Engenharia Mecatrônica

Problemas Mecatrônicos II - Relatório 2

Aproximação de Integrais | Cinemática

Alexandre Barros,
11802989

São Carlos - SP
2022

1 Introdução

A segunda atividade de Problemas Mecatrônicos trabalha o tema de aproximação de integrais, a partir de um método numérico e usando uma função do Octave para isso, o caso estudado foi de cinemática um veículo em trajetória circular e dada a aceleração em função do espaço o objetivo então é obter outras relações como o gráfico V x s, A x s e o tempo que o veículo leva para andar de 0 a 20m.

2 Métodos e Resultados

O problema em questão é dado pela Figura 1, nele é possivél notar que se trata de um movimento circular de raio r, que foi dado e é de 100m. A aceleração tangencial do problema também foi dada e ela é definada pela fórmula:

$$a_t = (4 - 0.01s^2)\ \frac{m}{s^2} \tag{1}$$

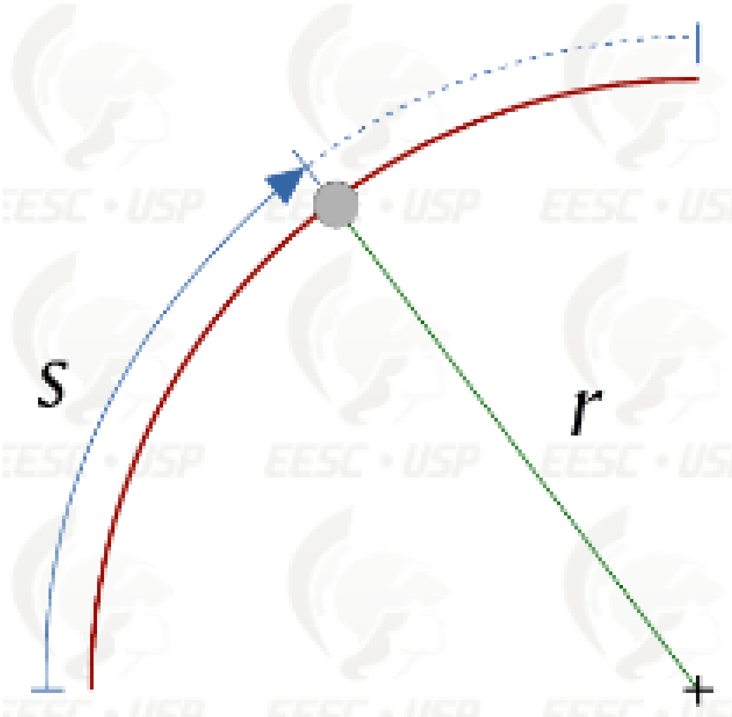


Figura 1: Geometria do Problema

Então partindo dessas informações a primeira infprmação que é possível determinar é a velocidade do veículo, para isso basta usar a relação $a = v\frac{dv}{dx}$, sendo assim a equação se desenvolve da seguinte forma:

$$ads = vdv$$

Integrando essa equação nos limites convenientes:

$$\int_0^s (4 - 0.01s^2)ds = \int_{v_o}^{v} vdv$$

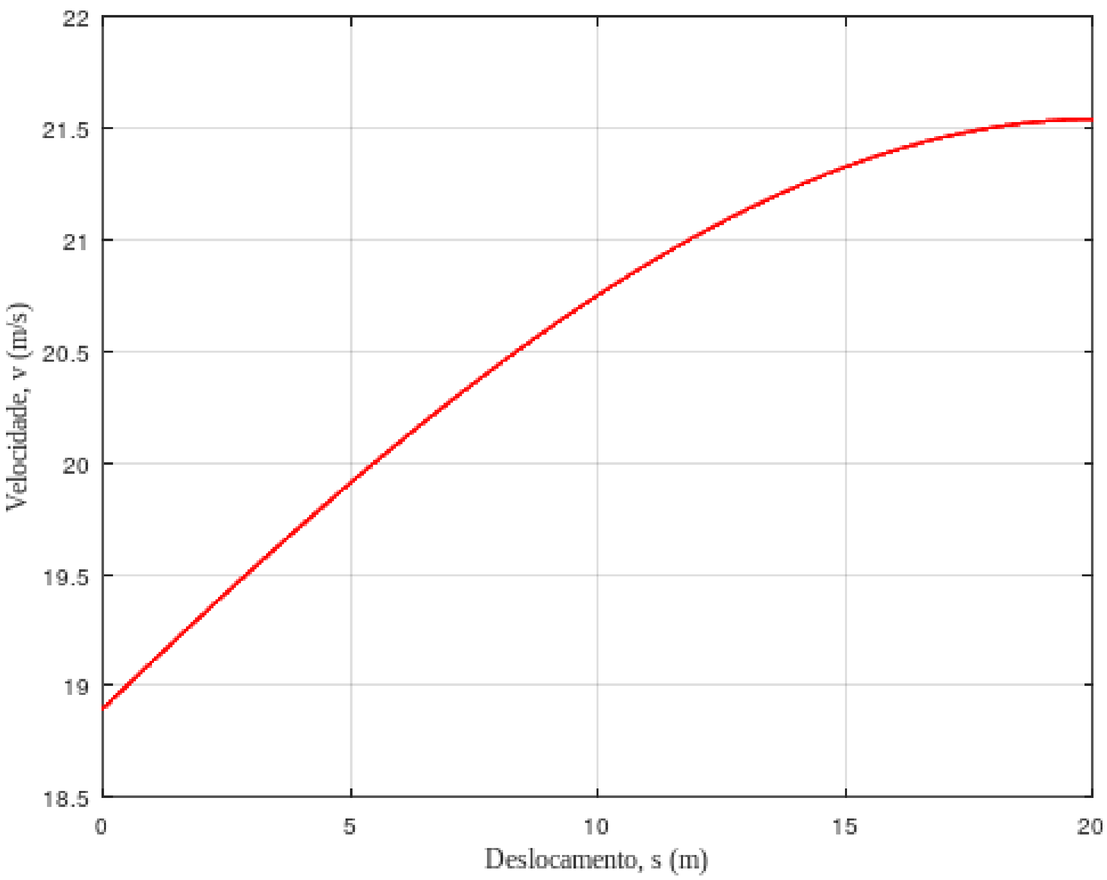
$$4s - \frac{0.01}{3}s^3 = \frac{v^2}{2} - \frac{v_o^2}{2}$$

$$v^2 = -\frac{0.02}{3}s^3 + 8s + v_o^2$$

$$v = \sqrt{-\frac{0.02}{3}s^3 + 8s + v_o^2}\ (\frac{m}{s}) \tag{2}$$

Agora a partir da Equação 2 é possível usar o Octave e definir essa função no código e usar as opções de plotagem e se obter o Gráfico Velocidade x Deslocamento. Vale ressaltar que a v_o é dada por uma equação em função dos dois últimos números do número Usp, portanto $v_o = 10 + 0.1 \cdot 89 = 18.9\ m/s$.

Gráfico 1 - Velocidade x Deslocamento



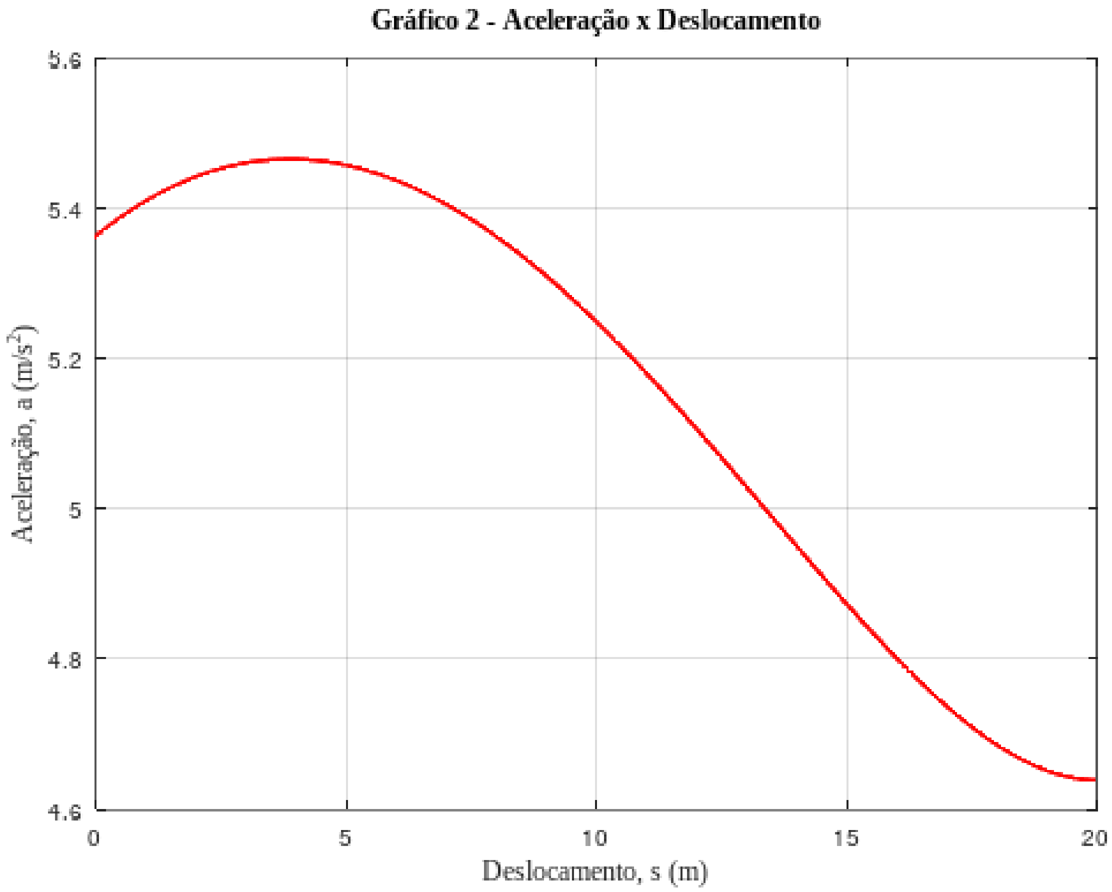
Sendo o Gráfico 1 o resultado da primeira parte da prática, e mostra como a Velocidade tá se comportando em função do deslocamento e para 20m a velocidade vale: $v(20) = 21.538\ m/s$. Para a segunda parte é determinar o módulo da aceleração em função do espaço. Temos que o módulo da acelação é dado por:

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$

Onde $a_n = \frac{v^2}{r}$ e a_t e v são as Equações 1 e 2. Desenvolvendo a relação então:

$$a = \sqrt{(4 - 0.01s^2)^2 + \left(-\frac{0.02}{3}s^3 + 8s + v_o^2\right)^2}\ (\frac{m}{s^2}) \tag{3}$$

Implementando essa função no Octave tem-se o seguinte o gráfico:



O Gráfico 2 mostra como o módulo da acelereção se comporta nesse movimento e a aceleração em 20m vale: $a(20) = 4.6388\ m/s^2$.

A última parte da prática é determinar em quantos segundos o veículo percorre os 20m, para tanto é nessário usar as seguintes relações:

$$v = \frac{ds}{dt} \rightarrow dt = \frac{ds}{v}$$

Integrando dentro dos limetes convenientes para a questão, temos:

$$\int_0^t dt = \int_0^{20} \frac{1}{v} ds$$

Porém note que essa integral não é trivial e que para ser feita, portanto é usada a função 'quad' no Octave que usa a Regra do Simpson para aproximar o valor dessa integral. E o resultado obtido é de $t(20) = 0.9737\ s$

O Código e as implementação das funções estão descritas a seguir:

```
## Variaveis do Problema


r = 100;

s = [0:0.01:20];

v_0 = (10 + 0.1*89);


## Equacao que rege o problema


a_t = (4 - 0.01 * s.^2);


## Velocidade


v_t = @(s, v_0) (sqrt(((-0.02/3) * s.^3) + 8 * s + v_0^2));

f = @(s) v_t(s, v_0);


f(20)


fig = figure(1);


plot(s, f(s), 'r-', 'LineWidth', 1.5);

hold on;

title('Grfico 1 - Velocidade x Deslocamento', 'FontName', 'Times', 'FontSize', 12)

xlabel('Deslocamento, s (m)', 'FontName', 'Times', 'FontSize', 12)

ylabel('Velocidade, v (m/s)', 'FontName', 'Times', 'FontSize', 12)

hold off;
```

```
grid on;

## Aceleracao

fig = figure(2);

g = @(s) sqrt((4 - 0.01 * s.^2).^2 + (f(s).^2).^2 ./ 100^2);

plot(s, g(s), 'r-', 'LineWidth', 1.5);
hold on;
title('Grfico 2 -  Acelerao  x Deslocamento', 'FontName', 'Times', 'FontSize', 12)
xlabel('Deslocamento, s (m)', 'FontName', 'Times', 'FontSize', 12)
ylabel(' Acelerao , a (m/s^2)', 'FontName', 'Times', 'FontSize', 12)
hold off;
grid on;

g(20)

## Tempo Necessario

h = @(s) 1./f(s);

temp = quad(h, 0, 20)
```

3 Conclusão

A segunda prática mostrou a importância de usar aproximações numéricas para se chegar no resultado de integrais não triviais, e para isso no Octave tem-se duas formas de fazer isso a função 'trapz' ou 'quad' que usam métodos diferentes para calcular o valor da integral. Também foi usado o Octave para plotar os gráficos e avaliar o comportamento do veículo no intervalo de 0 a 20m, e calcular a velocidade e aceleração ao final desse intervalo. Essa prática evidencia mais uma vez como os métodos numéricos são úteis para a solução de problemas físicos com descrições não triviais.