Engenharia Mecatrônica

Problemas Mecatrônicos II - Relatório 4

EDO 1ª Ordem | Dinâmica

Alexandre Barros,
11802989

São Carlos - SP
2022

1 Introdução

A quarta atividade de Problemas Mecatrônicos trabalha com o tema de Aproximação Numérica de EDO's de 1ª ordem para um sistema dinâmico que está executando uma trajetória em forma de cardioide, para resolver a dinâmica desse movimento é preciso recorrer as coordenadas cilíndricas e dessa forma é possível obter uma EDO de primeira ordem em tal que: $\dot{\theta} = f(\theta, t)$. No entanto essa EDO formada não possui solução trivial, sendo assim é necessário o uso do Octave e usar uma das funções que determinam as soluções de uma EDO com algoritmos de aproximação numérica, a função 'ode45' usada na resolução do problema usa uma variante do método Runge-Kutta.

2 Métodos e Resultados

O problema em questão é dado pela Figura 1, sendo assim é possível observar as variáveis do sistema, como o raio, θ e a velocidade. Sendo essas duas últimas, dada por:

$$r(\theta) = 0.6 - 0.4cos\theta \ m \tag{1}$$

$$v(t) = 0.05(100 + N)(100 - t)10^{-3} \ \frac{m}{s} \tag{2}$$

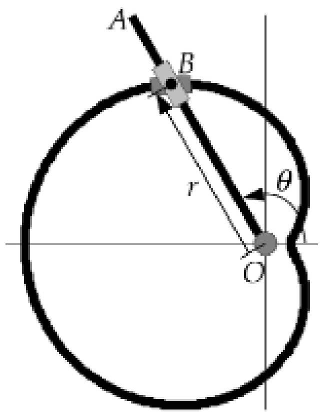


Figura 1: Geometria do Problema

Onde N é os dois últimos números do nUsp do aluno, nesse caso N = 89, portanto a Equação (2) é:

$$v(t) = 9.45(100 - t)10^{-3} \ \frac{m}{s} \tag{3}$$

Partindo paras as coordenadas complexas tem-se que:

$$v^2 = \dot{r} + r^2\dot{\theta}^2$$

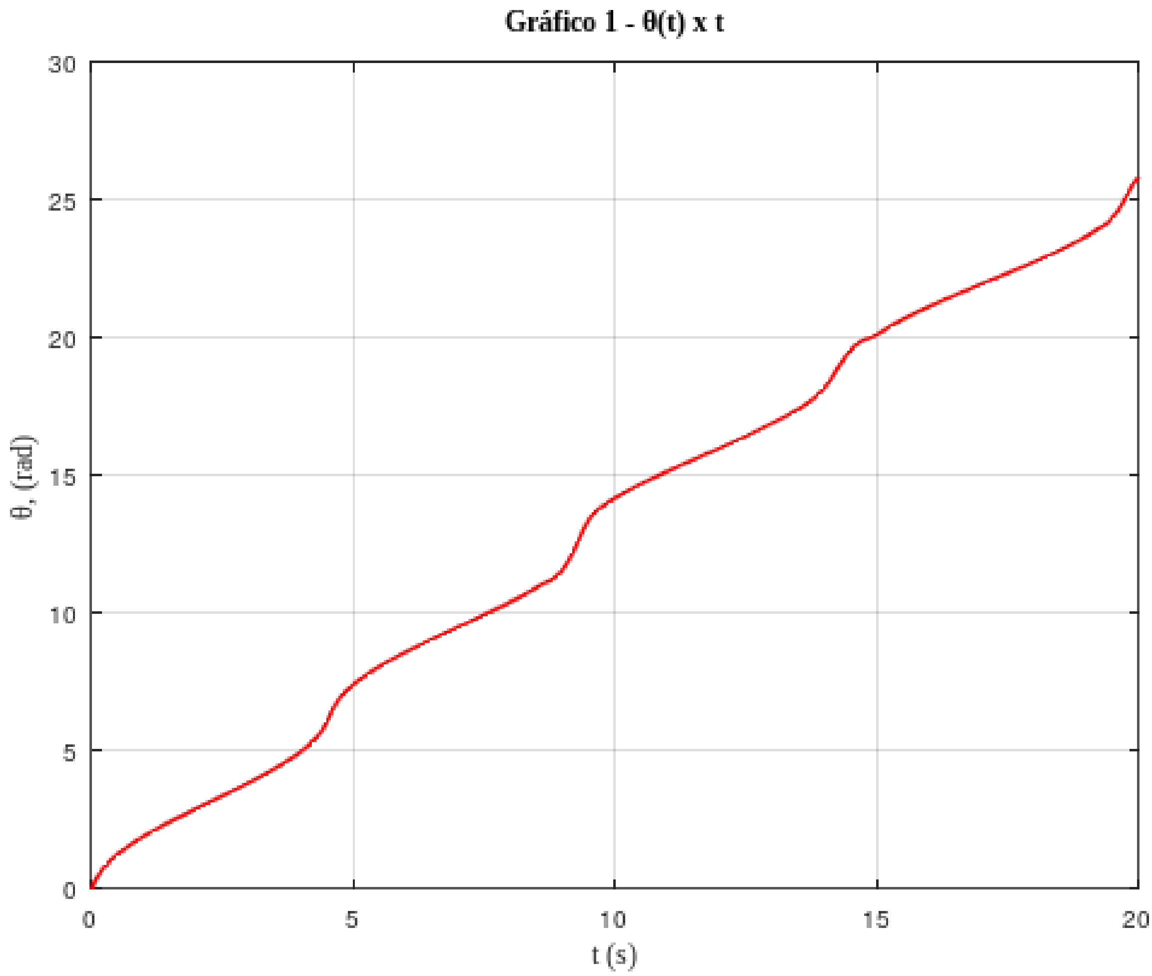
$$\frac{dr}{dt} = \frac{dr}{d\theta}\frac{d\theta}{dt}$$

$$\dot{r} = (0.4sen\theta)\dot{\theta}$$

$$v^2 = \dot{\theta}^2[(0.4sen\theta)^2 + r^2]$$

$$\dot{\theta} = \frac{v(t)}{\sqrt{(0.4sen\theta)^2 + r(\theta)^2}} \tag{4}$$

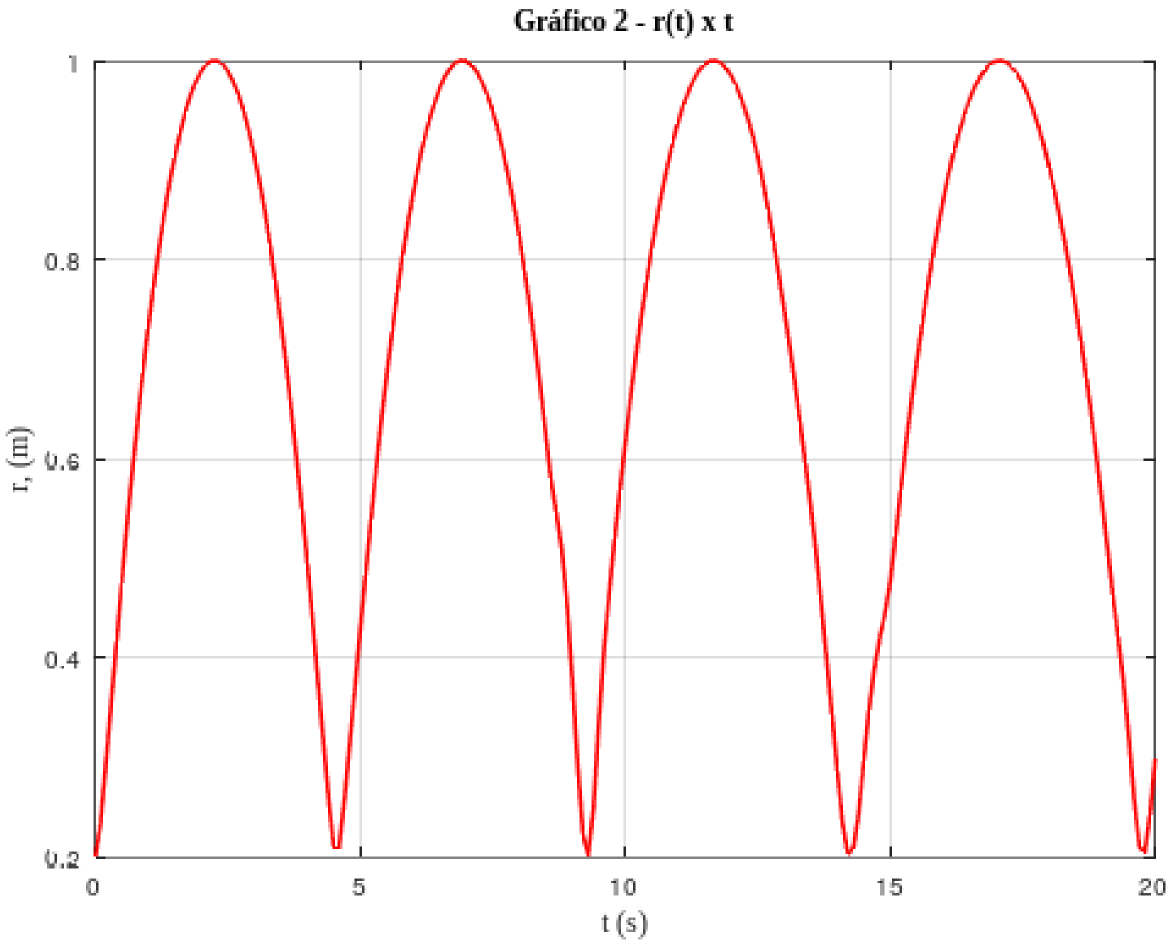
Dessa forma, tem-se definida a edo $\dot{\theta} = f(\theta, t)$, e para se determinar a solução numérica dela é usada a função 'ode45' do Octave, e com os retornos dessa equação é possível formar o primeiro gráfico solicitado, θ pelo tempo.



Então é pedido um gráfico para a evolução do raio com o tempo, mas da Equação 1 o que se tem é $r(\theta)$ é necessário fazer uma função composta tal que:

$$r(t) = r(\theta(t)) \tag{5}$$

E a evolução do Raio é dada pelo Gráfico 2, abaixo.



Outros quatro gráficos foram solicitados, $\dot{\theta}(t)$, $\dot{r}(t)$, $r(\theta)$ e $v(t)$, e as funções que definem esses gráficos já foram determinadas durante a dedução da Equação 4, e os resultados estão a seguir:

Gráfico 3 - dθ/dt x t

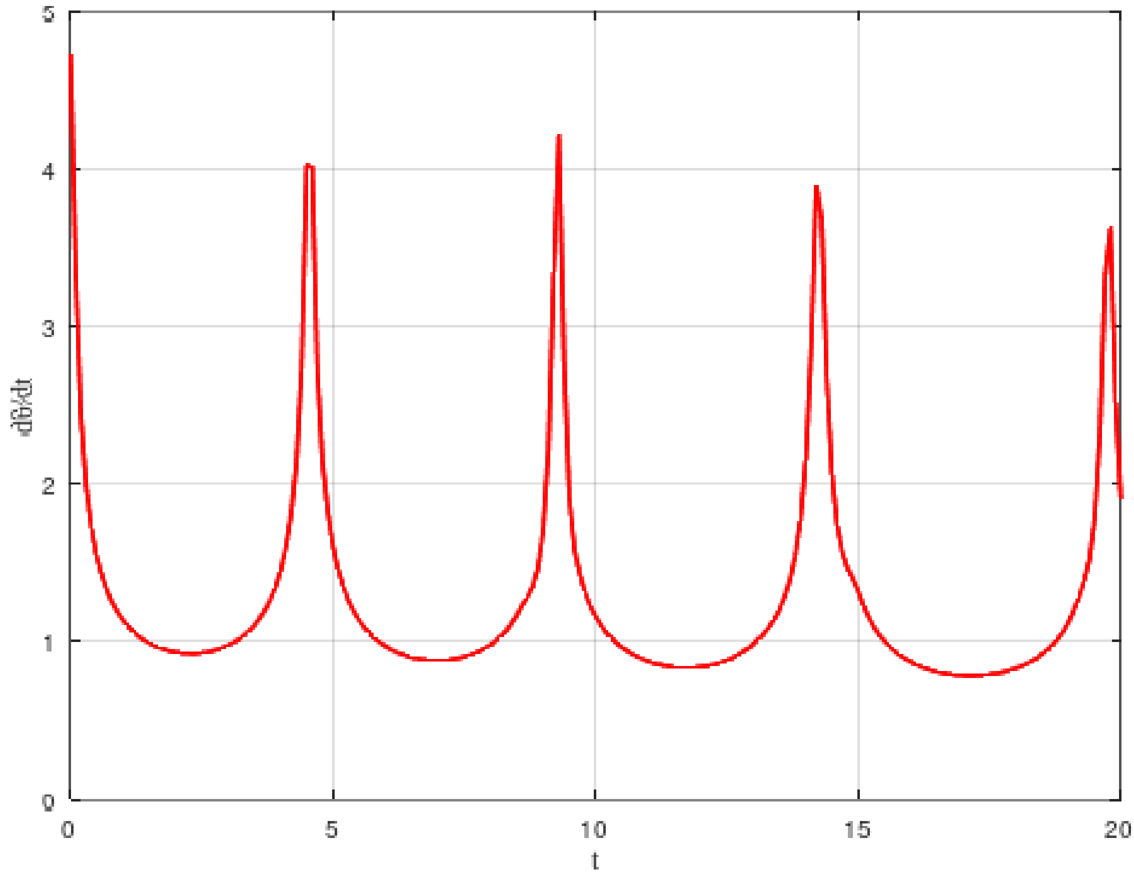
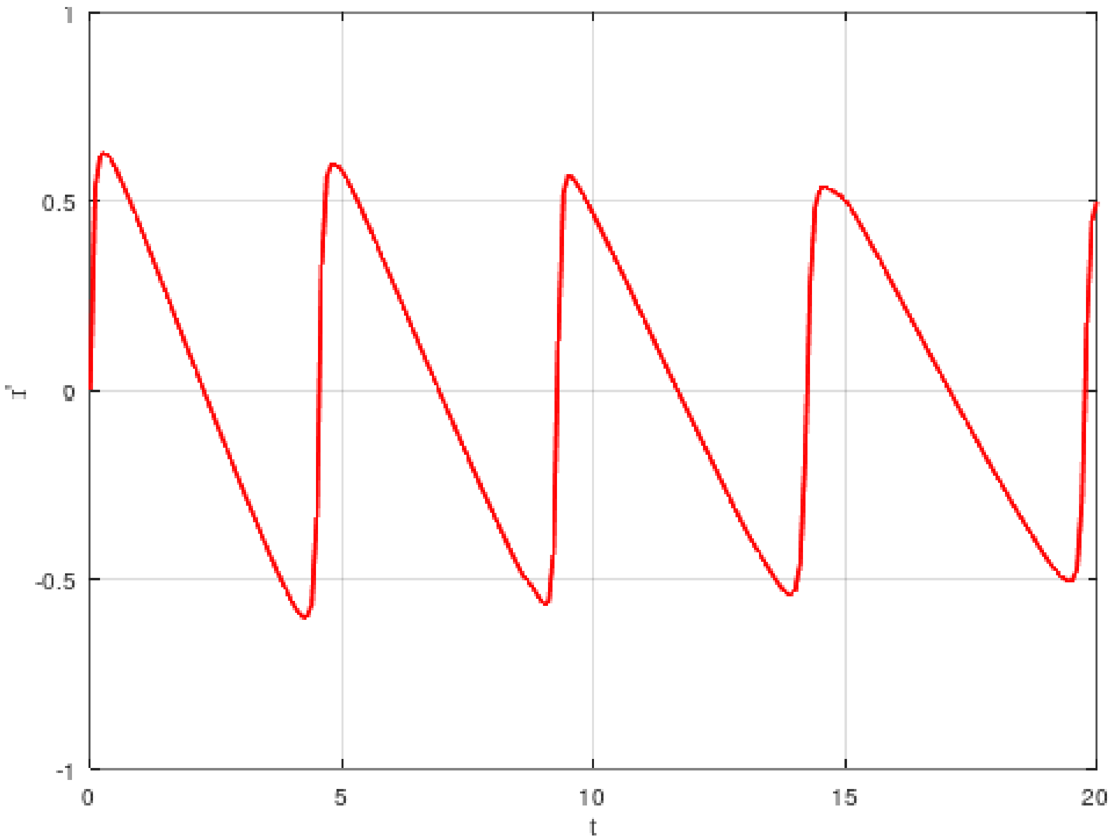


Gráfico 4 - r' x t



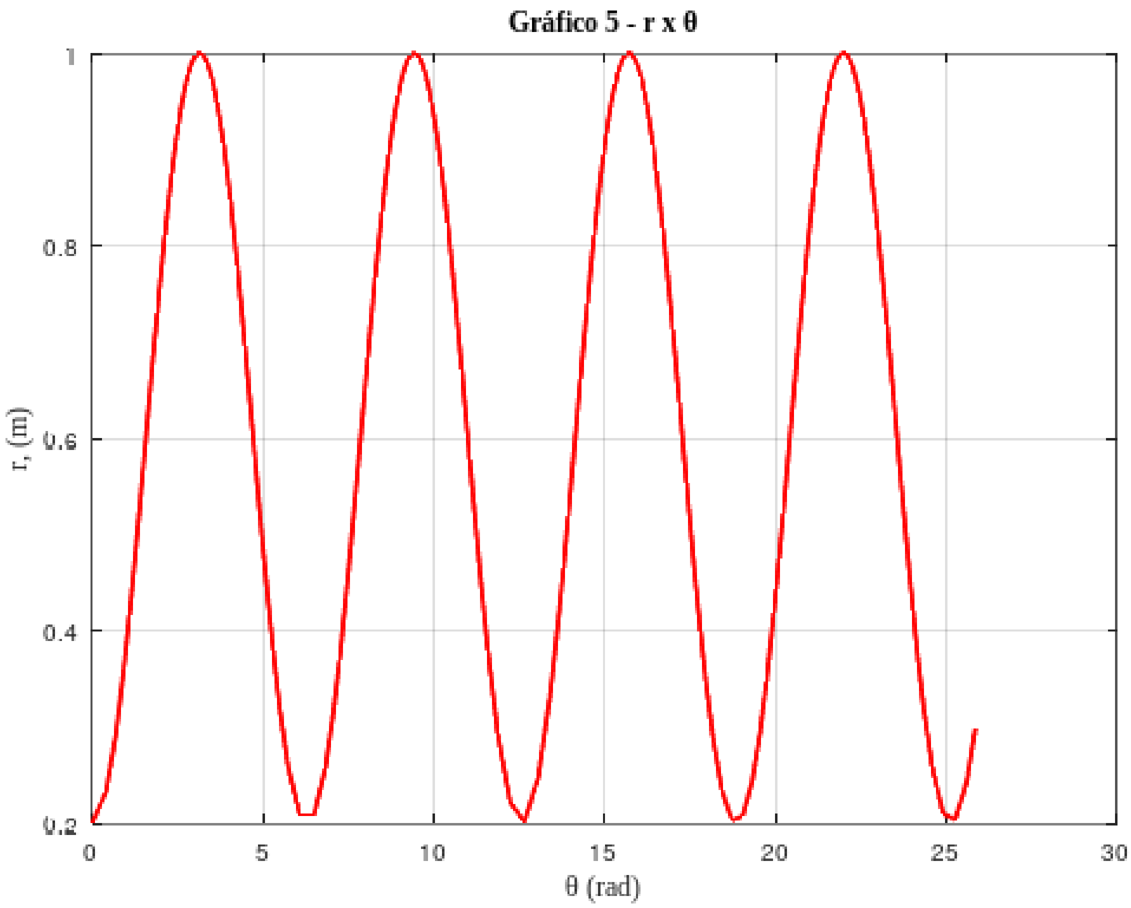


Gráfico 5 - r x θ
r, (m)
θ (rad)
0.2
0.4
0.6
0.8
1
0
5
10
15
20
25
30

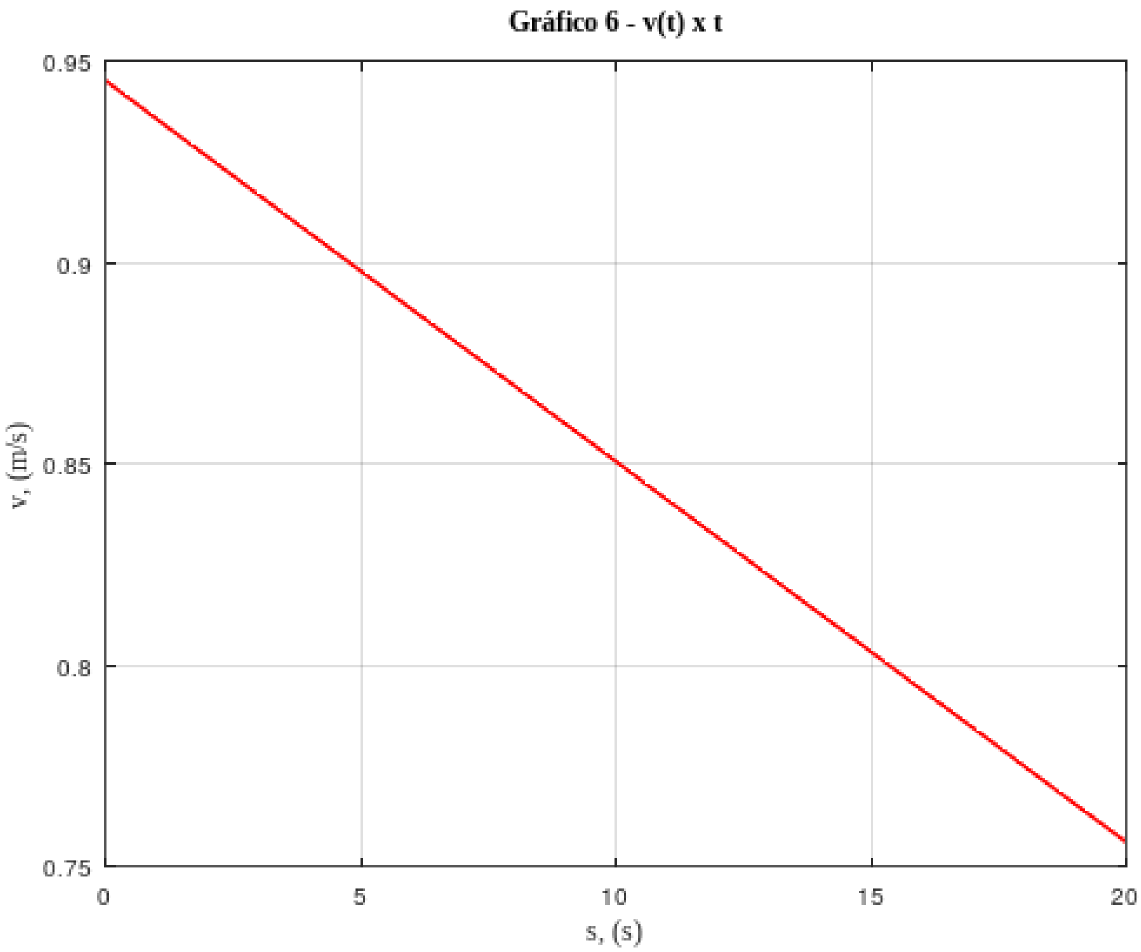


Gráfico 6 - v(t) x t
v, (m/s)
s, (s)
0.75
0.8
0.85
0.9
0.95
0
5
10
15
20

Por fim a última questão é quanto tempo o sistema leva para das 3 voltas, ou seja, $\theta(t_x) = 6\pi$, usando o método 'find' é determinado então que o tempo é de $t_x = 14.2s$.

```
set(0, 'defaultTextInterpreter', 'tex');
# Alexandre Barros de Araujo
# nUsp = 11802989
N = 89;

#Funcoes Iniciais do Problema;

v_t = @(t) ((0.05*10^-3))*(100+N).*(100-t);
r_o = @(o) (0.2*(3 - 2.*cos(o)));

# Modelagem do Problema: Theta'

dodt = @(t, o) ((v_t(t))./(sqrt((0.4.*sin(o)).^2 + (r_o(o)).^2)));

ti = 0;
tf = 20;
dt = 0.1;
[tw, ow] = ode45(dodt, [ti:dt:tf], [0]);

arr = find(ow < 6*pi)(end);

disp("Tempo de trs voltas: ");
tw(arr)

# Grafico theta(t)

figure(1);

plot(tw, ow, 'r-', 'LineWidth', 1.3);
hold on;
title('Grfico 1 - \theta(t) x t', 'FontName', 'Times', 'FontSize', 12)
xlabel('t (s)', 'FontName', 'Times', 'FontSize', 12)
ylabel('\theta, (rad)', 'FontName', 'Times', 'FontSize', 12)
grid on;
```

```
# Grafico r(t)

figure(2);

plot(tw, r_o(ow), 'r-', 'LineWidth', 1.3);
hold on;
title('Grfico 2 - r(t) x t', 'FontName', 'Times', 'FontSize', 12)
xlabel('t (s)', 'FontName', 'Times', 'FontSize', 12)
ylabel('r, (m)', 'FontName', 'Times', 'FontSize', 12)
grid on;

# Grafico dodt(t)

figure(3);

plot(tw, dodt(tw, ow), 'r-', 'LineWidth', 1.3);
hold on;
title('Grfico 3 - d\theta/dt x t', 'FontName', 'Times', 'FontSize', 12)
xlabel('t', 'FontName', 'Times', 'FontSize', 12)
ylabel('d\theta/dt', 'FontName', 'Times', 'FontSize', 12)
grid on;

# Grafico r'(t)

drdt = @(o, t) (0.4.*sin(o).*dodt(t, o));

figure(4);

plot(tw, drdt(ow, tw), 'r-', 'LineWidth', 1.3);
hold on;
title("Grfico 4 - r' x t", 'FontName', 'Times', 'FontSize', 12)
xlabel('t', 'FontName', 'Times', 'FontSize', 12)
ylabel("r'", 'FontName', 'Times', 'FontSize', 12)
grid on;

# Grafico r x o
```

```
figure(5);

plot(ow, r_o(ow), 'r-', 'LineWidth', 1.3);
hold on;
title('Grfico 5 - r x \theta', 'FontName', 'Times', 'FontSize', 12)
xlabel('\theta (rad)', 'FontName', 'Times', 'FontSize', 12)
ylabel('r, (m)', 'FontName', 'Times', 'FontSize', 12)
grid on;

# Grafico r x o

figure(6);

plot(tw, v_t(tw), 'r-', 'LineWidth', 1.3);
hold on;
title("Grfico 6 - v(t) x t", 'FontName', 'Times', 'FontSize', 12)
xlabel('s, (s)', 'FontName', 'Times', 'FontSize', 12)
ylabel('v, (m/s)', 'FontName', 'Times', 'FontSize', 12)
grid on;
```

3 Conclusão

A quarta prática trouxe a aplicação das aulas de cálculo numérico relacionadas a aproximação numérica de edos de primeira ordem, no caso o método usado foi uma das variantes do Runge-Kutta que se encontra dentro a função 'ode45'. Pode se notar aplicações das Aulas de Dinâmica com as coordenadas cilíndricas para se determinar a equação que regia o sistema e com auxílio do Octave resolver para que tempo o sistema daria 3 voltas. E mais uma vez pode ser observada a importância dos gráficos para a solução do problema, por vezes alguns dos gráficos mostrava um resultado inconsistente com a física do problema o que levava a um refatoração do código e um novo resultado condizente.