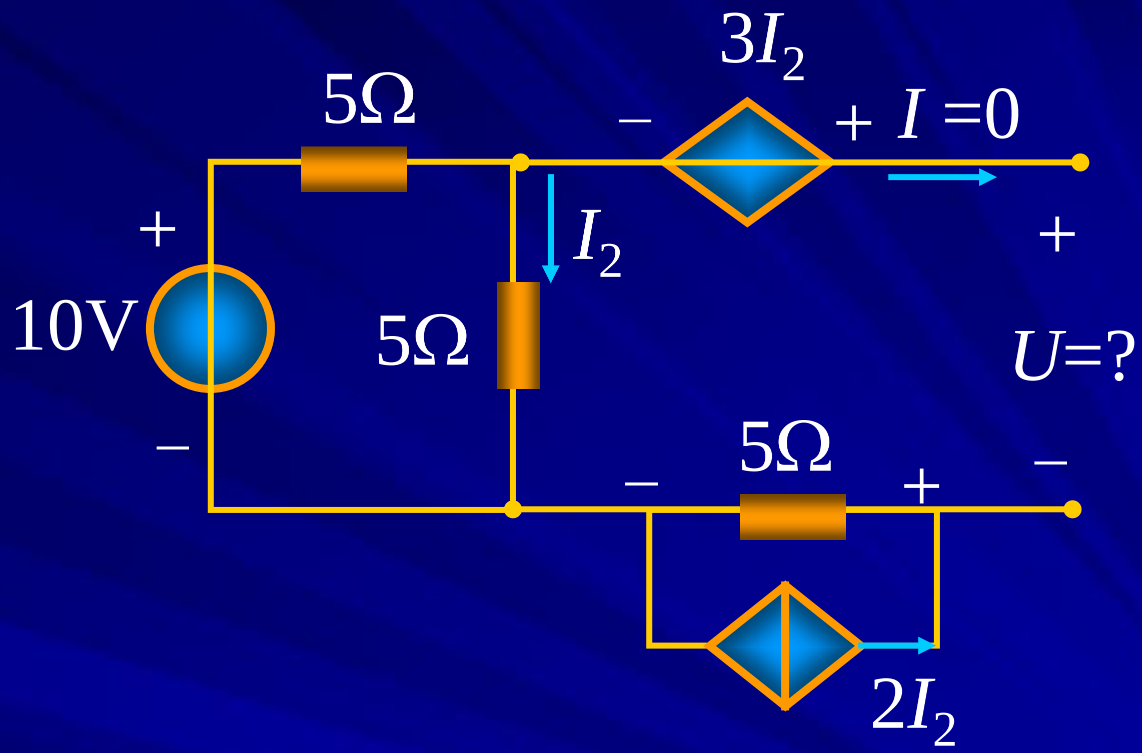
电路

习题解答

1-1　**求开路电压** U

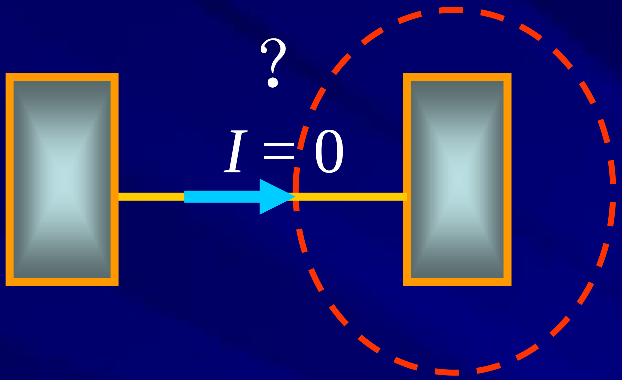


解

$$I_2=\frac{10}{5+5}=1\text{A}$$

$$U=3I_2+5I_2-5\times 2I_2=-2I_2=-2\text{V}$$

1-2



$U_A=U_B$?

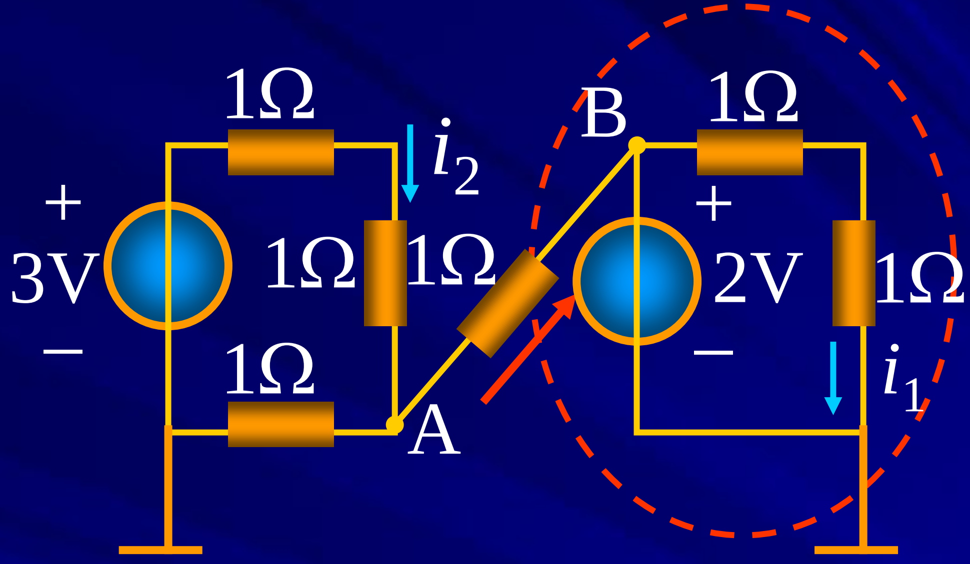
解

电流不为0必要条件：有电位差；电路构成闭合回路。

上图两端仅一根导线相连，不能形成闭合回路，因此无电流产生。

则：两端无电势差， $U_A=U_B$

1-3



$i_1 = i_2$?

解

由KVL可得：$2i_1=2$，即$i_1=1A$。

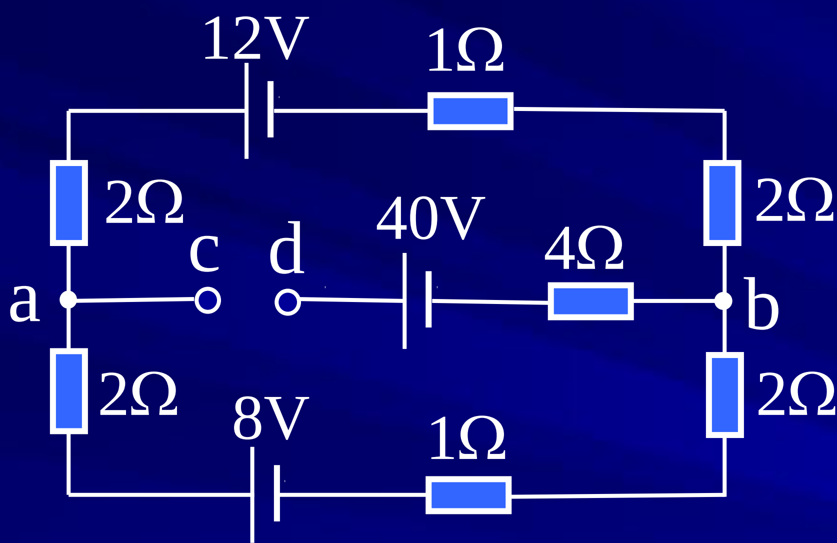
B点电势 $\varphi_B = 2V$；

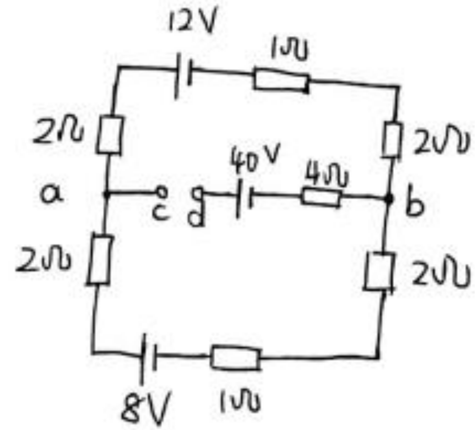
由A点KCL可得 $\dfrac{\varphi_B - \varphi_A}{1} + \dfrac{3-\varphi_A}{2} = \dfrac{\varphi_A}{1}$

即 $\varphi_A = 1.4V$

$$i_2 = \frac{3-\varphi_A}{2} = 0.8A \neq i_1 = 1A$$

1-4 U_{cd}= ______V





回路电流 $I = \frac{12V - 8V}{10\Omega} = 0.4A$.

则 $U_c = U_a = 12V - 0.4A \times 2\Omega = 11.2V$

$U_b = 12V - 8V - 0.4A \times 7\Omega = 1.2V$

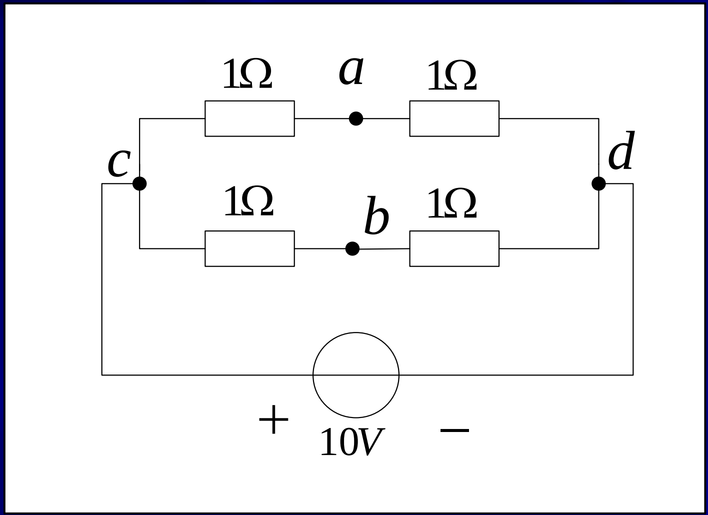
$U_d = U_b + 40V = 41.2V$.

$U_{cd} = U_c - U_d = -30V$.

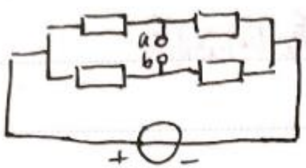
选择 C 选项

2-1 $R_{ab}=$?

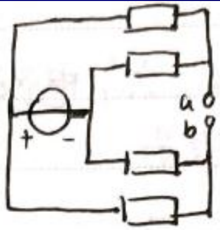
$R_{cd}=$?



解: (1).

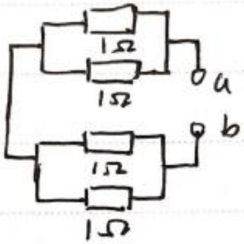


⇒



将电压源短路.

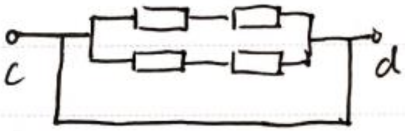
⇒



$R_{ab} = \frac{1\times1}{1+1} + \frac{1\times1}{1+1} = 1\Omega$

(2) 将电压源短路.

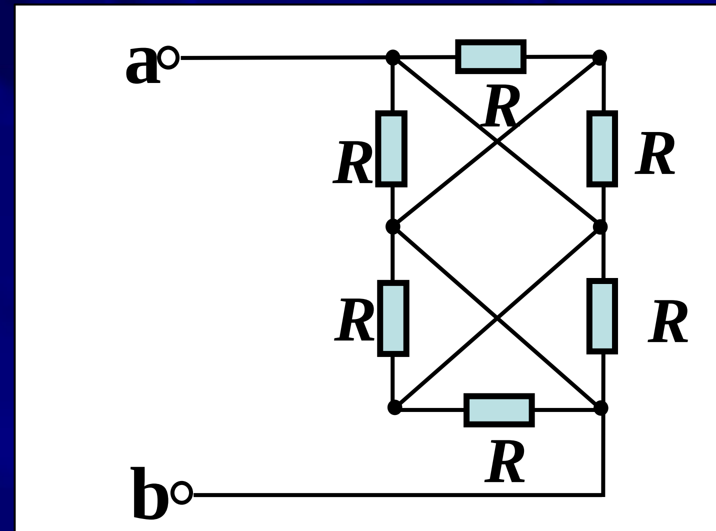
⇒



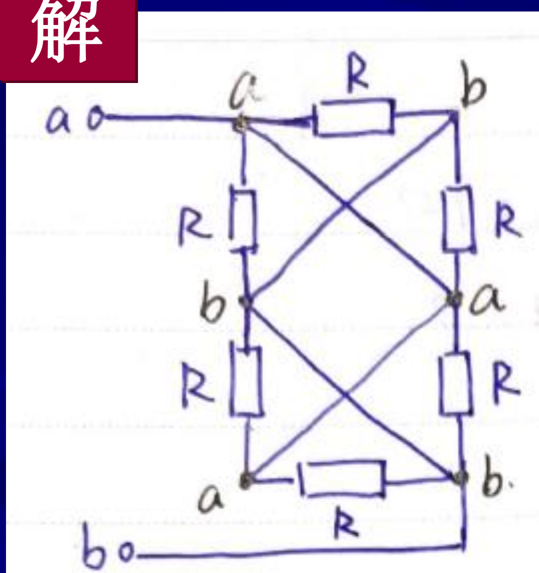
可知电阻均被短路

$R_{cd} = 0$

2-2 R_{ab} = ________?

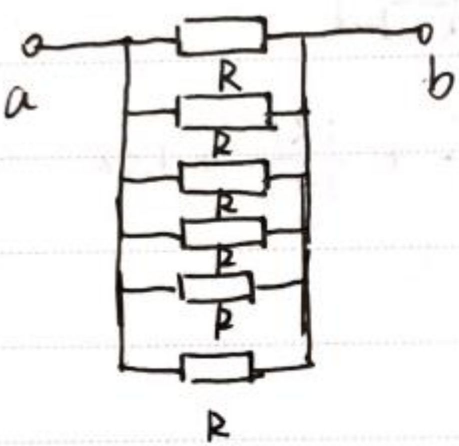


解



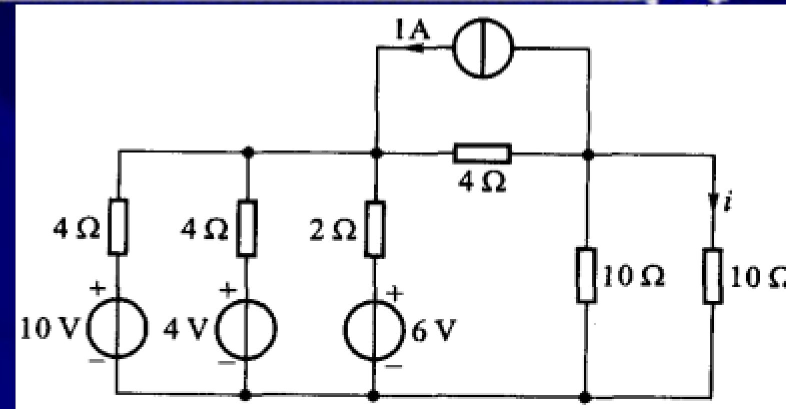
由等势点可知，六个电阻间电势差均相等

原电路可等效为：



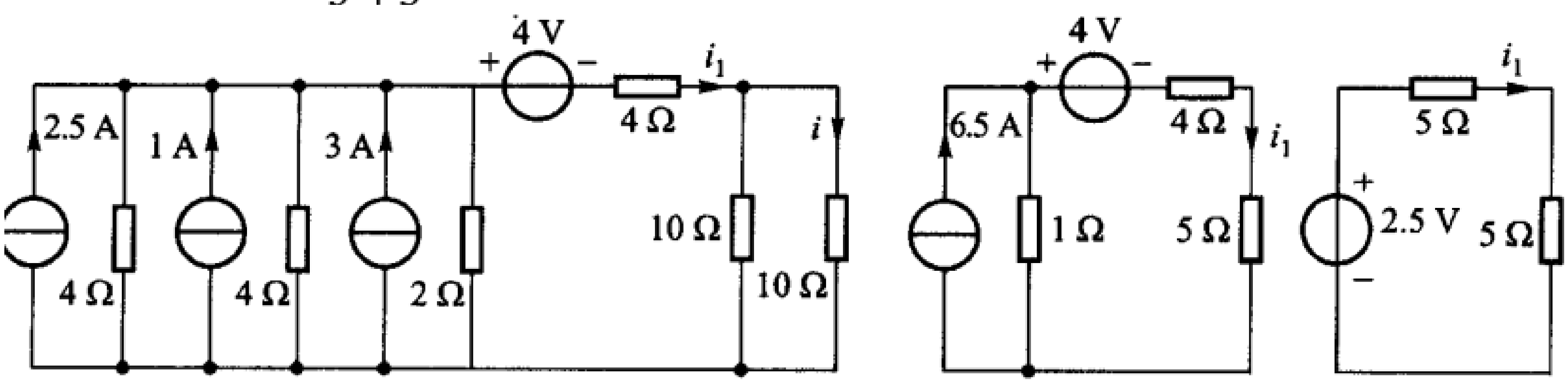
$$R_{ab} = \frac{R}{6}$$

2-3 **利用电源的等效变换，求如图电路的电流 i = ___?**



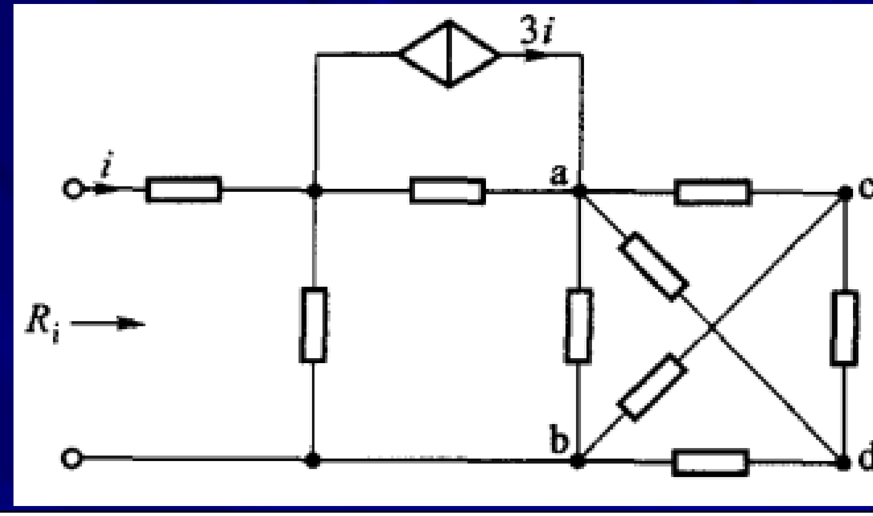
解 将**并联的电压源**支路变换为**等效电流源**；**串联的电流源**支路变换为电压源，如图（a）所示。**并联的各电流源**合并为一个电流源后再变换为电压源。两个**电压源串联**后成为图(b)(c)所示的等效电路。从图(c)可以得到

$$i_1 = \frac{2.5}{5+5}\ \text{A} = 0.25\ \text{A} \qquad i = 0.5 i_1 = 0.125\ \text{A}$$



(a) (b) (c)

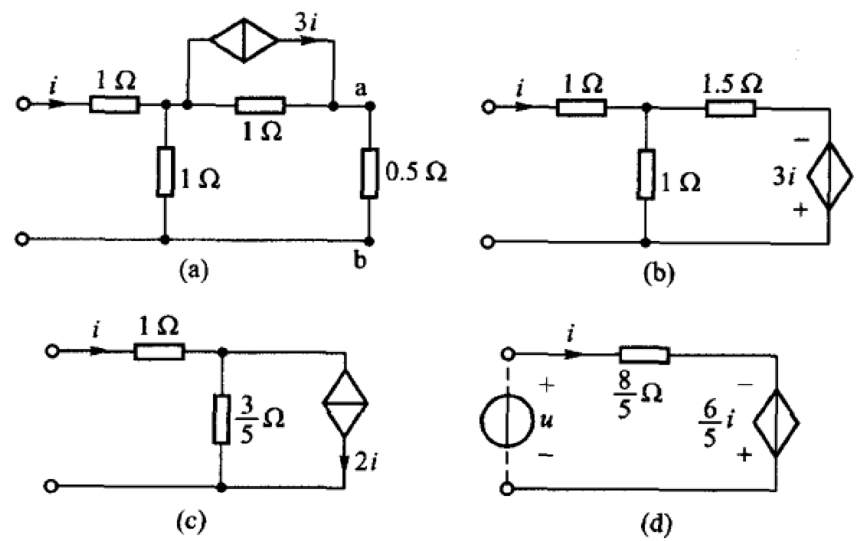
2-4 **电路中全部电阻均为1Ω，求输入电阻 R_i = ______?**



解 由于 a、b 端子右边的电路是一个平衡电桥，可以将 c、d 端短接而 a、b 端右侧相当的电阻为

$$\left(\frac{1\times1}{1+1}+\frac{1\times1}{1+1}\right)\ \Omega=1\ \Omega$$

原电路再进行电源等效变换：



图(d)可知，CCVS 相当于一个 $-\frac{6}{5}\ \Omega$ 的电阻，因此

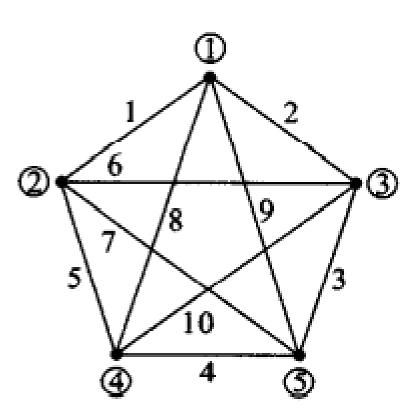
$$R_i=\left(\frac{8}{5}-\frac{6}{5}\right)\ \Omega=\frac{2}{5}\ \Omega=0.4\ \Omega$$

3-1 对如图所示非平面图，设：

（1）选择支路（1,2,3,4）为树；

（2）选择支路（5,6,7,8）为树。

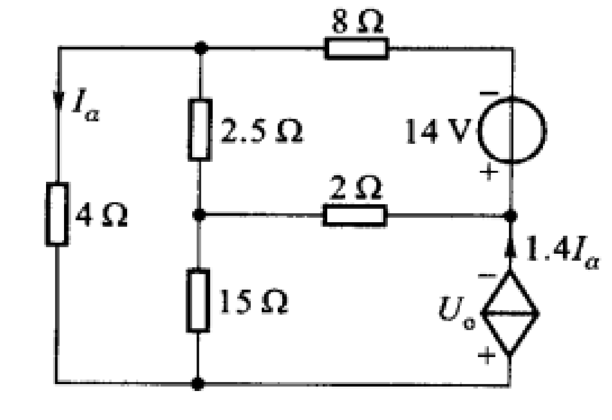
问：独立回路各有多少？求其基本回路组。



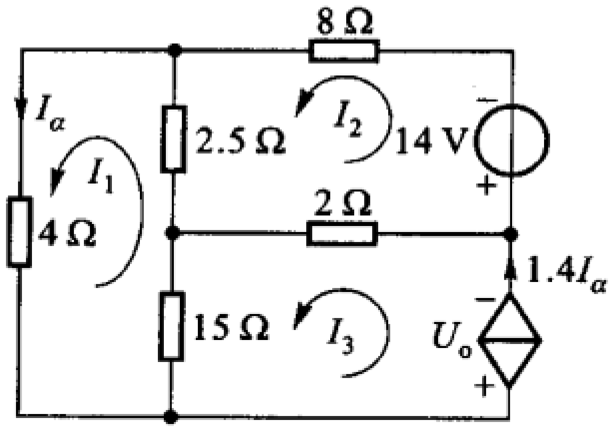
解 右图为一个结点数最少的非平面图，其中$b=10,n=5$，树枝数$b_T=n-1=4$。取支路(1,2,3,4)为树，对应连枝为支路(5,6,7,8,9,10)。形成的基本回路为支路(1,2,3,4,5),(1,2,6),(1,2,3,7),(2,3,4,8),(2,3,9)以及(3,4,10)；独立回路数：$b-n+1=6$。

若取支路(5,6,7,8)为树，连枝则为支路(1,2,3,4,9,10)。形成的基本回路为支路(1,5,8),(2,5,6,8),(3,6,7),(4,5,7),(5,7,8,9)以及(5,6,10)。独立回路数：$b-n+1=6$。

3-2 **用回路电流法求解电路中电流I_a及电压U_0**



解 本题电路中有一个**电流控制无伴电流源**，现设定3个**回路电流**如右图所示，回路电流方程为



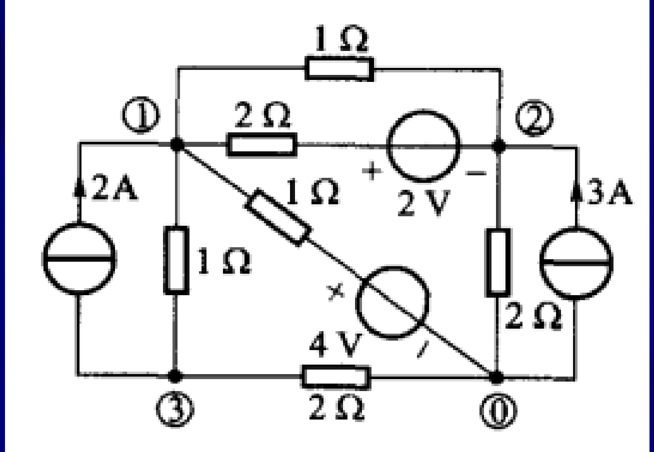
$$\begin{cases} 21.5I_1 - 2.5I_2 - 15I_3 = 0 \\ -2.5I_1 + 12.5I_2 - 2I_3 = -14 \\ I_3 = 1.4I_1 \end{cases}$$

解得

$$I_1 = I_\alpha = 5\ \text{A}, I_2 = 1\ \text{A}$$

$$U_o = -4I_1 - 8I_2 - 14 = (-4\times5 - 8\times1 - 14)\ \text{V} = -42\ \text{V}$$

3-3 **列出如图(a),(b)所示电路的结点电压方程。**



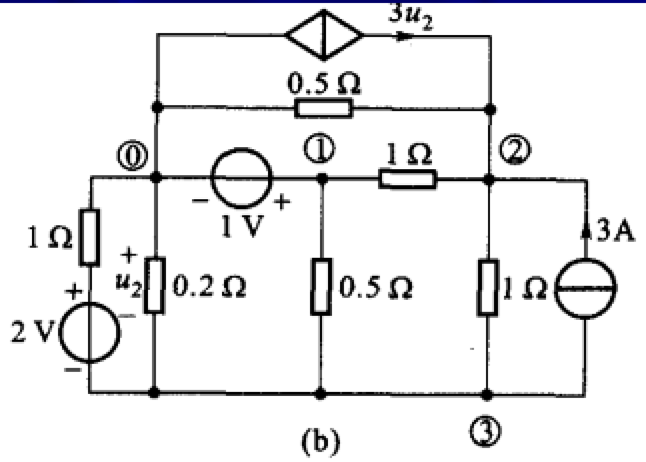
(a)

解 **结点编号如图，结点电压方程为**

$$\begin{cases}\left(1+1+\dfrac{1}{2}+1\right)u_{n1}-\left(1+\dfrac{1}{2}\right)u_{n2}-u_{n3}=2+\dfrac{4}{1}+\dfrac{2}{2}\\ -\left(1+\dfrac{1}{2}\right)u_{n1}+\left(1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}\right)u_{n2}=-\dfrac{2}{2}+3\\ -u_{n1}+\left(1+\dfrac{1}{2}\right)u_{n3}=-2\end{cases}$$

$$\begin{cases}3.5u_{n1}-1.5u_{n2}-u_{n3}=7\\ -1.5u_{n1}+2u_{n2}=2\\ -u_{n1}+1.5u_{n3}=-2\end{cases}$$

3-3 **列出如图(a),(b)所示电路的结点电压方程。**



解 电路中有一个无伴电压源，编号时将其一端的结点作为**参考结点**，结点①可不列KCL方程，而附加以**辅助方程**$u_{n1}=1$。结点电压方程为

$$\begin{cases} -u_{n1}+(2+1+1)u_{n2}-u_{n3}=3+3u_2 \\ -2u_{n1}-u_{n2}+(1+5+2+1)u_{n3}=-3-\dfrac{2}{1} \end{cases}$$

附加方程及控制量方程为

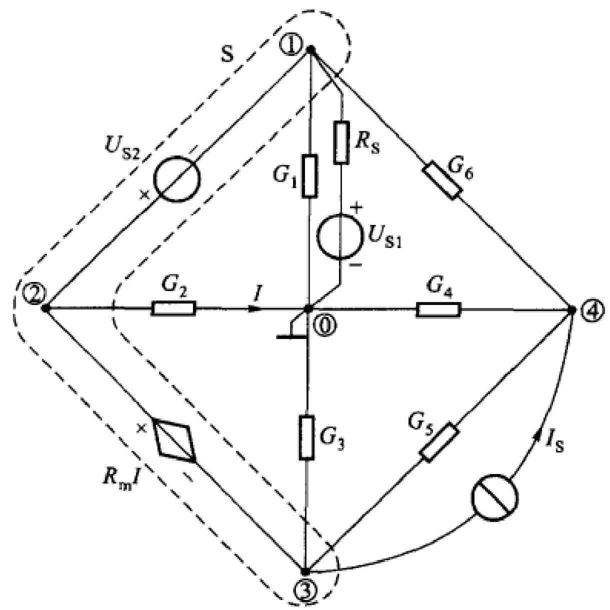
$$\begin{cases} u_{n1}=1 \\ u_2=-u_{n3} \end{cases}$$

整理得

$$\begin{cases} 4u_{n2}+2u_{n3}=4 \\ -u_{n2}+9u_{n3}=-3 \end{cases}$$

3-4 列出如图所示电路的结点电压方程。如果R_S=0，则方程又如何？

提示：为避免引入过多附加电流变量，对连有无伴电压源的结点部分，可在包含无伴电压源的封闭面S上写出KCL方程。



解 连有无伴电压源的结点单独列写KCL方程会引入附加电流变量。故对围绕结点1、2、3的封闭面S上列写KCL方程。

补充结点电压为无伴电压源制约的附加方程和控制量I的附加方程。取结点电压为U_{n1}、U_{n4}。并代入附加方程

$$U_{n2}=U_{n1}+U_{S2}, U_{n3}=U_{n1}+U_{S2}-R_mI$$

3-4 **列出如图所示电路的结点电压方程。如果$R_S=0$，则方程又如何?**

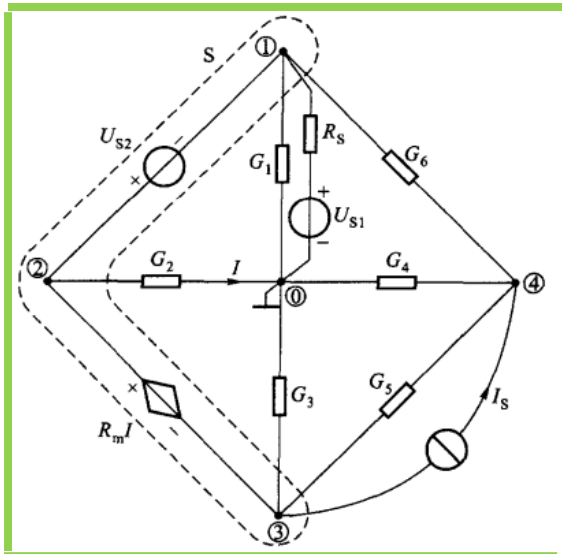
提示：为避免引入过多附加电流变量，对连有无伴电压源的结点部分，可在包含无伴电压源的封闭面S上写出KCL方程。

解 **在S面及结点4列写KCL方程。**

$$G_6(U_{n1}-U_{n4})+\frac{U_{n1}-U_{S1}}{R_S}+G_2(U_{n1}+U_{S2})+G_3(U_{n1}+U_{S2}-R_mI)+G_5(U_{n3}-U_{n4})=0$$

$$G_6(U_{n4}-U_{n1})+G_4U_{n4}+G_5(U_{n4}-U_{n1}-U_{S2}+R_mI)-I_S=0$$

$$I=G_2(U_{n1}+U_{S2})$$



整理后得

$$\left[G_1+\frac{1}{R_S}+G_3+G_6-G_2R_m(G_3+G_5)\right]U_{n1}-(G_5+G_6)U_{n4}=$$

$$\frac{1}{R_S}U_{S1}-I_S+(G_3+G_5)(R_mG_2-1)U_{S2}$$

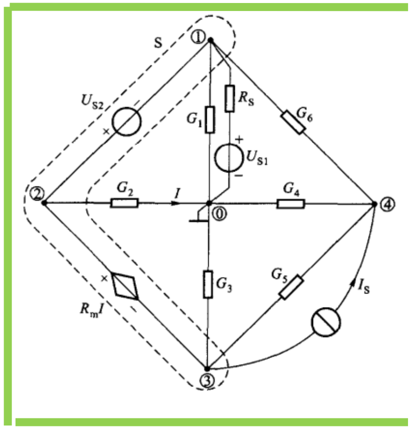
$$-(G_5+G_6-G_2G_5R_m)U_{n1}+(G_2+G_5+G_6)U_{n4}=I_S+G_5(1-G_2R_m)U_{S2}$$

3-4 **列出如图所示电路的结点电压方程。如果$R_S=0$，则方程又如何？**

提示：为避免引入过多附加电流变量，对连有无伴电压源的结点部分，可在包含无伴电压源的封闭面S上写出KCL方程。

解 $R_S=0$时，U_{n1}已知，无需对封闭面列写KCL方程结点电压方程为

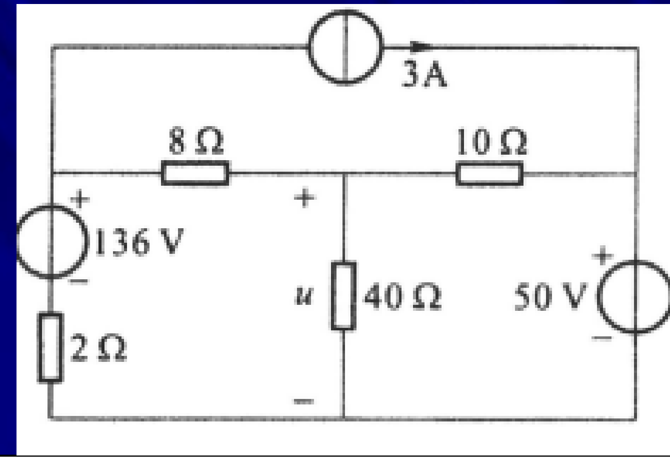
$$\begin{cases} G_6(U_{n4}-U_{S1})+G_4U_{n4}+G_5[U_{n4}-(U_{S1}+U_{S2}-R_mI)]-I_S=0 \\ I=G_2(U_{S1}+U_{S2}) \end{cases}$$



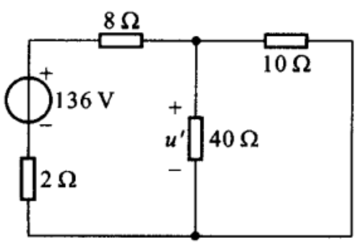
整理后得

$$(G_6+G_4+G_5)U_{n4}=I_S+[G_6+G_5(1-R_mG_2)]U_{S1}+G_5(1-R_mG_2)U_{S2}$$

4-1 **应用叠加定理求如图电路中电压*u***

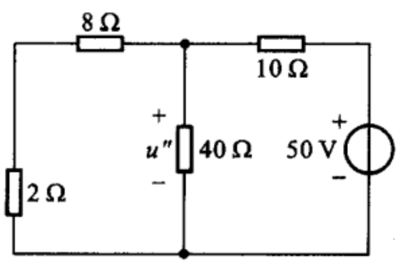


解 **分解为三个电源分别作用的分电路，如图(a)、(b)、(c)，分别求解u**



(a)

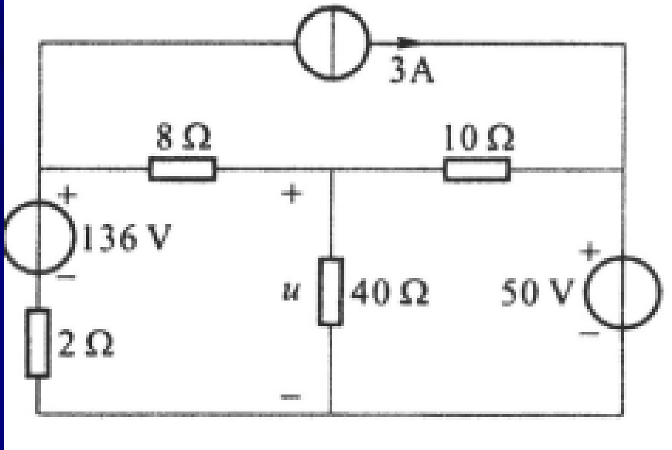
$$u' = \frac{\frac{10\times 40}{10+40}}{2+8+\frac{10\times 40}{10+40}}\times 136\ \text{V} = \frac{8}{2+8+8}\times 136\ \text{V} = \frac{544}{9}\ \text{V}$$



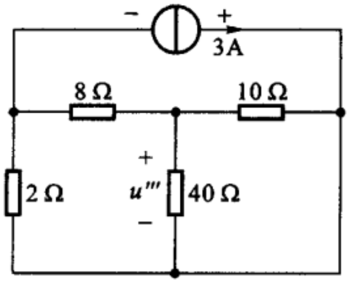
(b)

$$u'' = \frac{8}{10+8}\times 50\ \text{V} = \frac{200}{9}\ \text{V}$$

4-1 **应用叠加定理求如图电路中电压u**



解 **分解为三个电源分别作用的分电路，如图(a)、(b)、(c)，分别求解u**



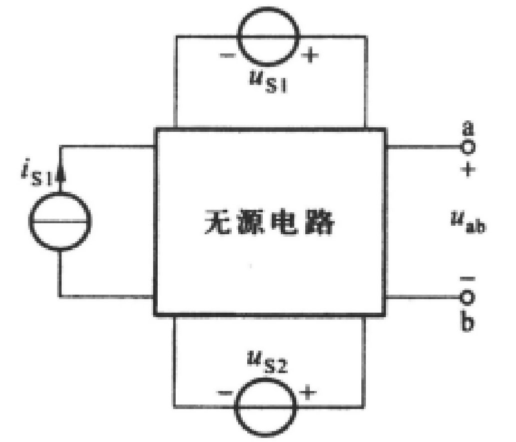
(c)

$$u''' = -\frac{2}{8+8+2}\times 3\times 8\ \mathrm{V} = -\frac{8}{3}\ \mathrm{V}$$

根据叠加定理，三个电源同时作用时，有：

$$u = u' + u'' + u''' = \left(\frac{544}{9}+\frac{200}{9}-\frac{8}{3}\right)\ \mathrm{V} = \frac{720}{9}\ \mathrm{V} = 80\ \mathrm{V}$$

4-2 **如图电路中，当电流源i_{S1}和电压源u_{S1}反向时（u_{S2}不变），电压u_{ab}是原来的0.5倍；当i_{S1}和u_{S2}反向时（u_{S1}不变），电压u_{ab}是原来的0.3倍。问：仅i_{S1}反向（u_{S1}、u_{S2}均不变）时，电压u_{ab}应为原来的几倍?**



解 线性电路响应和激励成线性组合，设响应u_{ab}:

$$u_{ab} = K_1 i_{S1} + K_2 u_{S1} + K_3 u_{S2} \quad ①$$

由题目条件:

$$0.5u_{ab} = -K_1 i_{S1} - K_2 u_{S1} + K_3 u_{S2} \quad ②$$

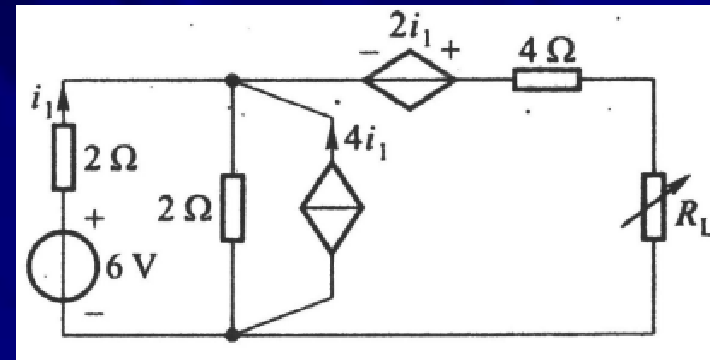
$$0.3u_{ab} = -K_1 i_{S1} + K_2 u_{S1} - K_3 u_{S2} \quad ③$$

仅将i_S反向，响应u_{abx}可表示为: $u_{abx} = -K_1 i_{S1} + K_2 u_{S1} + K_3 u_{S2}$

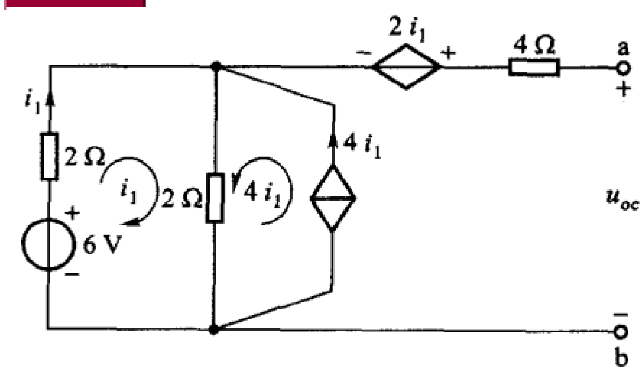
对式①、②、③加和，可得: $1.8u_{ab} = -K_1 i_{S1} + K_2 u_{S2} + K_3 u_{S2}$;

化简可得: $u_{abx} = 1.8u_{ab}$

4-3 **如图电路中，负载电阻R_L可变，问：R_L为何值时可吸收最大功率？求此功率。**



解 做R_L所在支路左边等效电路。如图（a）：



(a)

将a、b端开路，此时电路中有2个独立回路，分别设回路电流为i_1与$4i_1$。回路方程为：

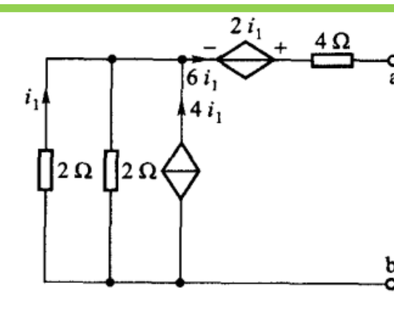
$$4i_1 + 2\times 4i_1 = 6 \Rightarrow i_1 = 0.5\ \text{A}$$

则：$u_{oc} = 2i_1 - 2i_1 + 6 = 6\ \text{V}$

求电路等效内阻。计算电路如图（b）：

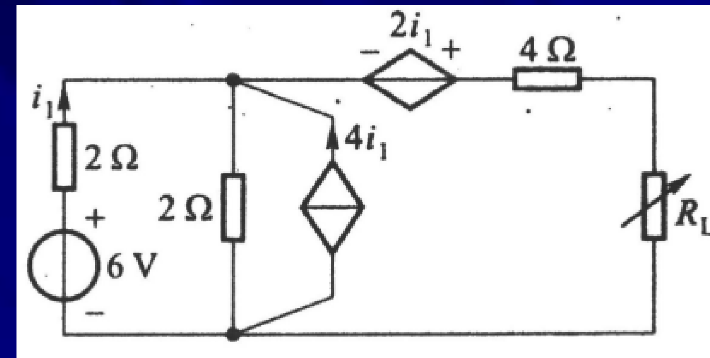
CCCS等效电阻： $R_i = \dfrac{2i_1}{4i_1} = 0.5\Omega$

CCVS等效电阻：(非关联方向) $R_u = -\dfrac{2i_1}{i_1 + i_1 + 4i_1} = -\dfrac{1}{3}\Omega$

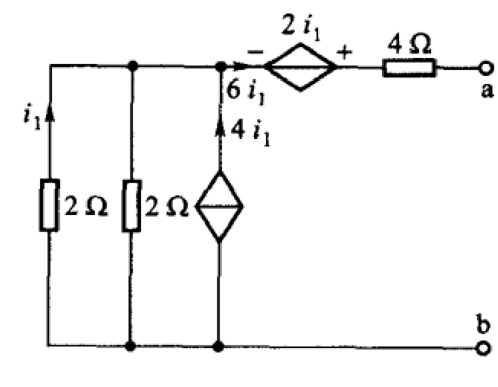


(b)

4-3 如图电路中，负载电阻 R_L 可变，问：R_L 为何值时可吸收最大功率？求此功率。



解 求电路等效内阻。计算电路如图（b）：

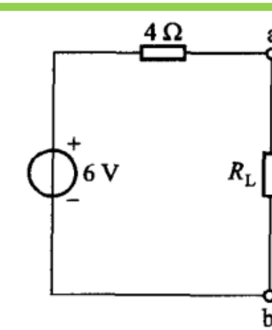


(b)

将CCCS和CCVS等效后，从a、b端看的等效电阻：

$$R_{eq}=\left(4-\frac{1}{3}+\frac{1}{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{0.5}}\right)=\left(4-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\right)\ \Omega=4\ \Omega$$

化简后的等效电路，如图（c）：

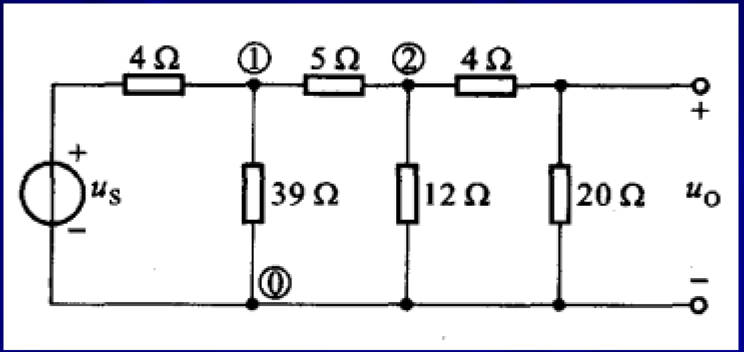


(c)

即 $R_L=4\Omega$ 时，可获得最大功率，最大功率为：

$$P_{L\max}=\frac{u_{oc}^2}{4R_L}=\frac{36}{4\times4}\ \text{W}=2.25\ \text{W}$$

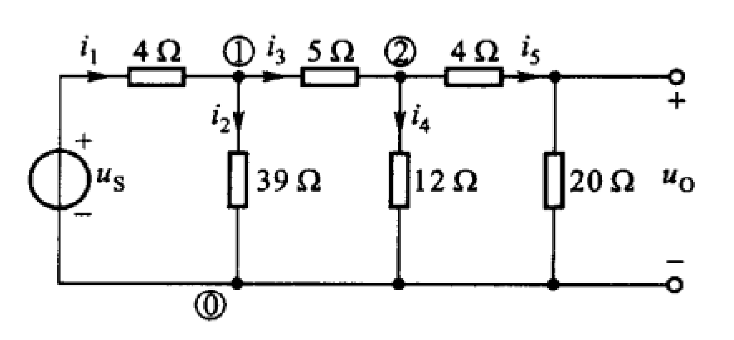
4-4 **求如图电路中各支路电流、节点电压和 $\dfrac{u_0}{u_S}$，其中u_s=10V。**



解 给定各支路电流参考方向，如右图：

图中仅一个独立源，适合应用**倒推法**求解。

假定 $i_5 = i_5' = 1\text{A}$，计算各支路电压、电流。



$$u_0' = 20\, i_5' = 20\ \text{V}$$

$$u_{n2}' = (4+20)\, i_5' = 24\times 1\ \text{V} = 24\ \text{V}$$

$$i_4' = \frac{u_{n2}'}{12} = \frac{24}{12}\ \text{A} = 2\ \text{A}$$

$$i_3' = i_4' + i_5' = (2+1)\ \text{A} = 3\ \text{A}$$

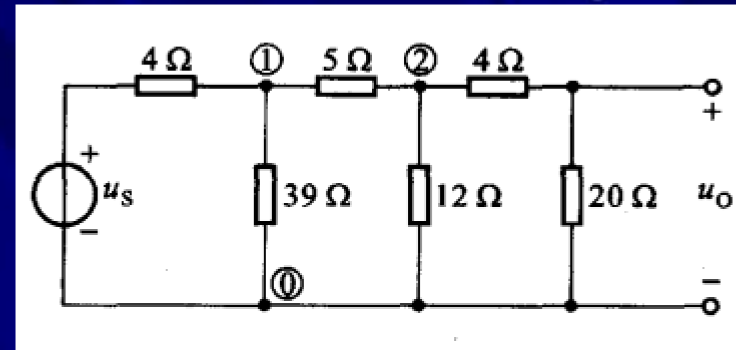
$$u_{n1}' = 5 i_3' + u_{n2}' = (5\times 3 + 24)\ \text{V} = (15+24)\ \text{V} = 39\ \text{V}$$

$$i_2' = \frac{u_{n1}'}{39} = \frac{39}{39}\ \text{A} = 1\ \text{A}$$

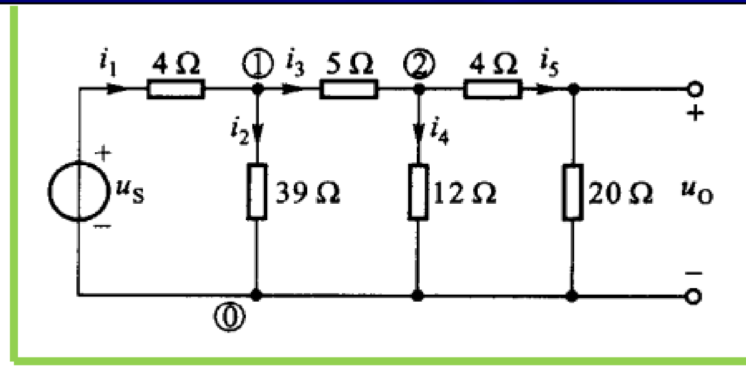
$$i_1' = i_2' + i_3' = (1+3)\ \text{A} = 4\ \text{A}$$

$$u_S' = 4 i_1' + u_{n1}' = (4\times 4 + 39)\ \text{V} = 55\ \text{V}$$

4-4 **求如图电路中各支路电流、节点电压和 $\dfrac{u_0}{u_S}$ ，其中u_s=10V。**



解 假设电压的情况下，求解 $u_s{}'$=55V，给定激励为u_s=10V。由**齐次性定理**，电压电流相应应为假定相应的 $\dfrac{10}{55}$ 倍，记$K=\dfrac{10}{55}$,则：



$$i_1 = Ki_1' = \left(\frac{2}{11}\times 4\right)\text{ A} = \frac{8}{11}\text{ A} = 0.727\ 2\text{ A}$$

$$i_2 = Ki_2' = \left(\frac{2}{11}\times 1\right)\text{ A} = \frac{2}{11}\text{ A} = 0.181\ 8\text{ A}$$

$$i_3 = Ki_3' = \left(\frac{2}{11}\times 3\right)\text{ A} = \frac{6}{11}\text{ A} = 0.545\ 4\text{ A}$$

$$i_4 = Ki_4' = \left(\frac{2}{11}\times 2\right)\text{ A} = \frac{4}{11}\text{ A} = 0.363\ 6\text{ A}$$

$$i_5 = Ki_5' = \left(\frac{2}{11}\times 1\right)\text{ A} = \frac{2}{11}\text{ A} = 0.181\ 8\text{ A}$$

$$u_{n1} = Ku_{n1}' = \frac{2}{11}\times 39\text{ V} = \frac{78}{11}\text{ V} = 7.091\text{ V}$$

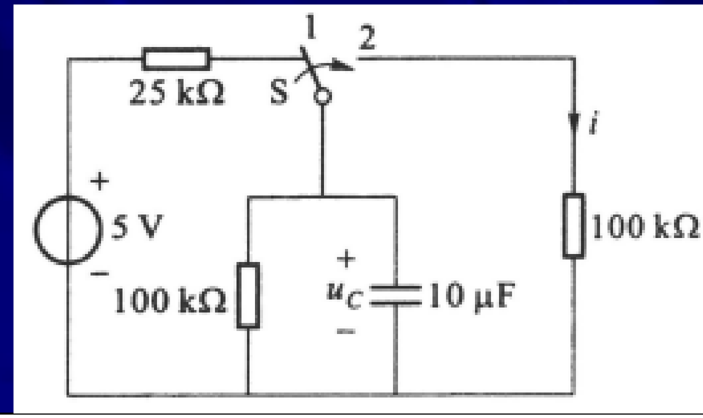
$$u_{n2} = Ku_{n2}' = \frac{2}{11}\times 24\text{ V} = \frac{48}{11}\text{ V} = 4.364\text{ V}$$

$$u_O = Ku_O' = \frac{2}{11}\times 20\text{ V} = \frac{40}{11}\text{ V} = 3.636\text{ V}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{u_0}{u_S} = \frac{4}{11} = 0.364$$

该值仅取决于电路本身，与激励值无关

7-1 如图所示电路，开关S原在位置1已久，t =0时合向位置2，求换路后的i(t)和u_L(t)。

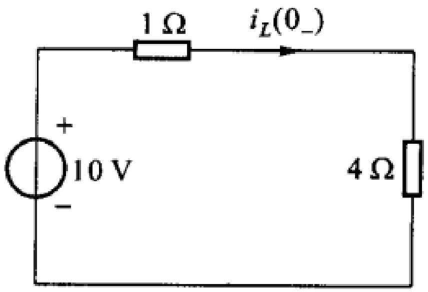


解 本题为一阶RL零输入响应电路。

图(a)为t<0时电路。求解电路可得：

$$i_L(0_-)=\frac{10}{1+4}\ \mathrm{A}=2\ \mathrm{A}$$

换路时电感电流不发生突变：$i_L(0_+)=i_L(0_-)=2\ \mathrm{A}$



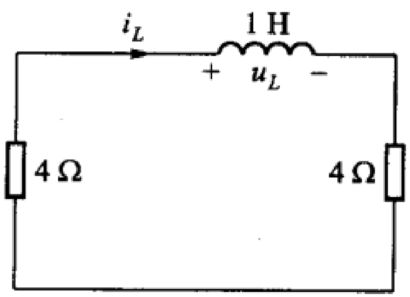
(a)

图(b)为t>0时电路。

时间常数： $\tau=\dfrac{L}{R}=\dfrac{1}{4+4}\ \mathrm{s}=\dfrac{1}{8}\ \mathrm{s}$

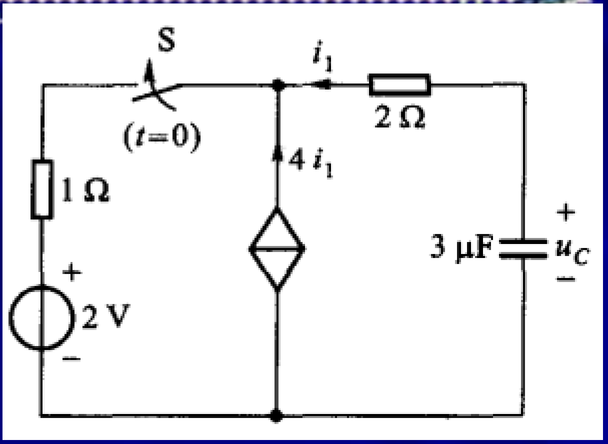
电感电流及电压：$i(t)=i_L(t)=i_L(0_+)\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}=2\mathrm{e}^{-8t}\ \mathrm{A}$

$$u_L(t)=L\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}=1\times2\mathrm{e}^{-8t}\times(-8)\ \mathrm{V}=-16\mathrm{e}^{-8t}\ \mathrm{V}$$



(b)

7-2 **如图所示电路中，开关闭合前电容无初始储能， $t = 0$时开关S闭合，求$t \geq 0$时电容电压$u_C(t)$。**

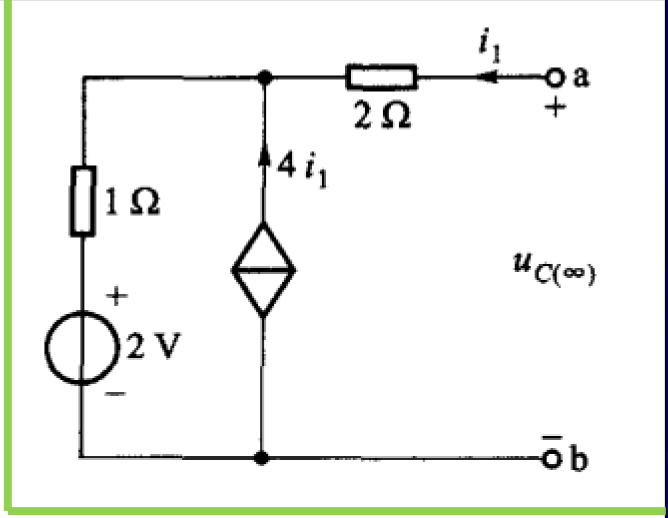


解 本题为求解**零状态响应的问题**。

换路时电容电压不突变： $u_C(0_+) = u_C(0_-) = 0$

$t \to \infty$ 时，电容视作开路： $i_1 = 0$ ， $u_C(\infty) = 2\ \text{V}$

电路里存在**受控源**，用**开路短路法**求a、b端口等效电阻，电路如右图。

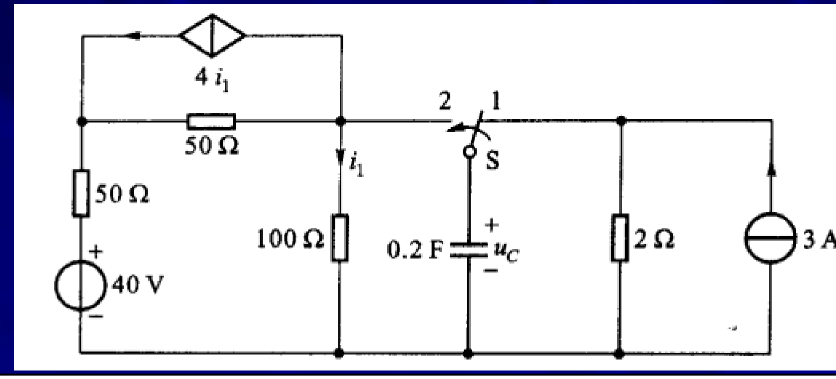


$$2i_1 + (4i_1 + i_1) \times 1 + 2 = 0 \Rightarrow$$ 短路电流： $i_{sc} = -i_1 = \frac{2}{7}\ \text{A}$

等效电阻： $R_{eq} = \dfrac{u_C(\infty)}{i_{sc}} = \dfrac{2}{\frac{2}{7}}\ \Omega = 7\ \Omega \Rightarrow$ 时间常数： $\tau = R_{eq}C = 21 \times 10^{-6}\ \text{s}$

t>0后，电容电压： $u_C(t) = u_C(\infty)(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = 2(1 - e^{-\frac{10^6 t}{21}})\ \text{V}$

7-3 **如图所示电路中，开关原合在位置1，已达稳态。$t=0$时开关由位置1合向位置2，求$t\geq 0$时电容电压$u_C(t)$。**



解 **开关在位置1处达稳态：**

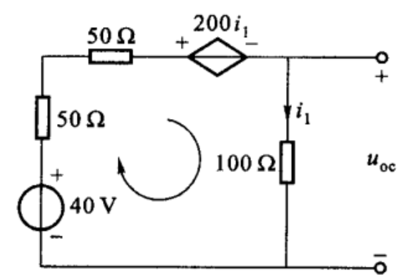
$$u_C(0_-)=2\times 3\ \text{V}=6\ \text{V} \Rightarrow u_C(0_+)=6\ \text{V}$$

t=0时，开关合在位置2，此时为全响应。

做出戴维宁等效电路，如图(a)、(b)。

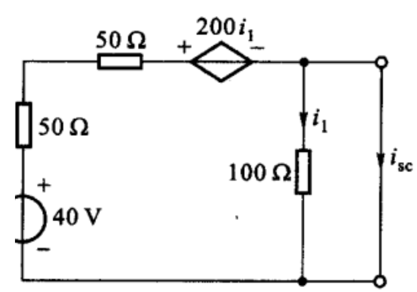
(a)中列KVL： $100i_1+(50+50)i_1=40-200i_1 \Rightarrow i_1=0.1\ \text{A}$

$$\Rightarrow u_{oc}=100\,i_1=100\times 0.1\ \text{V}=10\ \text{V}$$



(a)

(b)中求短路电流： $i_{sc}=\dfrac{40}{100}\ \text{A}=0.4\ \text{A}$，$R_{eq}=\dfrac{u_{oc}}{i_{sc}}=\dfrac{10}{0.4}\ \Omega=25\ \Omega$

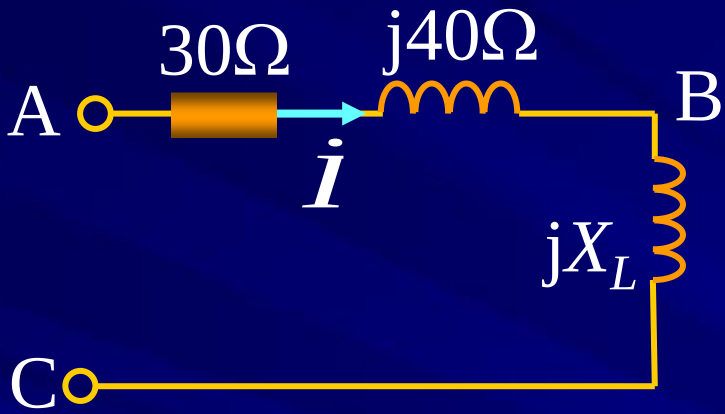


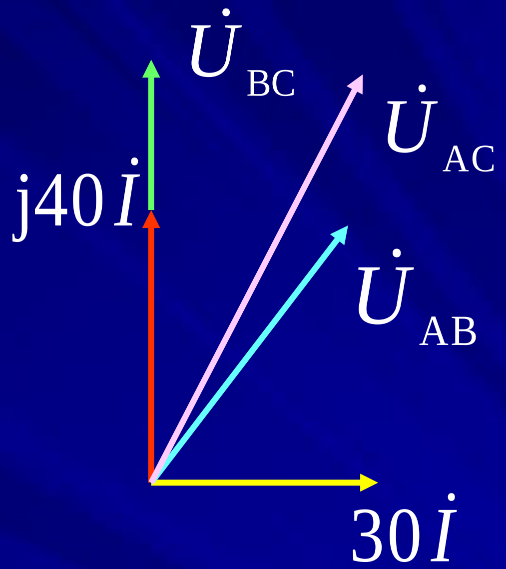
(b)

应用三要素公式：

$$u_C(t)=u_C(\infty)+[u_C(0_+)-u_C(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$
$$=[10+(6-10)e^{-\frac{1}{5}t}]\ \text{V}$$
$$=(10-4e^{-0.2t})\ \text{V}$$

8-1 **已知U_{AB}=50V，U_{AC}=78V，问：U_{BC}=?**





解

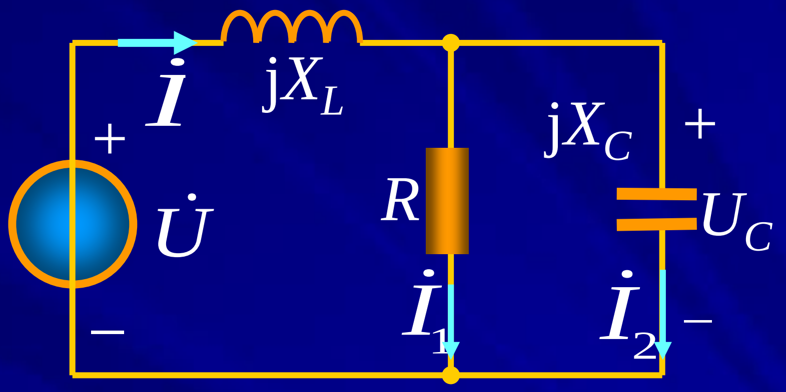
$$U_{AB}=\sqrt{(30I)^2+(40I)^2}=50I$$

$$\Rightarrow I=1\text{A},\quad U_R=30\text{V},\quad U_L=40\text{V}$$

$$U_{AC}=78=\sqrt{(30)^2+(40+U_{BC})^2}$$

$$\Rightarrow U_{BC}=\left[\sqrt{(78)^2-(30)^2}-40\right]\text{V}=32\text{V}$$

8-2 **图示电路$I_1=I_2=5\text{A}$，$U=50\text{V}$，总电压与总电流同相位，求I、R、X_C、X_L。**



解法1 设 $\dot{U}_C=U_C\angle 0^\circ$

$$\dot{I}_1=5\angle 0^\circ\ \text{A},\ \dot{I}_2=\text{j}5\ \text{A}$$

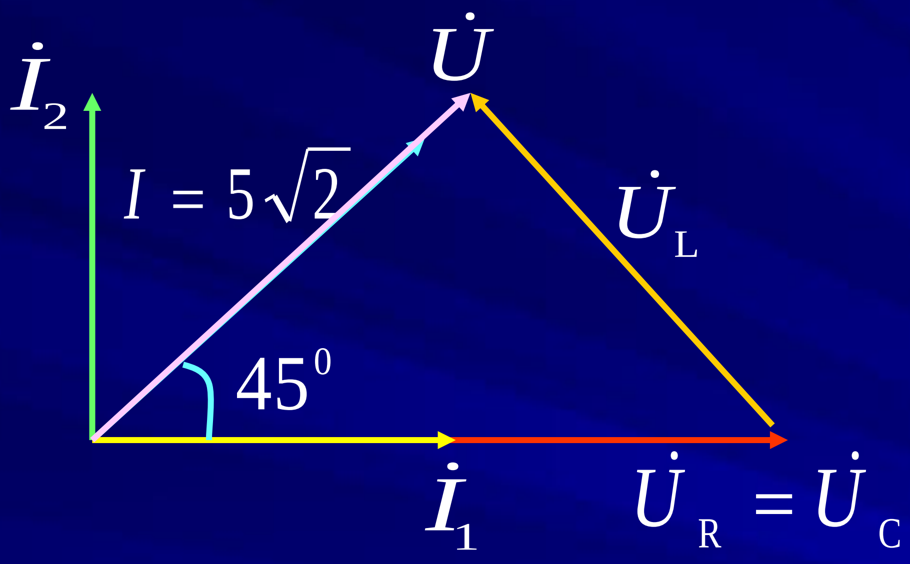
$$\dot{I}=(5+\text{j}5)\text{A}=5\sqrt{2}\angle 45^\circ\ \text{A}$$

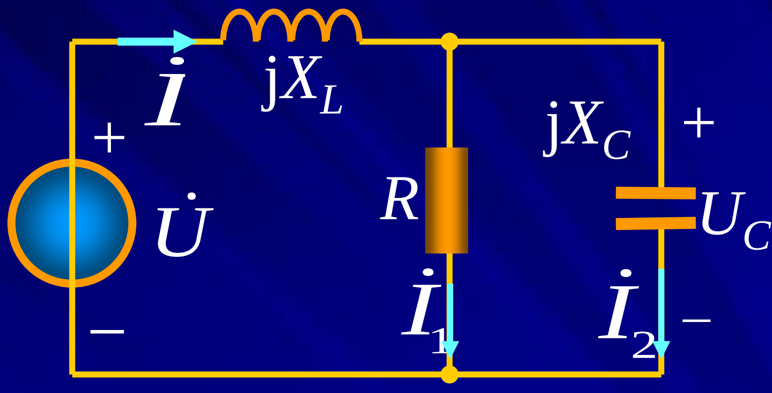
$$\dot{U}=50\angle 45^\circ=(5+\text{j}5)\times \text{j}X_L+5R=\frac{50}{\sqrt{2}}(1+\text{j})\text{V}$$

令等式两边实部等于实部，虚部等于虚部

$$\begin{cases}5X_L=50/\sqrt{2}\Rightarrow X_L=5\sqrt{2}\\ 5R=\dfrac{50}{\sqrt{2}}+5\times 5\sqrt{2}=50\sqrt{2}\Rightarrow R=|X_C|=10\sqrt{2}\Omega\end{cases}$$

解法2 **画相量图计算。**





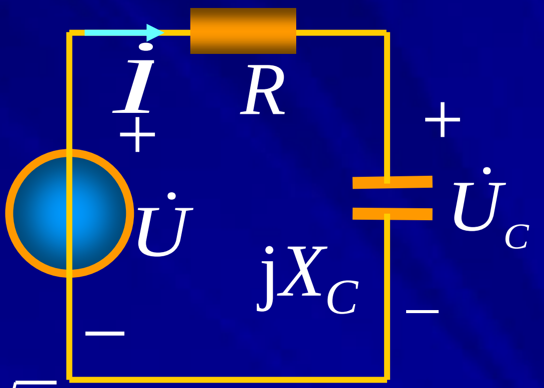
$$U = U_L = 50\,\text{V}$$

$$X_L = \frac{50}{5\sqrt{2}} = 5\sqrt{2}\Omega$$

$$|X_C| = R = \frac{50\sqrt{2}}{5}\Omega = 10\sqrt{2}\Omega$$

8-3 **图示电路为阻容移项装置，如要求电容电压滞后于电源电压$\pi/3$，问R、C应如何选择。**

解1 $\dot{U}_s = R\dot{I} + jX_C\dot{I}$

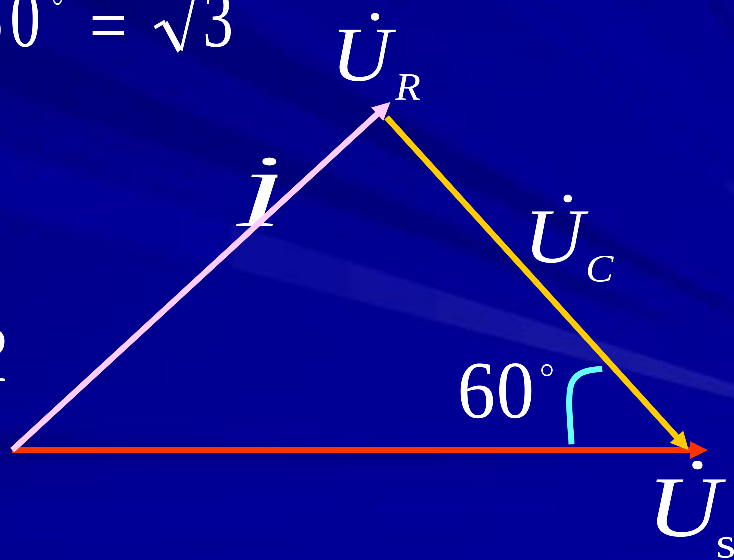


$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_s}{R + jX_C}, \quad \dot{U}_C = jX_C \frac{\dot{U}_s}{R + jX_C}$$

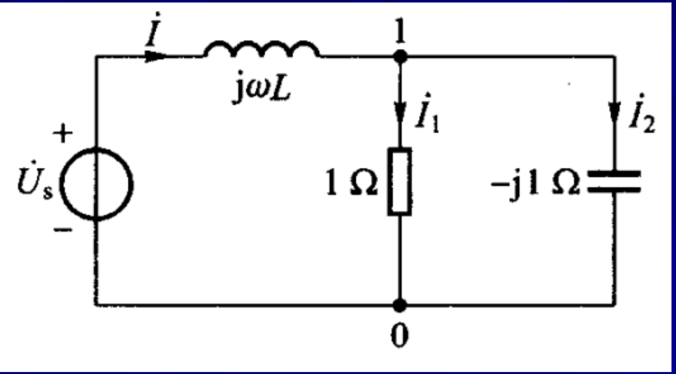
$$\frac{\dot{U}_s}{\dot{U}_C} = j\omega CR + 1 \rightarrow \omega CR = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

解2 **画相量图计算。**

$$\tan 60^\circ = \sqrt{3} = \frac{U_R}{U_C} = \frac{RI}{I/\omega C} = \omega CR$$



9-1 **如图所示电路中，$I_2=10\text{A}, U_S=\dfrac{10}{\sqrt{2}}\text{V}$，求电流 $\dot{I}$ 和电压 $\dot{U}_s$,并画出电路的相量图。**



解 以并联部分的电容支路的电流 $\dot{I}_2=\text{j}10\,\text{A}$作为**参考向量**，则：

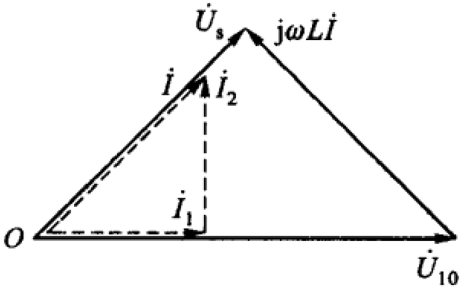
$$\dot{I}_1=10\ \text{A},\ \dot{I}=(10+\text{j}10)\,\text{A}$$

由KVL可得： $\dot{U}_s=(10+\text{j}10)\,\text{j}\omega L+10$

由于 $|\dot{U}_s|=\dfrac{10}{\sqrt{2}}$，**则：** $\left|(10-10\omega L)+\text{j}10\omega L\right|=\dfrac{10}{\sqrt{2}}$

$$\omega L=0.5\ \Omega,\ \dot{U}_s=5\sqrt{2}\angle 45^\circ\ \text{V}=(5+\text{j}5)\,\text{V}$$

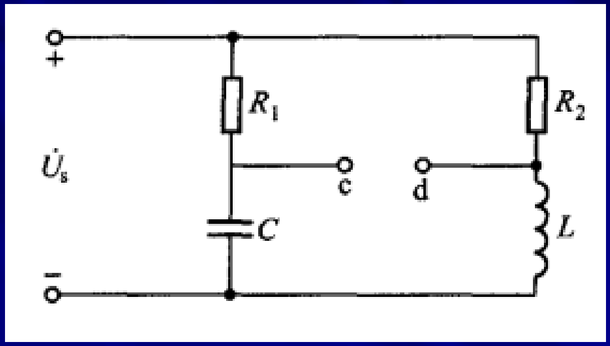
电路的相量图：



9-2 **如图所示电路中，任意频率下都有$U_{cd}=U_s$，试求：**

（1）满足上述要求的条件；

(2) $\dot{U}_{cd}$相位可变化的范围。



解 **根据分压公式和KVL，可得：**

$$\dot{U}_{cd}=\left(\frac{-R_1}{R_1+\dfrac{1}{j\omega C}}+\frac{R_2}{R_2+j\omega L}\right)\dot{U}_s=\left(\frac{-j\omega CR_1}{1+j\omega CR_1}+\frac{1}{1+j\dfrac{\omega L}{R_2}}\right)\dot{U}_s$$

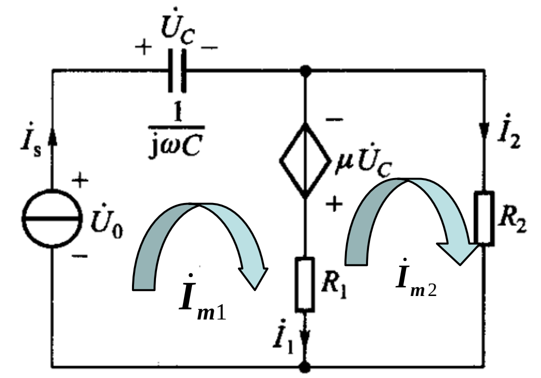
当$U_{cd}=U_s$时，： $\omega CR_1=\dfrac{\omega L}{R_2}$ 或 $CR_1=\dfrac{L}{R_2}$ ⟵ **支路时间常数**

则：

$$\dot{U}_{cd}=\left(\frac{-j\omega CR_1}{1+j\omega CR_1}+\frac{1}{1+j\dfrac{\omega L}{R_2}}\right)\dot{U}_s=\frac{1-j\omega CR_1}{1+j\omega CR_1}\dot{U}_s=\dot{U}_s\angle-2\varphi$$

式中： $\varphi=\arctan(\omega CR_1)$ ，$0\leqslant 2\varphi\leqslant 180°$，$\arg(\dot{U}_{cd})<0$

9-3 如图所示电路中，$I_a = 10\text{A}, \omega = 5000\,\text{rad/s}$，$R_1 = R_2 = 10\Omega, C = 10\mu\text{F}, \mu = 0.5$。求电源发出的复功率。



解 用网孔电流法进行求解，网孔电流设置为 $\dot{I}_{m1}$ 和 $\dot{I}_{m2}$，网孔电流方程为：

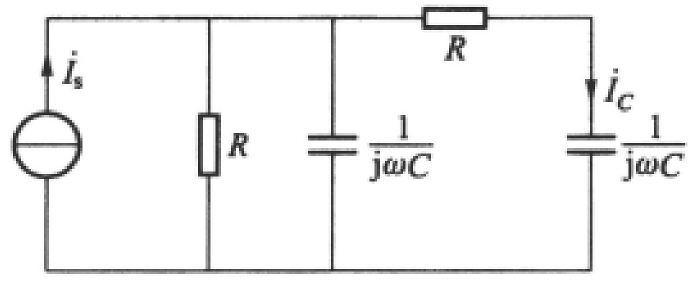
$$\begin{cases} \dot{I}_{m1} = \dot{I}_s \\ -10\dot{I}_{m1} + 20\dot{I}_{m2} + \mu\dot{U}_C = 0 \\ \dot{U}_C = \dfrac{\dot{I}_s}{j\omega C} \end{cases}$$

令 $\dot{I}_s = 10\angle 0°$，可解得：$\dot{I}_2 = \dot{I}_{m2} = (5 + j5)\,\text{A}, \dot{I}_1 = (5 - j5)\,\text{A}$

受控源（VCVS）发出的复功率为：$\overline{S}_d = \mu\dot{U}_C\dot{I}_1^* = (500 - j500)\ \text{V}\cdot\text{A}$

电流源发出复功率为：$\overline{S}_s = \dot{U}_0\dot{I}_s^* = (\dot{U}_C + R_2\dot{I}_2)\dot{I}_s^* = (500 - j1\,500)\ \text{V}\cdot\text{A}$

9-4 如图所示电路中，已知 $I_a = 0.6\text{A}, R = 1\text{k}\Omega, C = 1\mu\text{F}$ 如果电流源的角频率可变，问在什么频率时，RC串联部分获最大功率？



解 RC串联部分功率最大时，$\dot{I}_C$最大。

电流分流得：
$$\dot{I}_C = \dot{I}_s \frac{\frac{1}{Z}}{Y_1 + \frac{1}{Z}} = \dot{I}_s \frac{1}{1 + Y_1 Z}$$

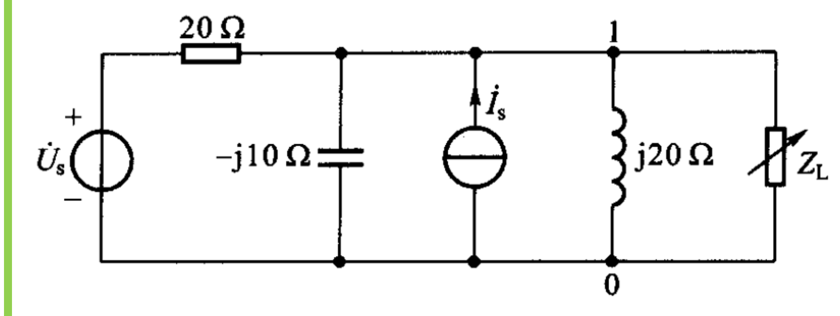
式中：
$$Y_1 = G + j\omega C, \quad Z = R + \frac{1}{j\omega C}$$

分析分母：
$$1 + Y_1 Z = 3 + j\left(\omega CR - \frac{1}{\omega CR}\right)$$

虚部为零时，分母取最小值，此时有最大功率： $\omega = \frac{1}{CR} = 1\ 000\ \text{rad/s}$

$$I_C = \frac{1}{3}\dot{I}_s = 0.2\ \text{A} \qquad P_{R\max} = 10^3 \times (0.2)^2\ \text{W} = 40\ \text{W}$$

9-5 **如图所示电路中，$\dot{U}_a = 100\angle 90°\text{V}, \dot{I}_a = 5\angle 0°\text{A}$ 求当Z_L获最大功率时各独立源发出的复功率。**



解 端口1-0的戴维宁电路的等效导纳：

$$Y_{eq} = \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{-\text{j}10} + \frac{1}{\text{j}20}\right)\ \text{S}$$

当 $Y_L = 1/Z_L = Y_{eq}^*$ 时获得最大功率，有：

$$Y_L = Y_{eq}^* = \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{\text{j}10} + \frac{1}{-\text{j}20}\right)\ \text{S}$$

电路的结点电压方程：

$$(Y_{eq} + Y_{eq}^*)\dot{U}_{10} = \frac{\dot{U}_s}{20} + \dot{I}_s \quad \Rightarrow \quad \dot{U}_{10} = (50 + \text{j}50)\ \text{V}$$

电流源发出的复功率为：$\bar{S}_i = \dot{U}_{10}\dot{I}_s^* = (50 + \text{j}50) \times 5\ \text{V} \cdot \text{A} = (250 + \text{j}250)\ \text{V} \cdot \text{A}$

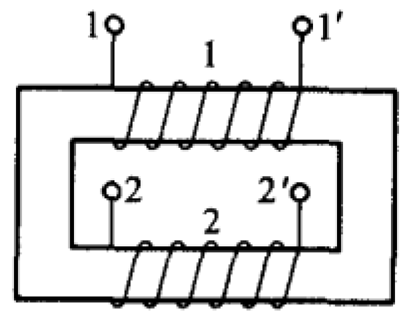
电压源发出的复功率为：$\bar{S}_u = \dot{U}_s \dfrac{(\dot{U}_s - \dot{U}_{10})^*}{20} = (250 - \text{j}250)\ \text{V} \cdot \text{A}$

10-1 **若有电流** $i_1 = 2+5\cos(10t+30°)\text{A}$, $i_2 = 10e^{-5t}\text{A}$ **,分别从如图所示线圈的1端和2端流入，并设线圈1的电感L_1=6H,线圈2的电感L_2=3H，互感为M=4H，试求：**

（1）各线圈的磁通链；

（2）端电压u_{11}和u_{22}；

（3）耦合因数k。



解 设u_1、i_1和u_2、i_2为关联方向，ψ_1、ψ_2都与自感磁通链反向。本题为**反向耦合**。

（1）各线圈的磁通链为

$$\Psi_1 = L_1 i_1 - M i_2 = [12 + 30\cos(10t+30°) - 40e^{-5t}]\ \text{Wb}$$

$$\Psi_2 = [-8 - 20\cos(10t+30°) + 30e^{-5t}]\ \text{Wb}$$

（2）端电压u_{11}、u_{22}为

$$u_{11'} = \frac{d\Psi_1}{dt} = [-300\sin(10t+30°) + 200e^{-5t}]\ \text{V}$$

$$u_{22'} = \frac{d\Psi_2}{dt} = [200\sin(10t+30°) - 150e^{-5t}]\ \text{V}$$

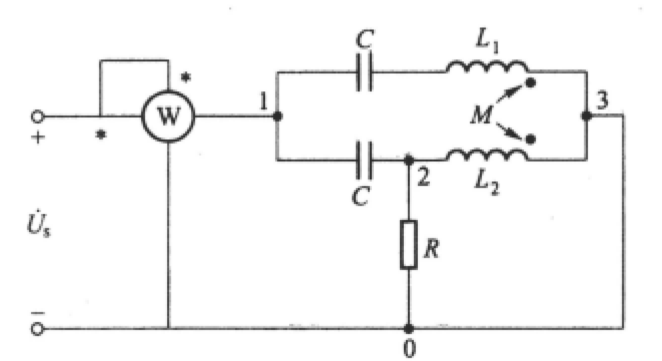
(直流磁通链不产生感应电压)

（3）耦合因数k为

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = 0.943$$

10-2 如图所示电路中，电压源的角频率为何值时，功率表W的读数为零。

解 功率表W读数为零时，端口1-0中电阻吸收的有功功率为0，则电阻R所在支路电流为0。



$$\dot{U}_{20} = \dot{U}_{23} = 0 \quad \text{且} \quad \dot{U}_{12} = \dot{U}_s$$

列写回路方程：

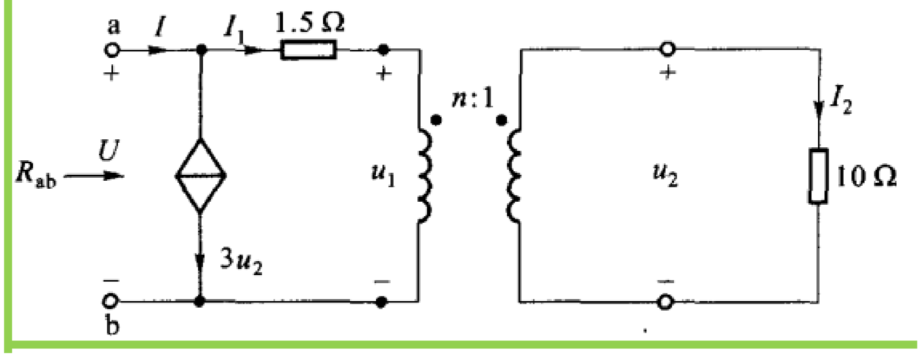
$$\begin{cases} \left(j\omega L_1 - j\dfrac{1}{\omega C}\right)\dot{I}_1 + j\omega M\dot{I}_2 = \dot{U}_s \\ j\omega M\dot{I}_1 + j\omega L_2\dot{I}_2 = \dot{U}_{23} = 0 \\ \dot{I}_2 = j\omega C\dot{U}_{12} = j\omega C\dot{U}_s \end{cases} \Rightarrow \quad \omega = \sqrt{\frac{L_2 + M}{C(L_1 L_2 - M^2)}}$$

讨论： (1) $C = 0, \dfrac{1}{\omega C} = \infty$，开路，此时功率表为零；$C = \infty, \dfrac{1}{\omega C} = 0$，短路，无解。

(2) $L_1 L_2 - M^2 = 0$，全耦合，无解。

(3) $\omega = 0$，直流，电容开路，功率表W为零。

10-3 **已知如图所示电路的输入电阻R_{ab}=0.25Ω，求理想变压器的变比n。**



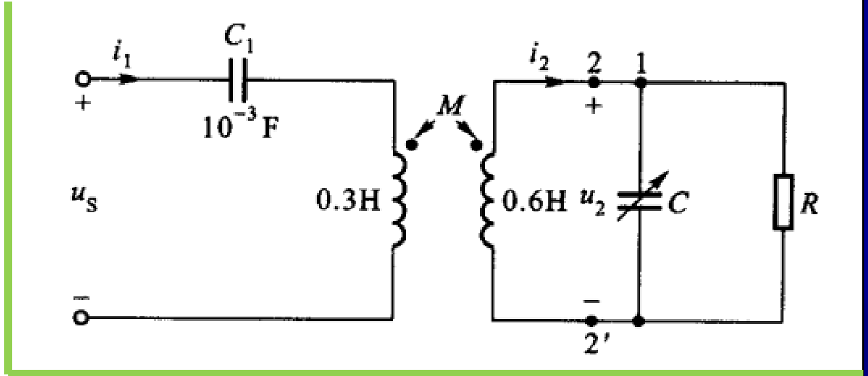
解 一端口内含有受控源和理想变压器，输入电阻用**端口置源法**求解，但与端口电压、电流幅值无关。

本题采用**推求法**，令I_2=n。

$$\left\{\begin{aligned} u_2 &= 10n \\ u_1 &= 10n^2 \\ I_1 &= n/n = 1\ \text{A} \\ 3u_2 &= 30n \\ U &= 1.5 + 10n^2 \\ I &= 1 + 30n \end{aligned}\right. \Rightarrow R_{eq} = 0.25 = \frac{U}{I} = \frac{1.5 + 10n^2}{1 + 30n} \Rightarrow n^2 - 0.75n + 0.125 = 0$$

解得：n=0.5或n=0.25。**取n=0.25为合理解。**

10-4 如图所示电路中，$C_1=10^{-3}$F，$L_1=0.3$H，$L_2=0.6$H，$M=0.2$H，$R=10\Omega$，$u_s=100\sqrt{2}\cos(100t-30°)$V，$C$可变动。试求$C$为何值时，$R$可获最大功率？并求出最大功率。



解 端口 $2-2'$ 用电压源 $\dot{U}_2$ 替代，列写网孔方程：

$$\begin{cases}\left(j\omega L_1 - j\dfrac{1}{\omega C_1}\right)\dot{I}_1 - j\omega M\dot{I}_2 = \dot{U}_s \\ -j\omega M\dot{I}_1 + j\omega L_2\dot{I}_2 = -\dot{U}_2\end{cases}$$

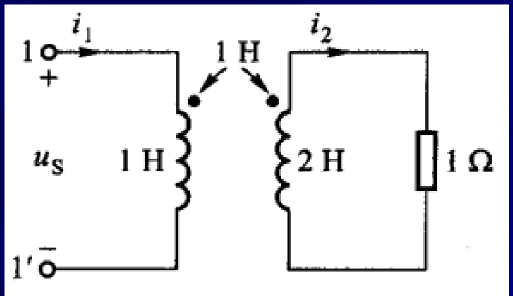
解得：$$\dot{I}_2 = \frac{1}{j40}\dot{U}_s - \frac{1}{j40}\dot{U}_2$$

诺顿等效电路的参数为：$\dot{I}_{sc} = \dfrac{1}{j40}\dot{U}_s = 2.5\angle -120°\ \text{A}$，$Y_{eq} = \dfrac{1}{j40} = -j0.025\ \text{S}$

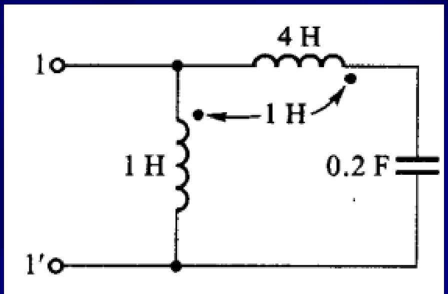
显然，当电路端口 $2-2'$ 并联接入RC电路后，端电压最大时，R获最大功率，满足：$$\omega C = 0.025,\ C = \frac{0.025}{\omega} = \frac{0.025}{100}\ \text{F} = 250\ \mu\text{F}$$

此时，$\dot{I}_{SC}$ 全部流入R，最大功率为 $P_{max} = (I_{sc})^2 R = 62.5\ \text{W}$

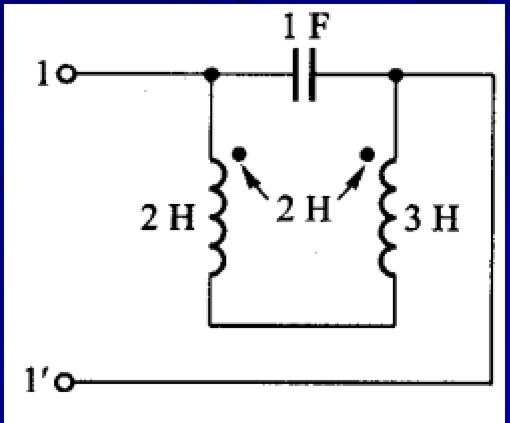
10-5 **求如图所示电路的输入阻抗$Z(\omega=1\text{rad/s})$。**



(a)



(b)



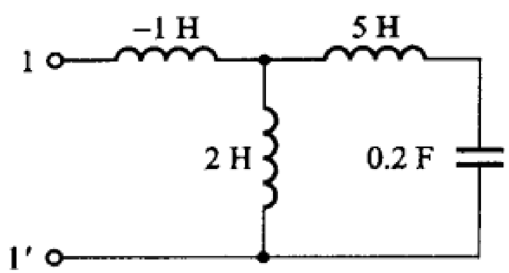
(c)

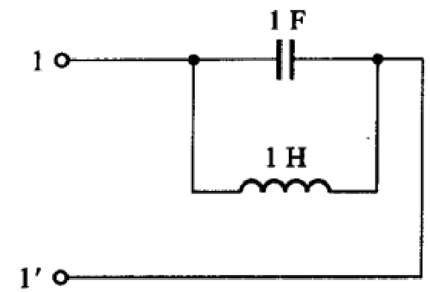
解 对图(a)用**置源法**求解，列写向量形式的网孔电流方程为：

$$\begin{cases} j\omega L_1\dot{I}_1 - j\omega M\dot{I}_2 = \dot{U}_s \\ -j\omega M\dot{I}_1 + (1 + j\omega L_2)\dot{I}_2 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad Z = \frac{\dot{U}_s}{\dot{I}_1} = j\omega L_1 + \frac{(\omega M)^2}{1 + j\omega L_2} = (0.2 + j0.6)\ \Omega$$

对图(b)、(c)用**去耦法**求解，分别绘制去耦等效电路如下：





图(b): $Z = -j1\ \Omega$

图(c): $Z = \infty$

11-1 *RLC*并联电路中*R*=10kΩ，*L*=1mH，*C*=0.1μF。求谐振频率 ω_0 、谐振电路品质因数Q和通频带的宽度BW。

解 电路谐振角频率：

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{10^{-3} \times 10^{-7}}} \text{ rad/s} = 10^5 \text{ rad/s}$$

*RLC*并联谐振电路的品质因数Q值为：

$$Q = \frac{1}{G}\sqrt{\frac{C}{L}} = 10^4\sqrt{\frac{10^{-7}}{10^{-3}}} = 100$$

带宽*BW*：

$$BW = \frac{1}{Q}\omega_0 = 10^3 \text{ rad/s}$$

11-2 RLC串联谐振时，已知BW=6.4kHz，电阻的功耗2μW，$u_S(t)=\sqrt{2}\cos(\omega_0 t)$mV 和C=400pF。求：$L$、谐振频率$f_0$和谐振时电感电压$U_L$。

解

$$\left\{\begin{aligned} & R=\frac{U_s^2}{P_R}=\frac{(10^{-3})^2}{2\times10^{-6}}\ \Omega=0.5\ \Omega \\ & BW=\frac{\omega_0}{2\pi Q} \\ & Q=\frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} \end{aligned}\right. \Rightarrow L=12.43\ \mu\mathrm{H}$$

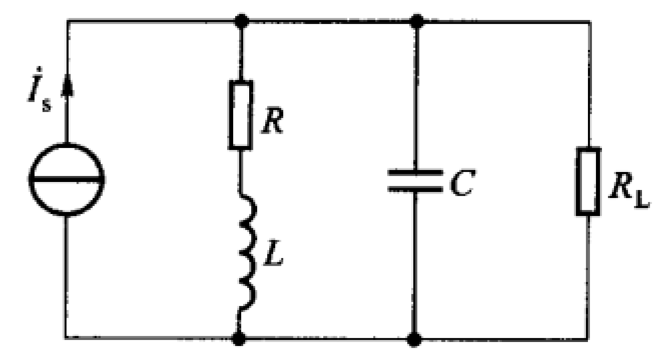
则：

$$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}=14.18\times10^6\ \mathrm{rad/s},\ f_0=2.26\ \mathrm{MHz}$$

$$U_L=QU_s=\frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}U_s=200\times1.763\ \mathrm{mV}=352.6\ \mathrm{mV}$$

11-3 **如图所示电路中，I_S=20mA，L=100μH，C=400pF，R=10Ω。求：电路谐振时的通带BW和R_L为何值时获最大功率，并求最大功率。**

解 如图所示电路在串联RL与C并联部分发生**并联谐振**时，有：



$$Y(\mathrm{j}\omega_0) = \mathrm{j}\omega_0 C + \frac{R}{|Z(\mathrm{j}\omega_0)|^2} - \mathrm{j}\frac{\omega_0 L}{|Z(\mathrm{j}\omega_0)|^2}$$

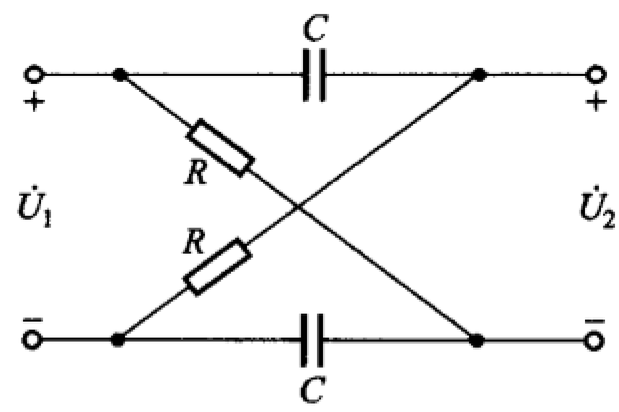
式中 $Z(\mathrm{j}\omega_0) = R + \mathrm{j}\omega_0 L$，谐振时满足：

$$\omega_0 C = \frac{\omega_0 L}{|Z(\mathrm{j}\omega_0)|^2}, \quad |Z(\mathrm{j}\omega_0)|^2 = \frac{L}{C}$$

则 $Y(\mathrm{j}\omega_0) = \dfrac{CR}{L} = G, R = \dfrac{L}{CR}$，即 $R_L = \dfrac{L}{CR}$ 时获最大功率，有：

$$P_{\max} = \left(\frac{1}{2}I_s\right)^2 R_L = \left(\frac{1}{2}\times 20\times 10^{-3}\right)^2 \times \frac{10^{-4}}{400\times 10^{-12}\times 10}\ \mathrm{W} = 2.5\ \mathrm{W}$$

11-4 **如图所示电路中，RC=1s。求：$\dfrac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}$ 和 $\dfrac{U_2}{U_1}-\omega$**



解 **列写分压公式：**

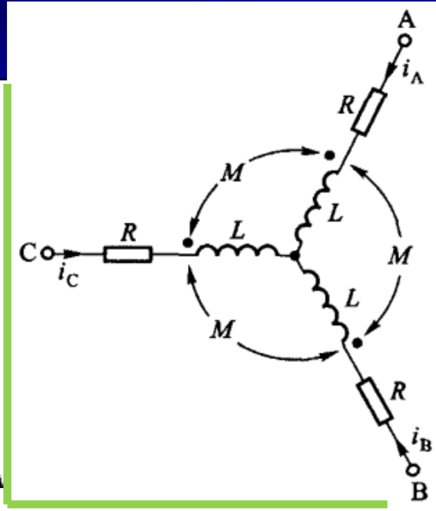
$$\dot{U}_2=\frac{\dot{U}_1 R}{R+\dfrac{1}{j\omega C}}-\frac{\dot{U}_1}{R+\dfrac{1}{j\omega C}}\cdot\frac{1}{j\omega C}=\frac{j\omega CR-1}{1+j\omega CR}\dot{U}_1$$

解得：

$$\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}=\frac{j\omega-1}{j\omega+1}\qquad \frac{U_2}{U_1}=1$$

全频域内信号都能不衰减传输到输出端口，与CR值无关。

12-1 **如图所示对称三相耦合电路接于对称三相电源，电源频率为50Hz，线电压U_1=380V，R=30Ω，L=0.29H，M=0.12H。求相电流和负载吸收的总功率。**



解：令对称三相星形A相电压 $\dot{U}_A=\dfrac{380}{\sqrt{3}}\angle 0°\ \text{V}=220\angle 0°\ \text{V}$，对称线电流为 $\dot{I}_A$、$\dot{I}_B$ 和 $\dot{I}_C$，计入互感电压后，有

$$\dot{I}_A(R+j\omega L)+j\omega M(\dot{I}_B+\dot{I}_C)=(R+j\omega L-j\omega M)\dot{I}_A$$

同理有 $(R+j\omega L-j\omega M)\dot{I}_B$，$(R+j\omega L-j\omega M)\dot{I}_C$，表明电路仍为星形对称三相负载，每相（线）的去耦等效阻抗 $Z_{eq}=(R+j\omega L-j\omega M)$。线电流计算如下：

$$\dot{I}_A=\frac{\dot{U}_A}{(R+j\omega L-j\omega M)}=\frac{220\angle 0°}{30+j53.38}\ \text{A}=3.593\angle -60.66°\ \text{A}$$

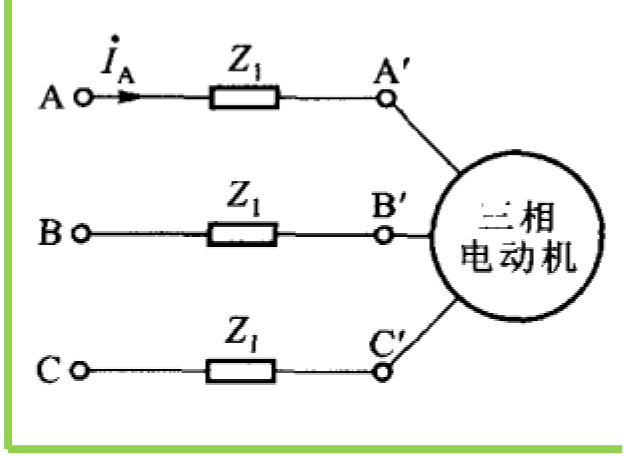
负载吸收的复功率 $\bar{S}_A$（A相）为

$$\bar{S}_A=\dot{U}_A\dot{I}_A^*=(387.29+j687.97)\ \text{V}\cdot\text{A}$$

三相负载吸收的总功率为

$$P=3\text{Re}[\bar{S}_A]=1\ 161.87\ \text{W}$$

12-2 如图所示对称三相电路中，$U_{A'B'}=380\ \text{V}$，三相电动机吸收的功率为1.4kW，其功率因数λ=0.866（滞后），Z_1=-j55Ω。求U_{AB}和电源端的功率因数 λ'。



解：$\varphi_Z=\arccos\lambda=30°$（阻抗角）

线电流 I_A 为

$$I_A=\frac{P}{\sqrt{3}U_{A'B'}\lambda}=\frac{1\ 400}{\sqrt{3}\times380\times0.866}\ \text{A}=2.456\ \text{A}$$

电动机吸收的无功功率 Q 为

$$Q=P\tan30°=808.29\ \text{var}$$

三相电动机吸收的复功率为

$$\bar{S}_d=(1\ 400+\text{j}808.29)\ \text{V}\cdot\text{A}$$

三相电路中阻抗 $-\text{j}55\ \Omega$ 吸收的无功功率 Q_C 为

$$Q_C=3\times I_A^2\times(-55)=-995.27\ \text{var}$$

三相电源发出的复功率 $\bar{S}_s$ 为

$$\bar{S}_s=\bar{S}_d+Q_C=(1\ 400-\text{j}186.98)\ \text{V}\cdot\text{A}\quad（过补偿）$$

电源端的功率因数 λ' 为

$$\varphi'_Z=\arctan\left(\frac{-186.98}{1\ 400}\right)=-7.61°（容性），\quad \lambda'=\cos\varphi'_Z=0.991$$

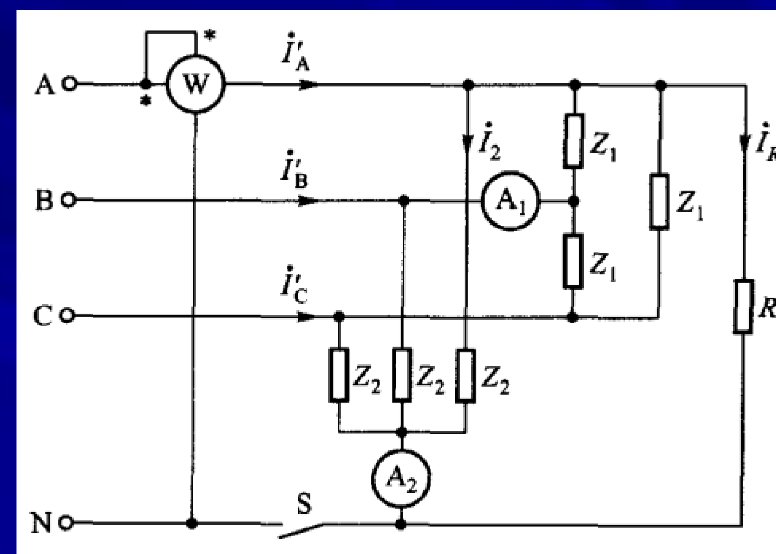
电源端的线电压 U_{AB} 为

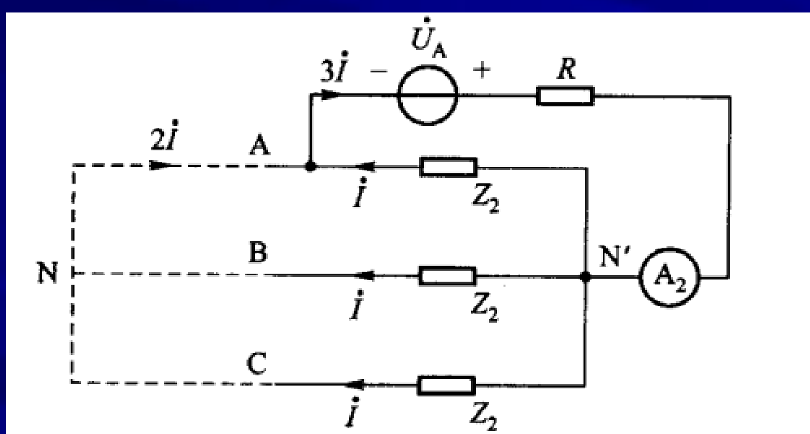
$$U_{AB}=\frac{P}{\sqrt{3}I_A\lambda'}=\frac{1\ 400}{\sqrt{3}\times2.456\times0.99}\ \text{V}=332.03\ \text{V}$$

12-3 如图所示三相（四线）制电路中，Z_1=-j10Ω，Z_2=(5+j12)Ω，对称三相电源的线电压为380V，图中电阻R吸收的功率为24200W（S闭合时），试求：

（1）开关S闭合时各表读数。根据功率表的读数能否求得整个负载吸收的总功率?

（2）开关S打开时图中各表的读数是否有变化，功率表读数有无意义。





题解图

解:(1) S 闭合时,电阻 R 跨接在 AN 端,即跨接在相电压 $\dot{U}_A$ 上,不影响负载端的对称性,但线电流 $\dot{I}'_A$ 中增加了 $\dot{I}_R$ 分量。

设一组对称星形电压源的 $\dot{U}_A = 220\angle 0^\circ$ V。图中各表的读数计算如下:

三角负载中的相电流为

$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{U}_{AB}}{Z_1} = \frac{380\angle 30^\circ}{-j10} \text{ A} = 38\angle 120^\circ \text{ A}$$

星形负载中的相电流为

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_A}{Z_2} = \frac{220\angle 0^\circ}{5+j12} \text{ A} = 16.92\angle -67.38^\circ \text{ A}$$

表 A_1:$\sqrt{3}\times 38$ A $=65.82$ A,表 A_2:0 A;表 W 的读数为

$$P = \mathrm{Re}[\dot{U}_A(\dot{I}_2 + \dot{I}_R + \sqrt{3}\dot{I}_{AB}\angle -30^\circ)^*]$$

从上式中括号内的表达式可以看出,它表示 A 相电源 $\dot{U}_A$ 发出的复功率,式中各项为

$$\mathrm{Re}[\dot{U}_A\dot{I}_2^*] = (16.92)^2\times 5 \text{ W} = 1\,431.43 \text{ W}$$

$$\mathrm{Re}[\dot{U}_A \dot{I}_R^*] = 24\ 200\ \mathrm{W}$$

$$\mathrm{Re}[\dot{U}_A \cdot \sqrt{3} I_{AB} \angle -90°] = 0$$

所以，表 W:25 631.43 W。则整个系统吸收的功率 P 为

$$P = 3\mathrm{Re}[\dot{U}_A \dot{I}_2^*] + 24\ 200 \approx 28\ 494.29\ \mathrm{W}$$

(2) S 打开时，电阻 R 跨接(经表 A_2)在星形负载 Z_2 的 A 相上。而对三角形无影响，所以表 A_1:65.82 A(不变)，而表 W 仍跨接在 $\dot{U}_A$ 电源上，仍表示 $\dot{U}_A$ 发出的功率，但读数发生了变化。跨接电阻 $R(=2\ \Omega)$后的状态等效于在原对称状态上叠加题解 12－11 图所示的状态。根据等效电路可解得

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_A}{3R + Z_2} = \frac{220\angle 0°}{6 + (5 + \mathrm{j}12)}\ \mathrm{A} = 13.51\angle -47.49°\ \mathrm{A}$$

则表 A_2:13.51 × 3 A = 40.53 A，而表 W 的读数为

$$P = \mathrm{Re}[\dot{U}_A(\dot{I}_2 + 2\dot{I})^*] = (1\ 431.43 + 4\ 017.51)\ \mathrm{W} = 5\ 448.94\ \mathrm{W}$$

可以证明：$3(P - 4\ 017.51) + \frac{3}{2} \times 4\ 017.51 = 3P - 1.5 \times 4\ 017.51 =$ 10 320.555 W 为整个电路吸收的功率，即 $\mathrm{Re}[3\dot{U}_A(\dot{I}_2 + \dot{I})^*]$。