Engenharia Mecatrônica

Problemas Mecatrônicos II - Relatório 1

Zeros de Funções | Amortecedor

Alexandre Barros,
11802989

São Carlos - SP
2021

1 Introdução

Para a primeira atividade da Matéria SEM-530 foi escolhido o tema de zeros de funções, o problema sugerido para a análise foi o caso de um amortercedor com molas inclinadas. Os objetivos da atividade são achar em que pontos a função que define a dinâmica do problema é igual a zero, ou seja, os pontos de equilíbrio e também avaliar a rigidez efetiva do amortecedor e como ela se comporta nos proximidades pontos de equilíbrio.

2 Métodos

Observando a Geometria do problema (Fig. 01) é possivel notar que para se aplicar o equilíbrio de forças na direção y é preciso fazer uma decomposição da força elástica. Dessa forma é possível notar que o ângulo vai ser uma função de u (o deslocamento vertical do amortecedor) e que a variação ΔL também é uma função de u. É notório então que esse problema vai resultar em uma função que não se acha o zeros de forma trivial, sendo assim uma motivação para aplicar os conhecimentos de Cálculo Númerico, para tal será usada a função 'fzero' do octave que conta com vários métodos de resolução de funções (bisseções, newton e etc) para a resolução da função não trivial.

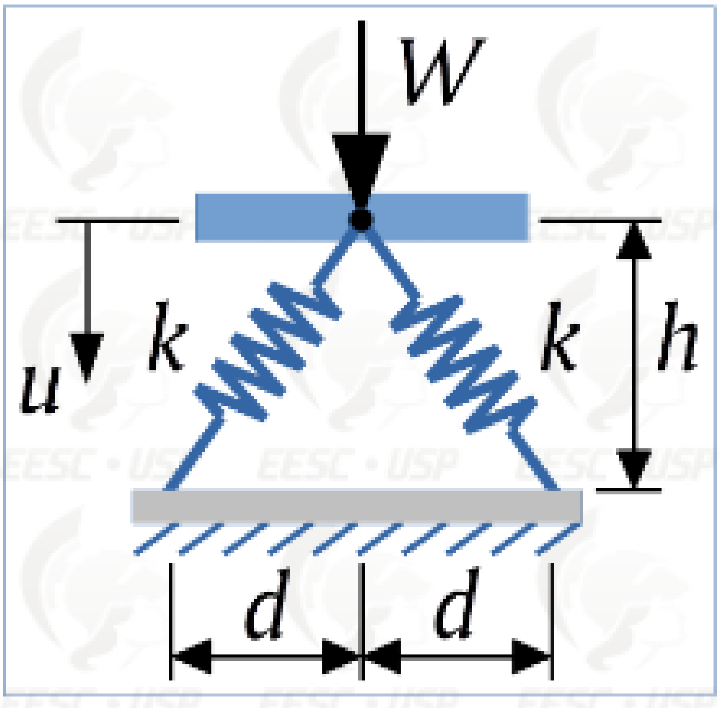


Figure 1: Geometria do Problema

$$F_{el} = -k\Delta L \quad (1)$$

$$F_{el} = k(l_o - l_f) \quad (2)$$

$$F_{ely} = F_{el} sen\theta \quad (3)$$

Fazendo portanto o somatório das Forças na direção Y, tem-se a seguinte equação,

$$\sum F_y = 0 \quad (4)$$

$$-W + 2F_{ely} = 0 \quad (5)$$

$$2k(l_o - l_f)sen\theta - mg = 0 \quad (6)$$

$$(7)$$

Onde,

$$l_o = \sqrt{d^2 + h^2} \quad (8)$$

$$l_f = \sqrt{d^2 + (h-u)^2} \quad (9)$$

$$sen\theta = \frac{h-u}{\sqrt{d^2 + (h-u)^2}} \quad (10)$$

Sendo assim a função de u que determina os pontos de equilíbrio do sistema é,

$$f(u) = 2k(\frac{0.5}{\sqrt{d^2 + (h-u)^2}} - 1)(h-u) - mg \quad (11)$$

Com a função determinada agora é possível usar a função 'fzero' do octave para a determinação dos zeros da função e plotagem do gráfico Força x Deslocamento, para tanto foi usado o seguinte código,

---

```
%% Variveis do Problema;


m = 180 + 89;

g = 9.81;

d = 0.2;
```

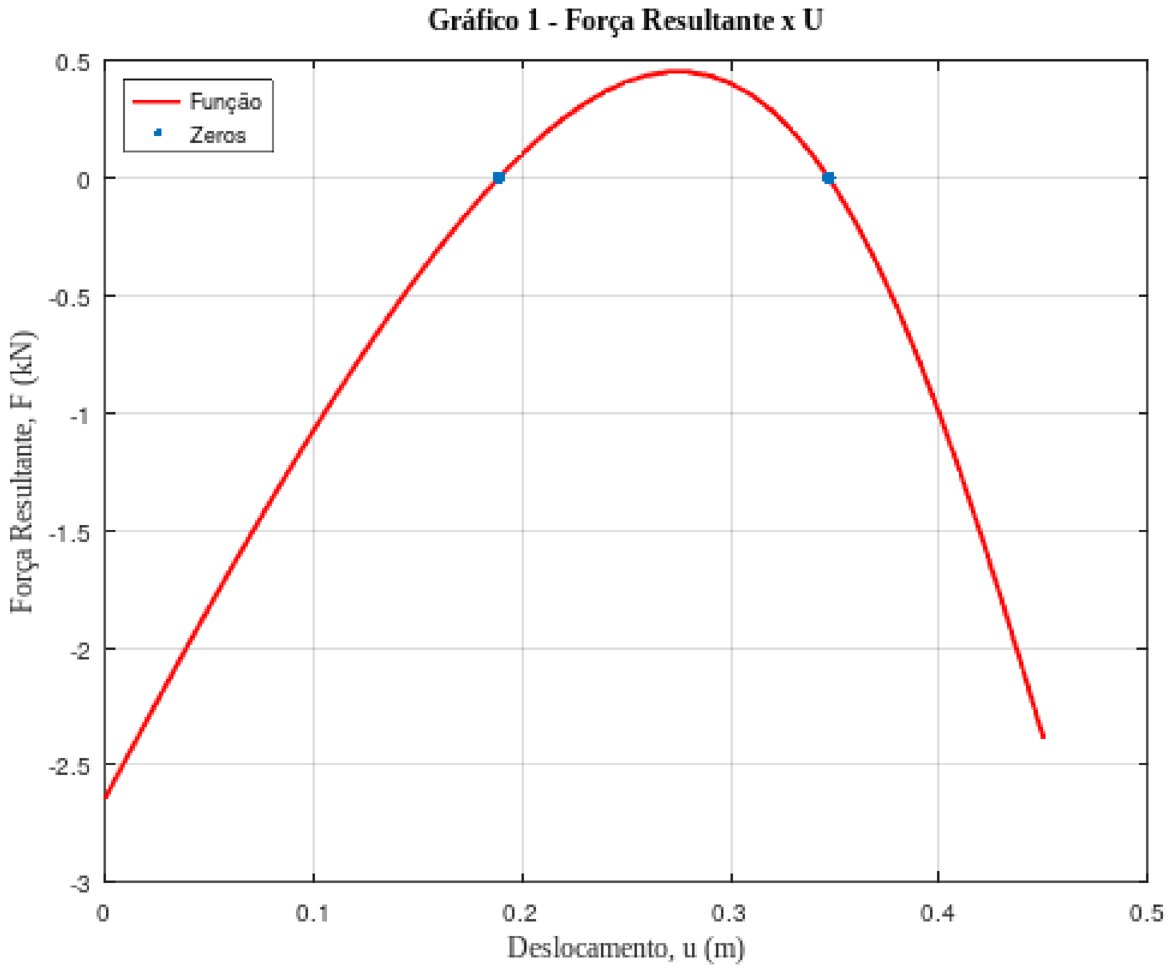
```
K = 10000;
h = sqrt(0.5*0.5 - 0.2*0.2);
u = [0:.01:h];

%%  Determinao  da  funo  do Problema
fun_u = @(x, m, g, K, d, h) (2 * K * (sqrt((d^2 + h^2)./(d^2 + (h - x).^2)) - 1).*(h -
    x) - m * g);
f = @(x) fun_u(x, m, g, K, d, h);

%% Razes  da  Funo  do Problema

u_eq = [fzero(f, 0.1), fzero(f, 0.4)]

%% Plot do Grfico

fig = figure();

plot(u, f(u)/1000, 'r-', 'LineWidth', 1.5);
hold on;
plot(u_eq, f(u_eq)/1000, '.', 'MarkerSize', 13);
title('Grfico 1 - Fora Resultante x U', 'FontName', 'Times', 'FontSize', 12)
xlabel('Deslocamento, u (m)', 'FontName', 'Times', 'FontSize', 12)
ylabel('Fora Resultante, F (kN)', 'FontName', 'Times', 'FontSize', 12)

legend(' Funo ', 'Zeros', 'Location', 'northwest')

grid on;
```

Os resultados desse código são os seguintes, para os pontos de equilíbrio:

$$u_{eq} = 0.1886m \tag{12}$$

$$u_{eq} = 0.3468m \tag{13}$$

E o Grágico 1,



Para a determinação do $K_{efetivo}$ é necessário imaginar que as duas molas oblíquas sejam substuídas por uma mola na vertical que varia em função de u, sendo assim a partir da Equação 3 temos que:

$$k_{ef}\Delta u = 2F_{ely} = 2F_{el}sen\theta \tag{14}$$

$$k_{ef} = \frac{2k(l_o - l_f)sen\theta}{u} \tag{15}$$

$$k_{ef} = 2k(\frac{0.5}{\sqrt{(d^2 + (h-u)^2}} - 1)(\frac{h}{u} - 1) \tag{16}$$

Assim a partir da Equação 16 é feito um segundo arquivo no octave com basicamente as mesmas rotinas anteriores, é calculado como o gráfico se comporta no intervalo útil para a análise e quais os valores de k_{ef} nos pontos de equilíbrio do problema.

```
%% Variveis do Problema;


m = 180 + 89;
```

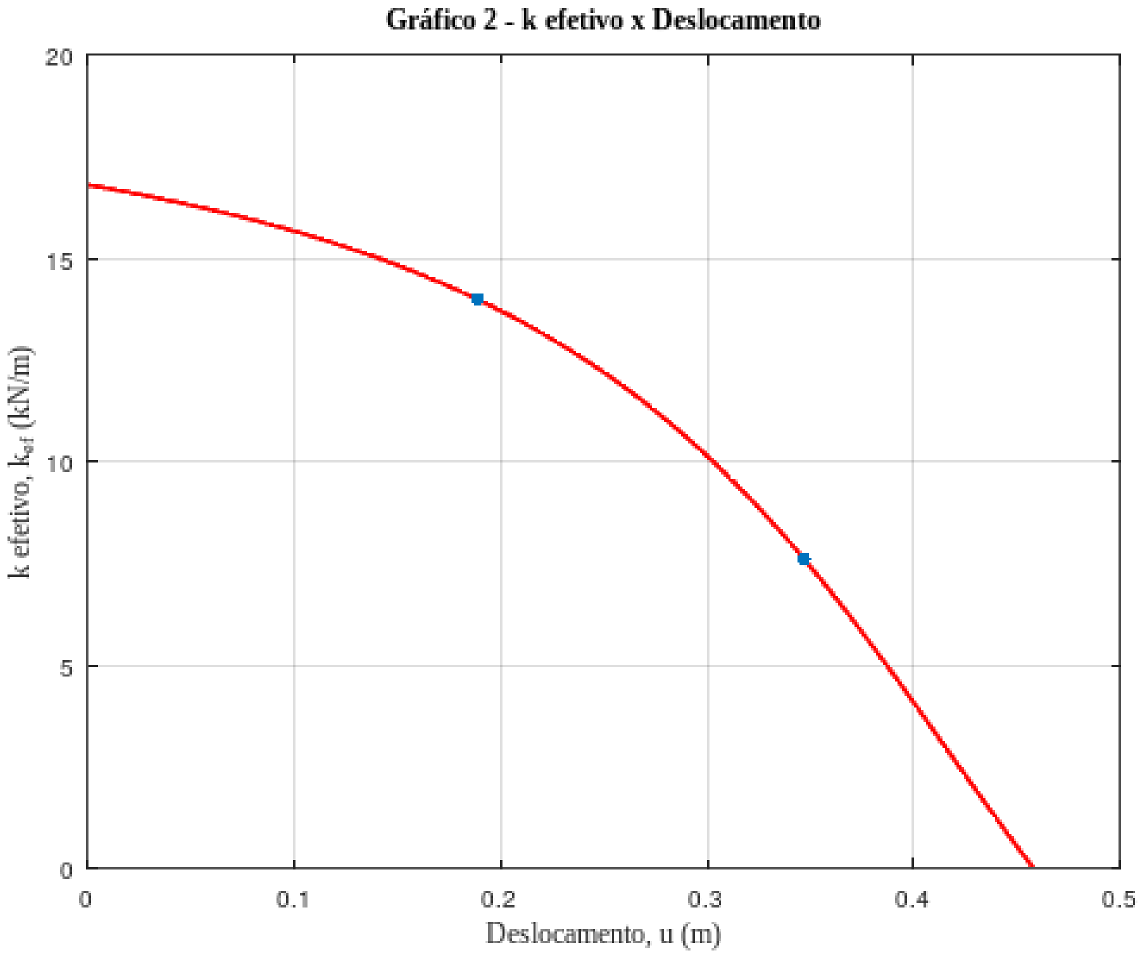
```
g = 9.81;
d = 0.2;
K = 10000;
h = sqrt(0.5*0.5 - 0.2*0.2);
u = [0:.001:h];

%%  Determinao  da  funo  do Problema

fun = @(u, m, g, K, d, h) (2 * K * (sqrt((d^2 + h^2)./(d^2 + (h - u).^2)) - 1) .*
    (((h./u) - 1)));

kef = @(u) fun(u, m, g, K, d, h);

%% Pontos de Equilbrio
u_eq = [0.1886, 0.3468];

k_eq = kef(u_eq)

%% Plot do Grfico

fig = figure();
plot(u, kef(u)/1000, 'r-', 'LineWidth', 1.5);
hold on;
plot(u_eq, kef(u_eq)/1000, '.', 'MarkerSize', 13);

title('Grfico  2 - k efetivo x Deslocamento', 'FontName', 'Times', 'FontSize', 12);
xlabel('Deslocamento, u (m)', 'FontName', 'Times', 'FontSize', 12);
ylabel('k efetivo, k_{ef} (kN/m)', 'FontName', 'Times', 'FontSize', 12);

grid on;
```

E com esse código se chegou nesses resultados, para o k_{ef} nos pontos de equilíbrio:

$$k_{ef} = 13.992 \quad kN/m \tag{17}$$

$$k_{ef} = 7.6091 \quad kN/m \tag{18}$$

E o Gráfico 2 tem essa forma:



3 Conclusão

A primeira atividade trouxe a importância de se usar métodos numéricos na resolução de problemas com raízes não triviais, nesse caso foi usada a função 'fzero' do octave que conta com um algoritmo que une diversos métodos para se achar a raiz do problema. Também foi mostrada a importância do Gráfico e como plotar um gráfico com as ferramentas que o Octave oferece, o gráfico foi útil para se determinar os pontos de início da função 'fzero'. O problema também mostrou a importância de uma análise da física do problema, uma vez que a Equação (11) que define o equilíbrio em função de u apresenta um raiz próxima de 1.1 porém e necessário observar que é fisicamente impossível se obter um $u > 0.5m$ sendo assim foi definido o intervalo.