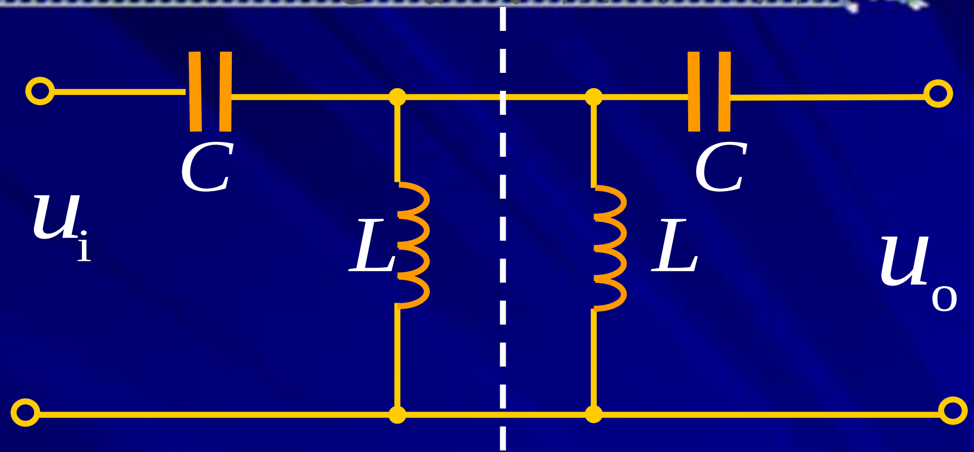

|H (ω)|
O
ω1
ω2
ω
带阻



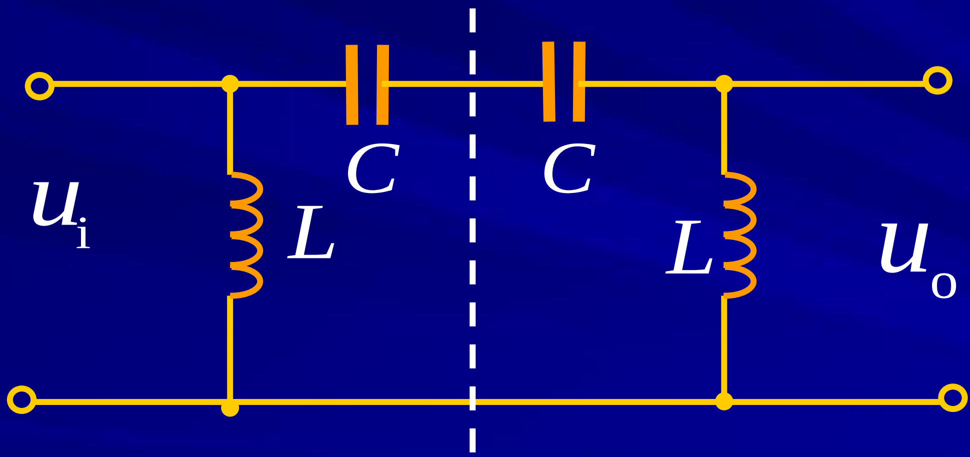
低通滤波器的单元电路



L形

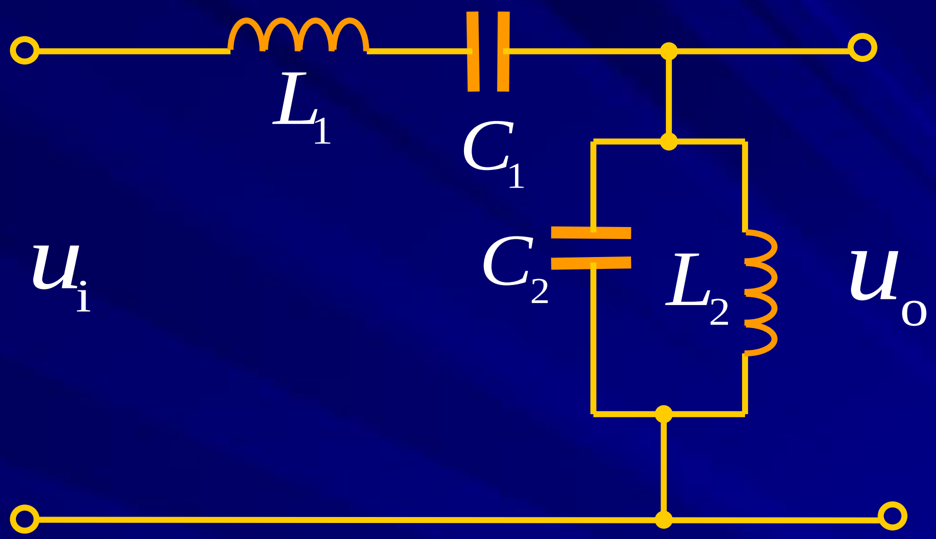


T形



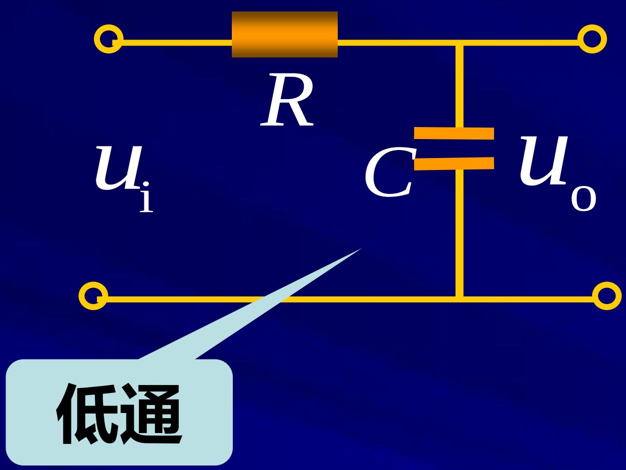
Π形

高通滤波器的单元电路



带通滤波器

例6-1 **一阶RC无源低通滤波器。**

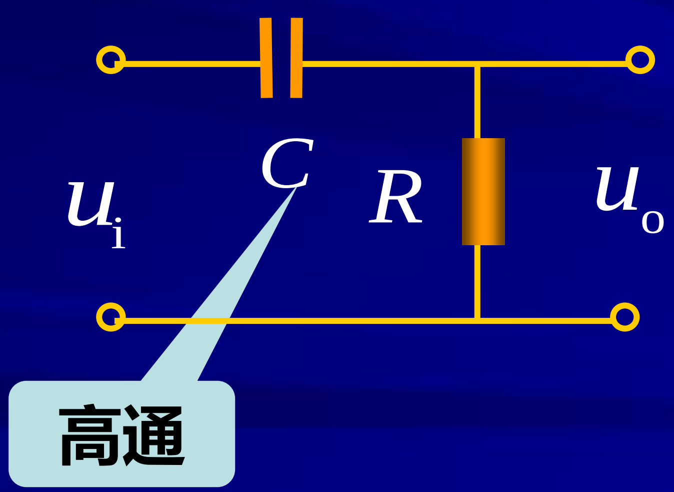


传递函数，设

$$u_i = U_m \cos(\omega t)$$

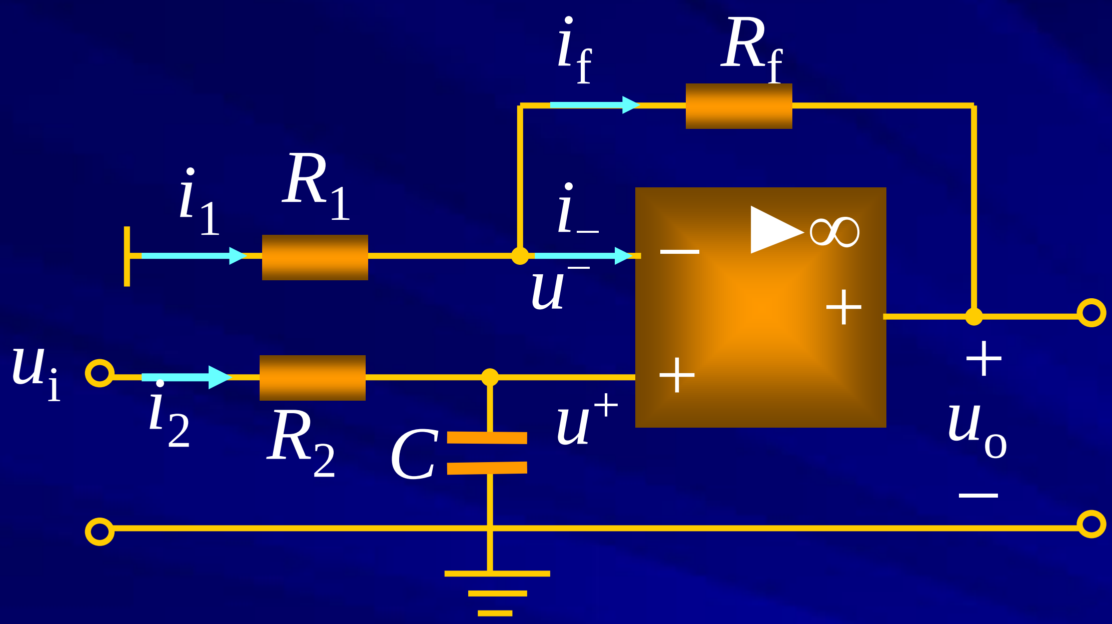
$$u_i = Ri + u_C = RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C$$

$$u_C = u_o = \frac{U_m \sin(\omega t - \varphi)}{\sqrt{(RC\omega)^2 + 1}}$$



$$|H(\omega)| = \frac{U_o}{U_i} = \left|\frac{1}{\sqrt{(RC\omega)^2 + 1}}\right|$$

例6-2 **有源滤波器**



$$\begin{cases} u^+ = u^- = u_C \\ i^- = i^+ = 0 \end{cases}$$

$$i_1 = i_f$$

$$\frac{-u^+}{R_1} = \frac{u^+ - u_o}{R_f}$$

$$u_o = \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right) u^+$$

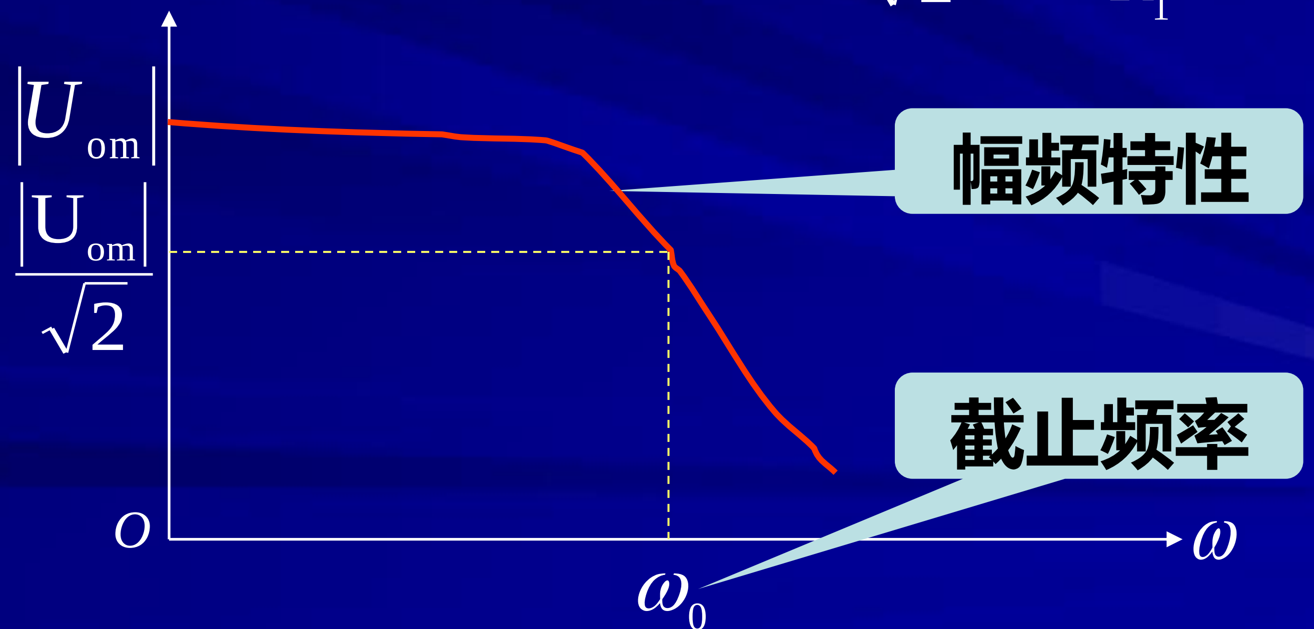
$$i_2 = \frac{u_i - u_C}{R_2} = C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} \quad \Rightarrow \quad R_2 C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = u_i$$

设 $u_i = \cos(\omega t)$　　**解得** $u_C = u^+ = \dfrac{\cos(\omega t - 90^\circ + \theta)}{\sqrt{(R_2 C\omega)^2 + 1}}$

$$u_o = \left(1+\frac{R_f}{R_1}\right)\frac{\cos(\omega t - 90^\circ + \theta)}{\sqrt{(R_2 C\omega)^2+1}}$$

当 $\omega = 0 \rightarrow |u_{om}| = \left(1+\frac{R_f}{R_1}\right)$

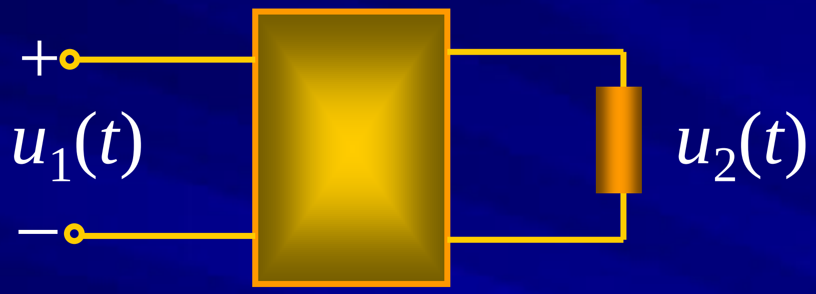
当 $\omega = \frac{1}{R_2 C} = \omega_0 \rightarrow |U_{om0}| = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(1+\frac{R_f}{R_1}\right) = \frac{|U_{om}|}{\sqrt{2}}$



例6-3 **激励** $u_1(t)$**，包含两个频率**ω_1、ω_2**分量** $(\omega_1<\omega_2)$**：**

$$u_1(t)=u_{11}(\omega_1)+u_{12}(\omega_2)$$

要求响应$u_2(t)$**只含有**ω_1**频率电压。如何实现？**



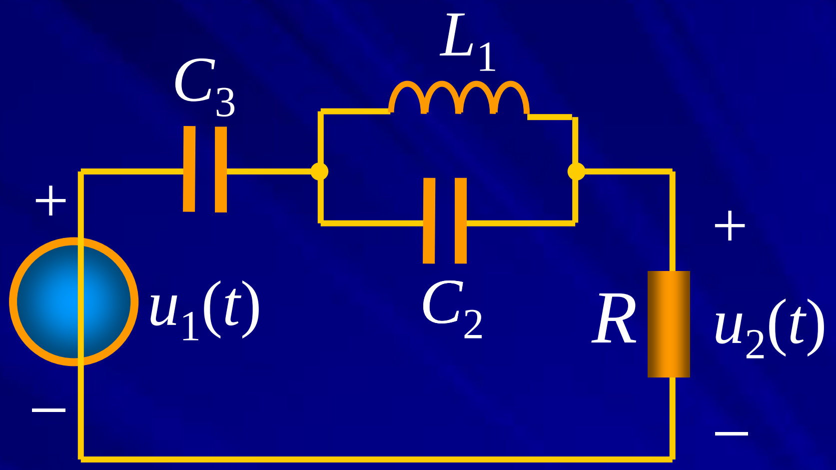
解　设计下列滤波电路实现：

$$\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_2}}$$

并联谐振，开路

$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{L_1 (C_2 + C_3)}}$$

串联谐振，短路



ω_1 信号短路直接加到负载上。

该电路 $\omega_2 > \omega_1$，滤去高频，得到低频。

注意 滤波器利用谐振电路的频率特性，只允许谐振频率邻域内的信号通过。