

Árvores-B: Remoção

Anderson Canale Garcia

Material gentilmente cedido por:
Cristina D. Aguiar

Premissas

- Toda (inserção/)**remoção** começa com uma pesquisa/busca
 - Toda (inserção/)**remoção** somente pode ocorrer em um nó folha
 - Toda pesquisa começa pelo nó raiz
-

Definição Formal (3/3)

- Árvore-B com ordem m
 - cada página possui um máximo de m descendentes
 - cada página, exceto a raiz e as folhas, possui no mínimo $\lceil m/2 \rceil$ descendentes → taxa de ocupação
 - a raiz possui pelo menos 2 descendentes, a menos que seja um nó folha
 - todas as folhas aparecem no mesmo nível
 - uma página interna com k descendentes contém $k-1$ chaves
 - uma folha possui no mínimo $\lceil m/2 \rceil - 1$ chaves e no máximo $m - 1$ chaves → taxa de ocupação
-

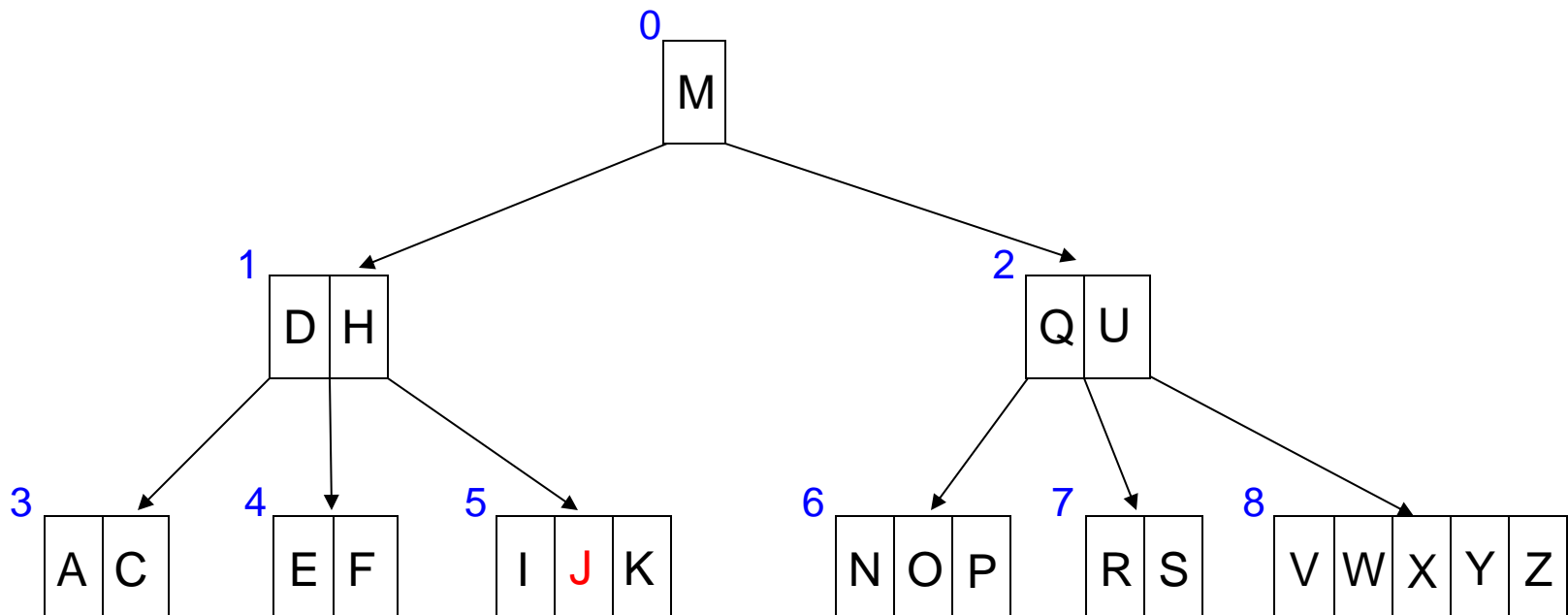
Remoção: Caso 1

- Remoção de uma chave em um nó folha, sem causar *underflow*
 - situação mais simples possível
 - Solução
 - eliminar a chave da página
 - rearranjar as chaves remanescentes dentro da página para fechar o espaço liberado
-

Remoção: Caso 1 (1/2)

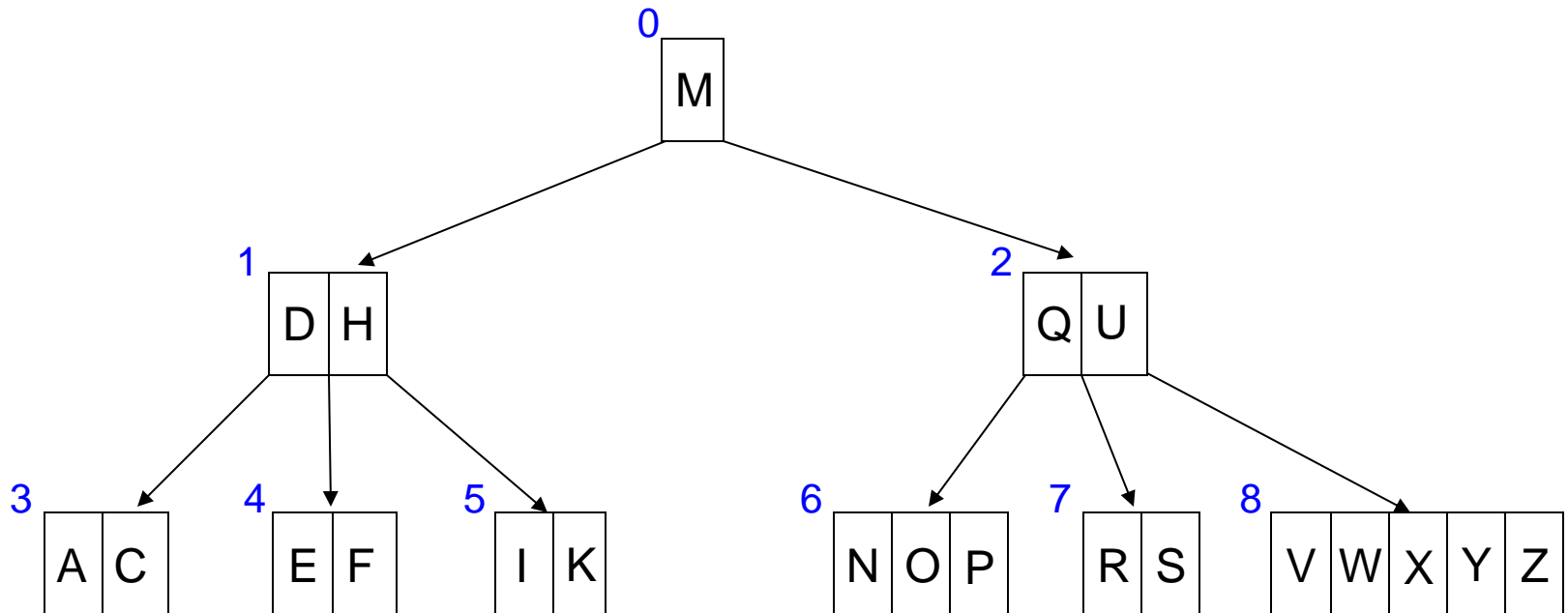
- Remoção de J

• árvore-B de ordem 6



Remoção: Caso 1 (2/2)

- Remoção de J
 - página 5 garante a taxa de ocupação

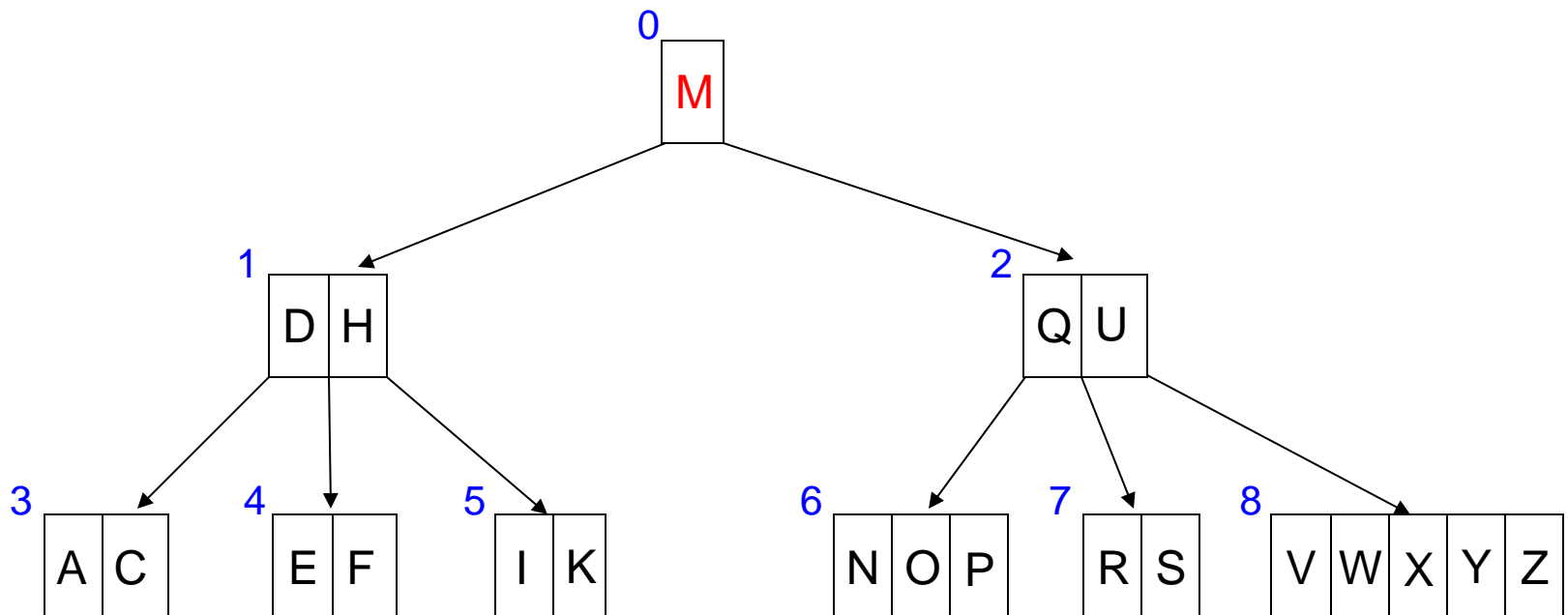


Remoção: Caso 2

- Remoção de uma chave em um nó não folha
 - Solução
 - sempre remover chaves somente nas folhas
 - Passos
 - trocar a chave a ser removida com a sua chave sucessora imediata (que está em um nó folha)
 - remover a chave diretamente do nó folha
-

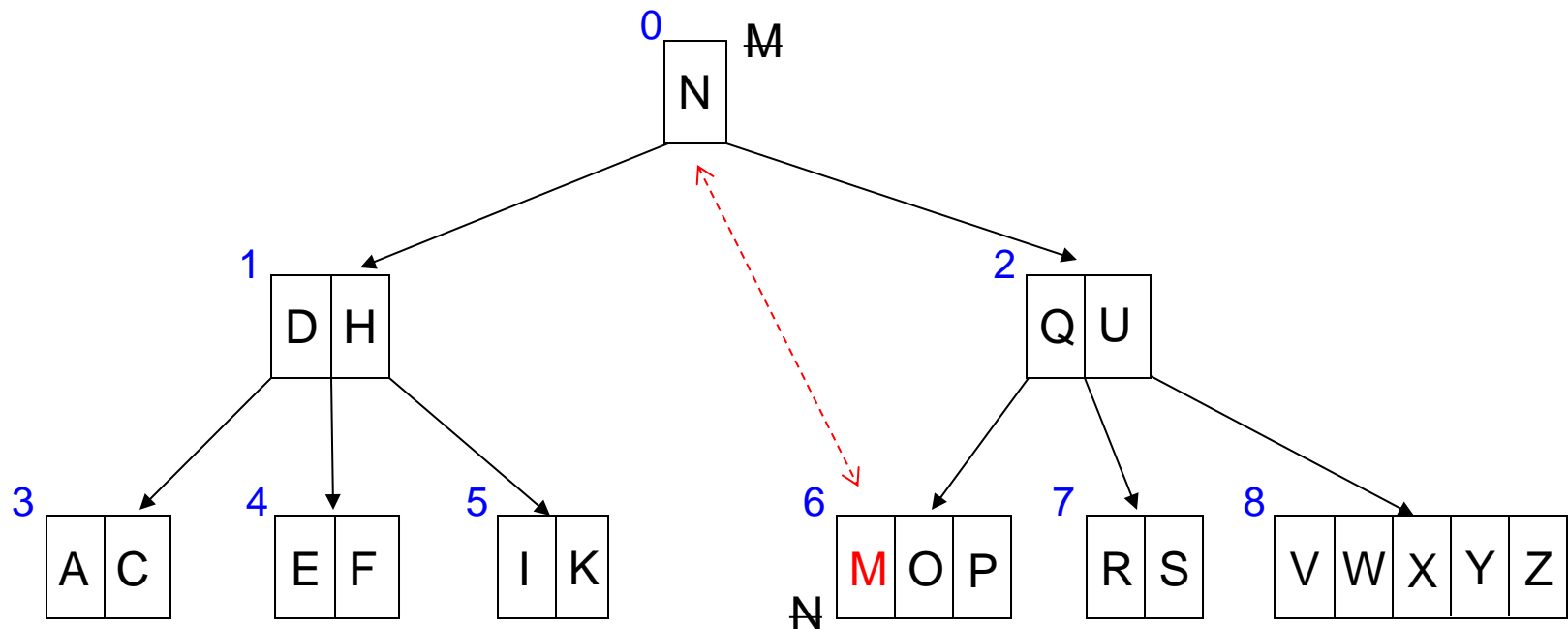
Remoção: Caso 2 (1/3)

- Remoção de M



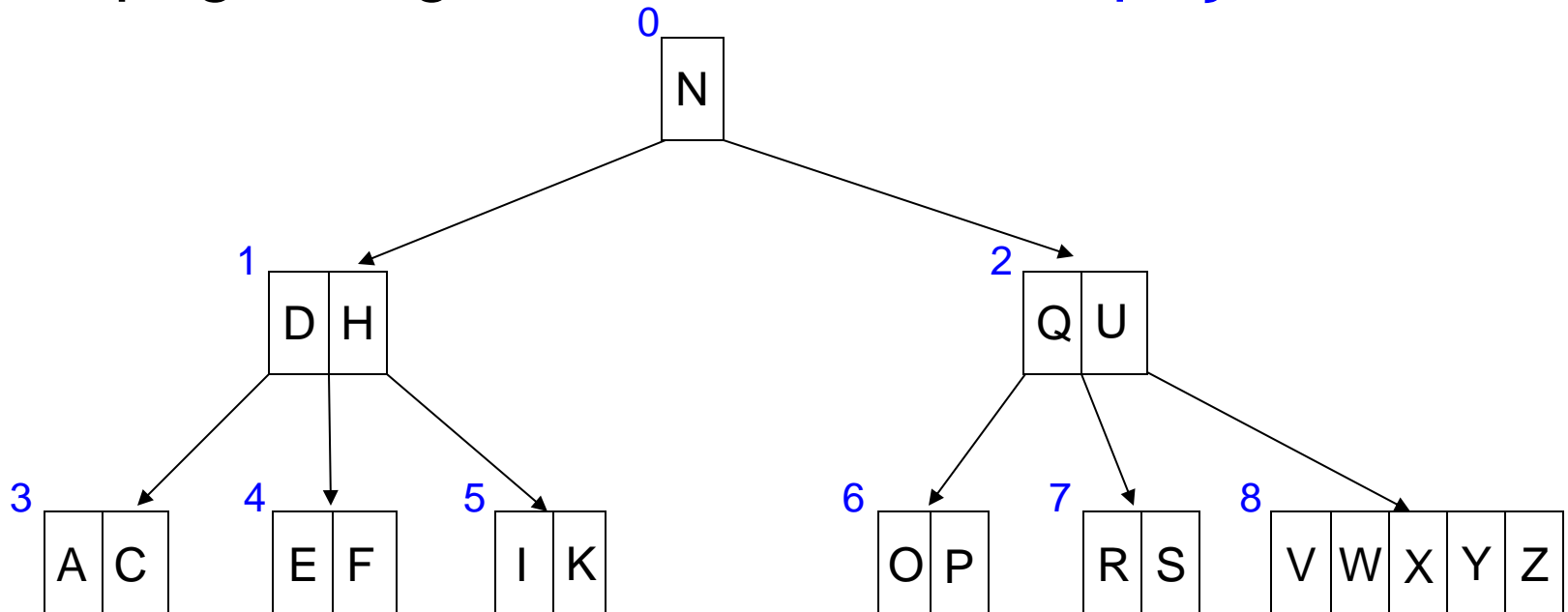
Remoção: Caso 2 (2/3)

- Remoção de **M**
 - troca-se M com N



Remoção: Caso 2 (3/3)

- Remoção de M
 - elimina-se M
 - página 6 garante a taxa de ocupação

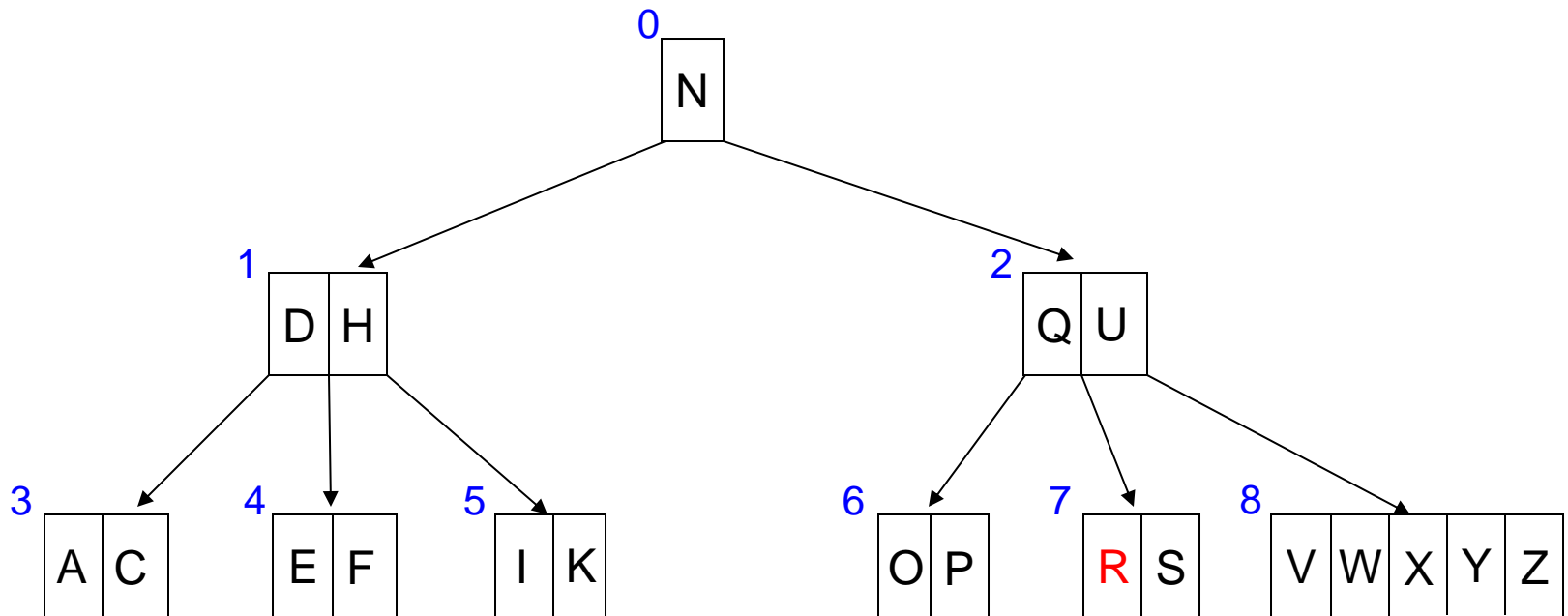


Remoção: Caso 3

- Remoção de uma chave em um nó, causando *underflow*
 - Solução: Redistribuição
 - procurar uma página irmã (i.e., que possui o mesmo pai) adjacente que contenha mais chaves do que o mínimo
 - se encontrou
 - redistribuir as chaves entre as páginas
 - reacomodar a chave separadora, modificando o conteúdo do nó pai
-

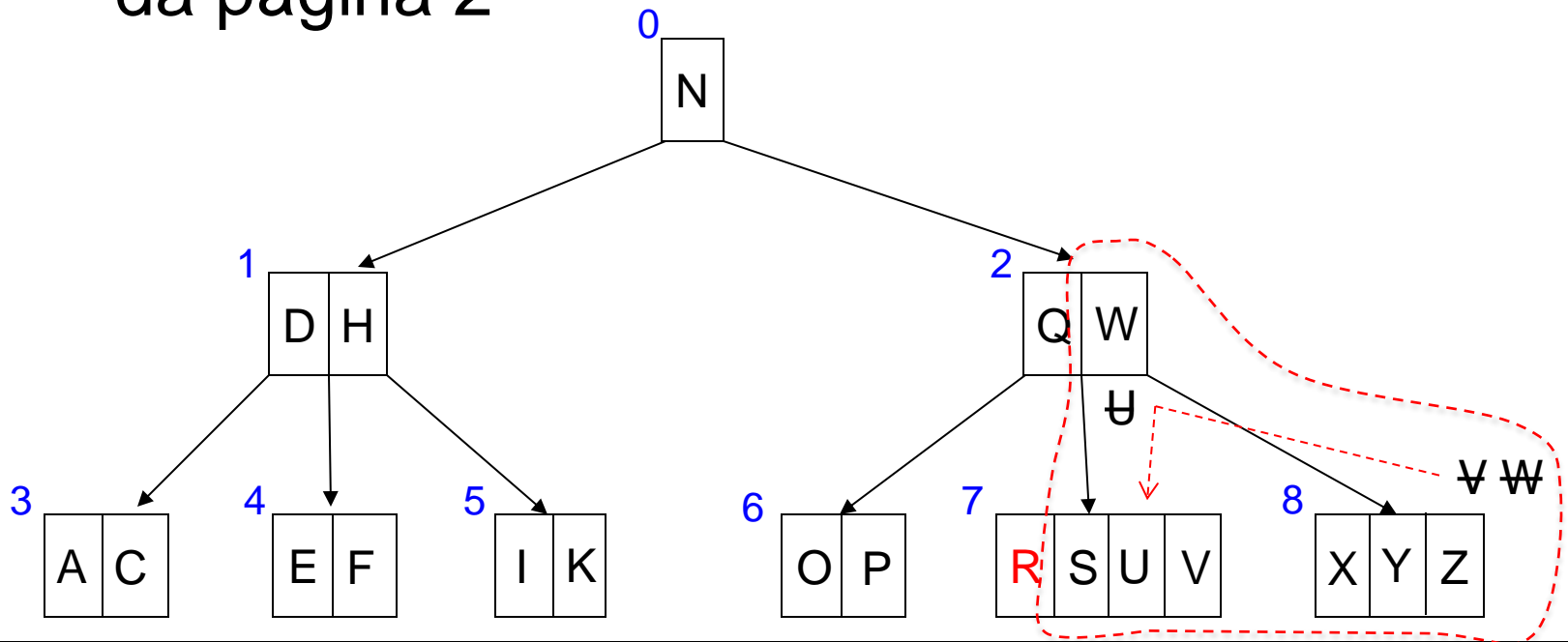
Remoção: Caso 3 (1/3)

- Remoção de R



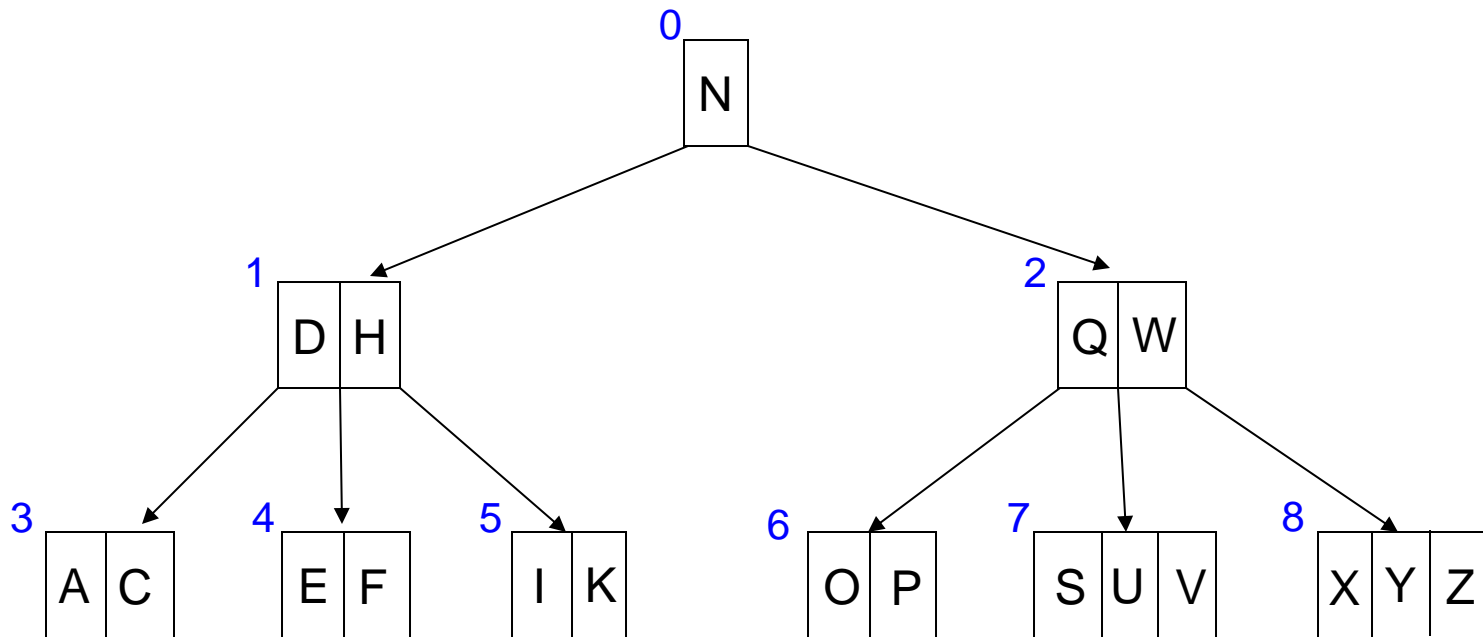
Remoção: Caso 3 (2/3)

- Remoção de R
 - para evitar *underflow* na página 7, redistribui-se as chaves entre as páginas 7 e 8 por meio da página 2



Remoção: Caso 3 (3/3)

- Remoção de **R**
 - páginas 7 e 8 garantem a taxa de ocupação



Remoção: Caso 4

- Remoção de uma chave em um nó, causando *underflow* e a redistribuição não pode ser aplicada
 - Solução: Concatenação
 - combinar para formar uma nova página
 - o conteúdo do nó que sofreu *underflow*
 - o conteúdo de um nó irmão adjacente
 - a chave separadora no nó pai
 - tratar o *underflow* no nó pai, caso necessário
-

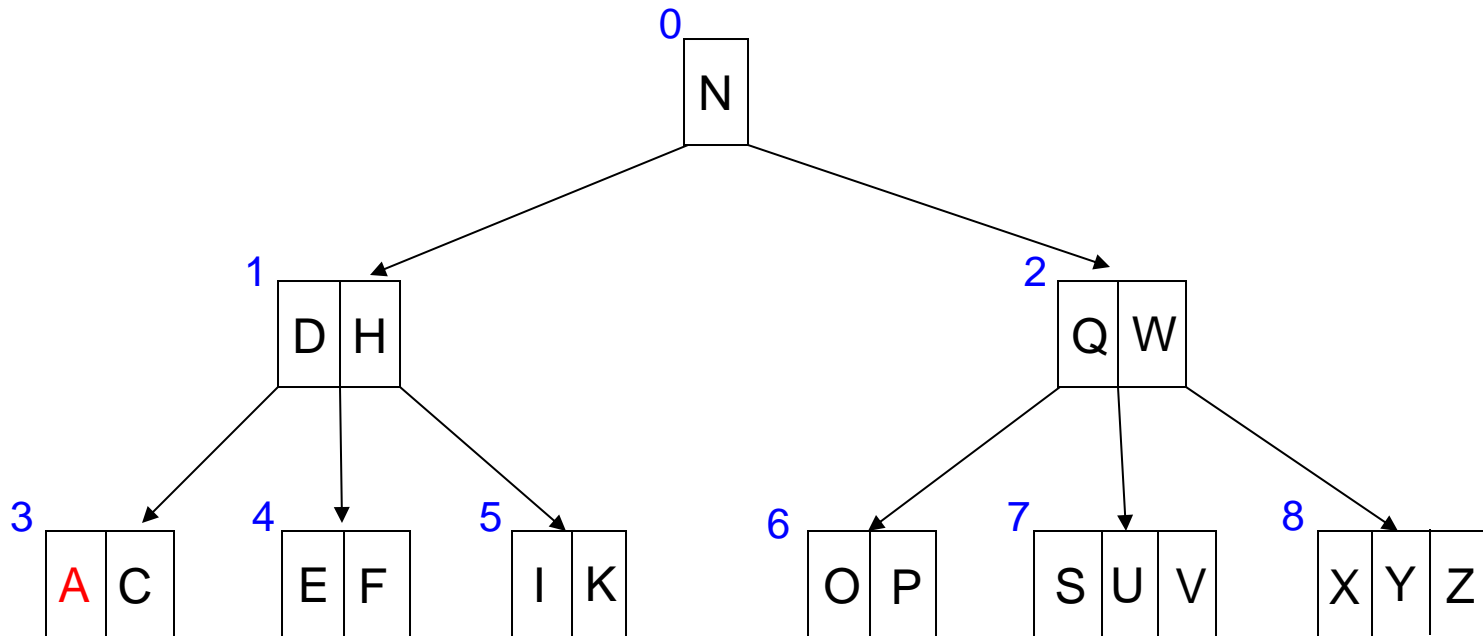
Concatenação

- Processo inverso do *split*
 - Características
 - reverte a promoção de uma chave
 - pode causar *underflow* no nó pai
- ⇒ concatenação pode ser propagada em direção ao nó raiz

ocorre a redução no número total
de nós da árvore

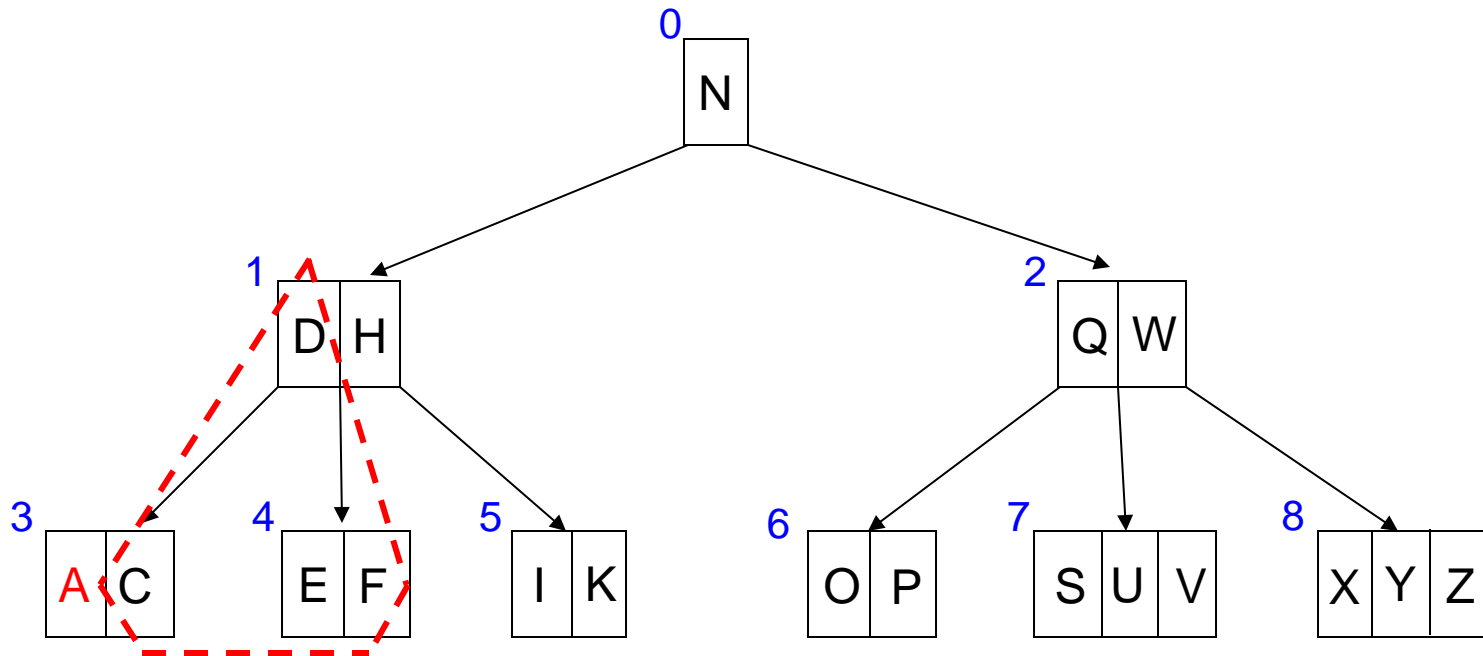
Remoção: Caso 4 (1/3)

- Remoção de A



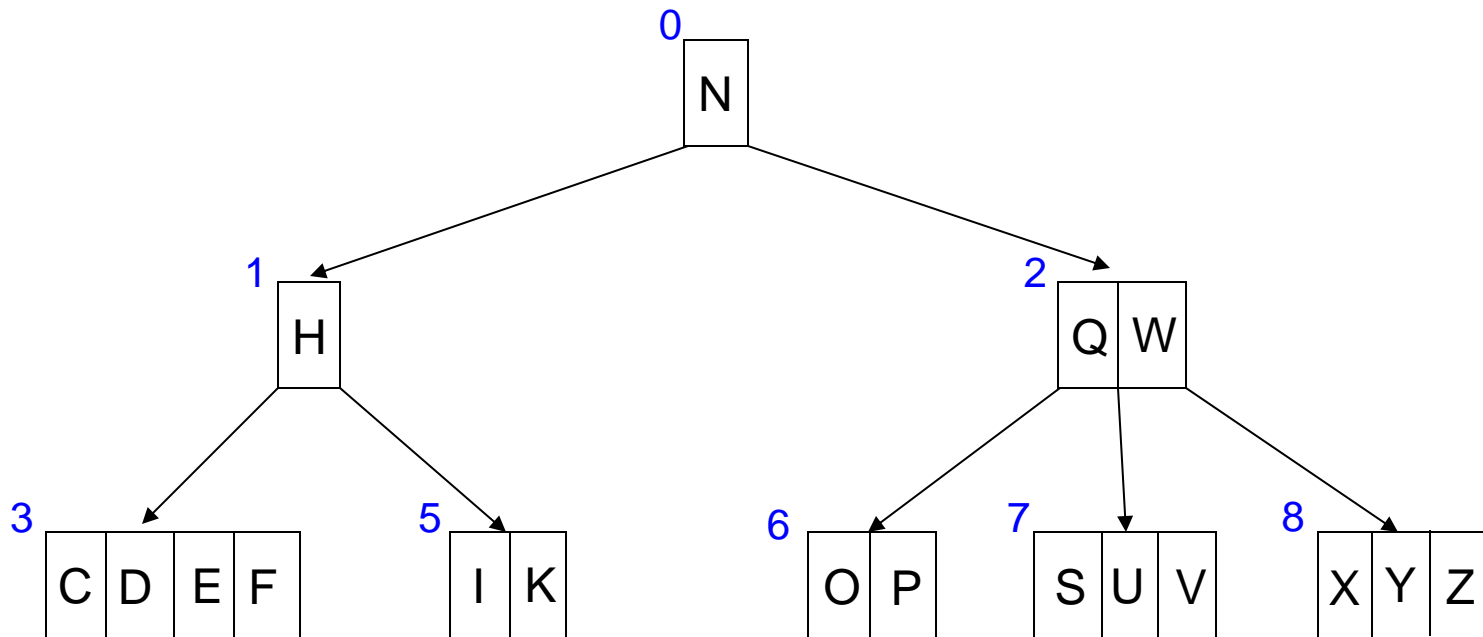
Remoção: Caso 4 (2/3)

- Remoção de **A**
 - concatena-se as páginas 3 e 4 por meio da página 1



Remoção: Caso 4 (3/3)

- Remoção de **A**
 - gera-se *underflow* na página 1, o qual precisa ser tratado

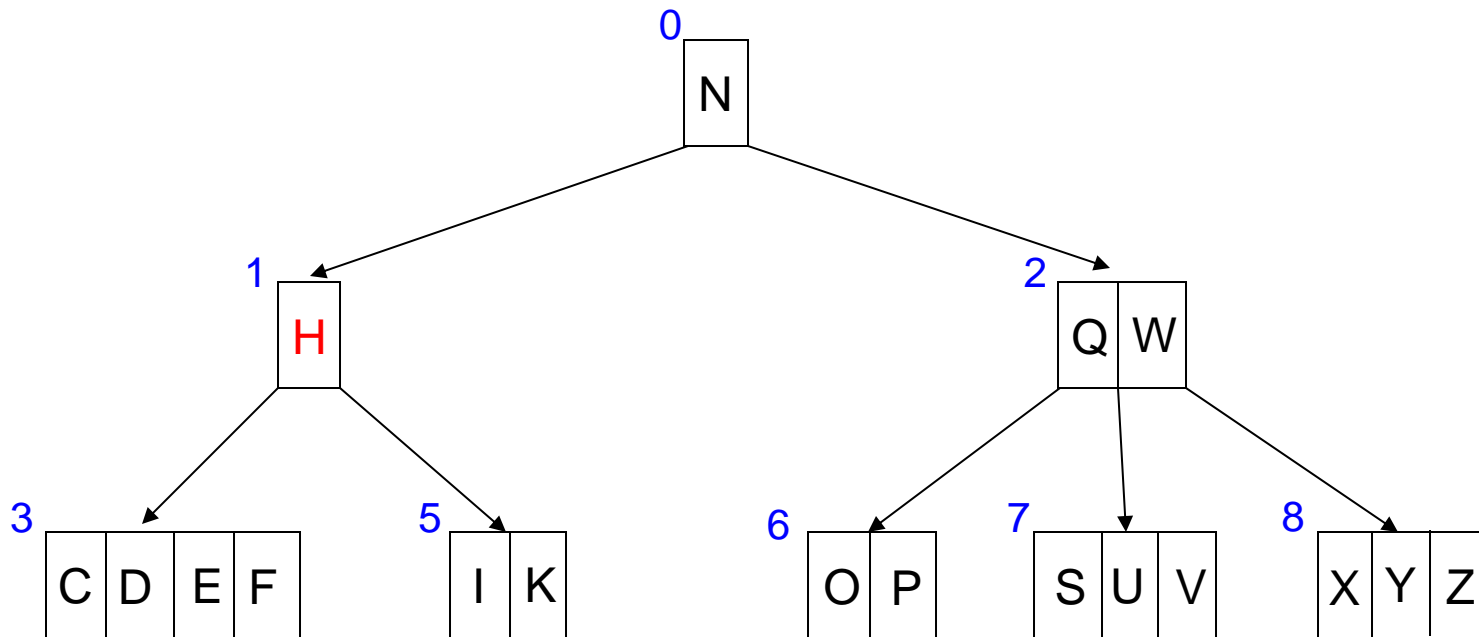


Remoção: Caso 5

- *Underflow* no nó pai causado pela remoção de uma chave em um nó filho
 - Solução
 - utilizar *redistribuição* ou *concatenação*, dependendo da quantidade de chaves que a página irmã adjacente contém
-

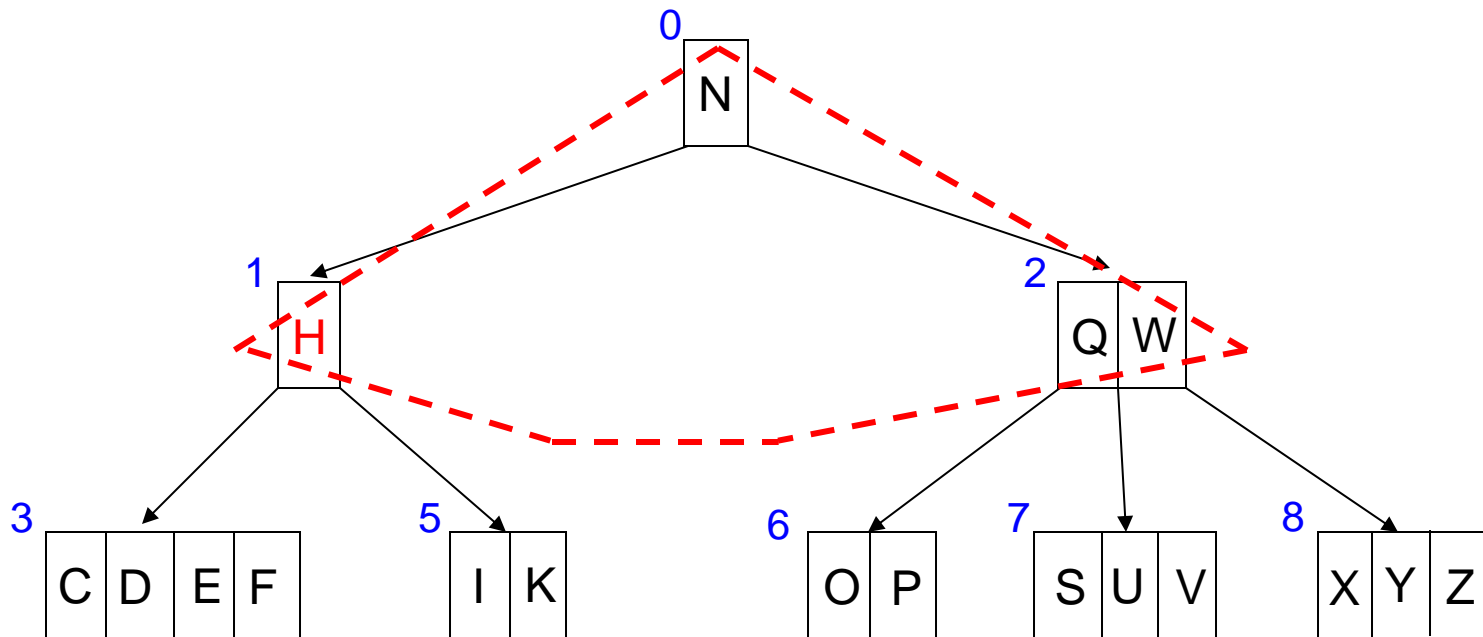
Remoção: Caso 5 (1/3)

- Propagação do *underflow*



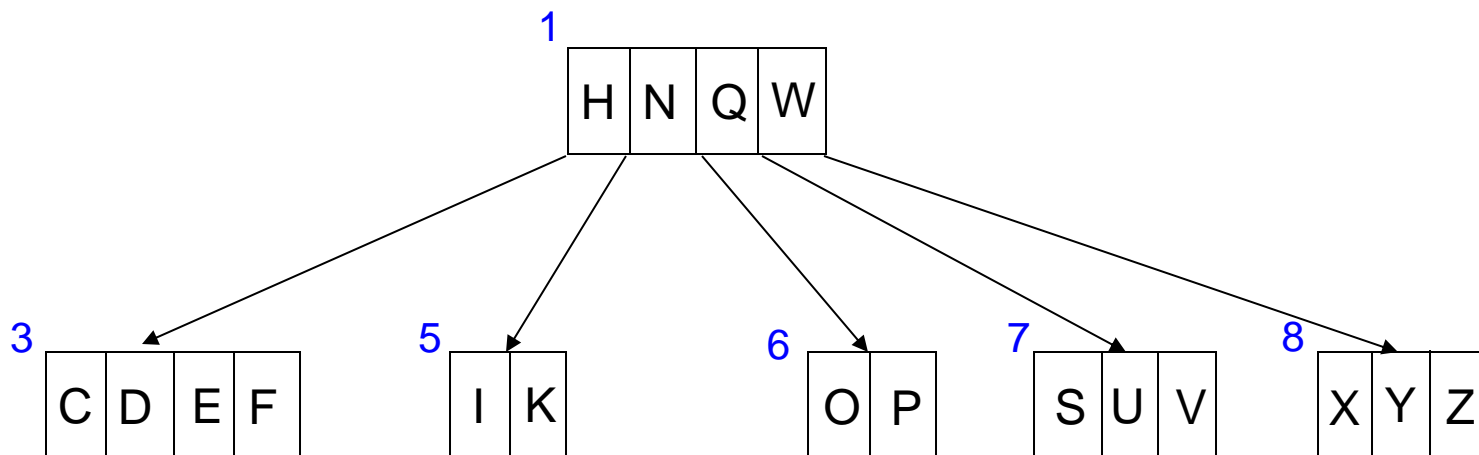
Remoção: Caso 5 (2/3)

- Propagação do *underflow*
 - concatena-se as páginas 1 e 2 por meio da página 0



Remoção: Caso 5 (3/3)

- Propagação do *underflow*



Remoção: Caso 6

- Diminuição da altura da árvore
 - Característica
 - o nó raiz possui uma única chave
 - a chave é absorvida pela concatenação de seus nós filhos
 - Solução
 - eliminar a raiz antiga
 - tornar no nó resultante da concatenação dos nós filhos a nova raiz da árvore
-

Situações (Casos)

1. Remoção de uma chave em um nó folha, sem causar *underflow*
 2. Remoção de uma chave em um nó não folha
 3. Remoção de uma chave em um nó, causando *underflow*
 4. Remoção de uma chave em um nó, causando *underflow* e a redistribuição não pode ser aplicada
 5. *Underflow* no nó pai causado pela remoção de uma chave em um nó filho
 6. Diminuição da altura da árvore
-

Algoritmo

1. se a chave a ser removida **não** estiver em um nó folha, **troque-a** com sua sucessora imediata, que está em um nó folha
 2. **remova** a chave
 3. após a remoção, se o nó satisfaz o número mínimo de chaves, nenhuma ação adicional é requerida
-

Algoritmo

4. após a remoção, caso ocorra *underflow*, verifique o número de chaves nos nós irmãos adjacentes à esquerda e à direita
 - a. se algum nó irmão adjacente possui mais do que o número mínimo de chaves, aplique a *redistribuição*
 - b. se nenhum nó irmão adjacente possui mais do que o número mínimo de chaves, aplique a *concatenação*
-

Algoritmo

5. se ocorreu **concatenação**, repita os passos 3 a 5 para o nó pai
 6. se a última chave da raiz for removida, a altura da árvore é **diminuída**
-