



PROYECTO FINAL
LÍNEAS DE ESPERA

MODELOS COMPUTACIONALES

Valeria Soto Mendoza
28/05/2022



Equipo NETOXA
Alejandro Moreno Hernández
Ernesto Burciaga Aguirre

Proyecto Final

Modelos Computacionales

2022-05-28

Descripción general del proyecto

Se conoce como *línea de espera* a una hilera formada por uno o varios clientes que aguardan para recibir un servicio. Los clientes pueden ser personas, objetos, máquinas que requieren mantenimiento, contenedores con mercancías en espera de ser embarcadas o elementos de inventario a punto de ser utilizados. Las líneas de espera se forman a causa de un desequilibrio temporal entre la demanda de un servicio y la capacidad del sistema para suministrarlo.



Metas

- Las metas que nos propusimos al investigar el tema fueron:
- Estudiar el comportamiento de los visitantes de un parque de diversiones.
- Calcular el tiempo promedio que un visitante puede permanecer en la cola de una atracción.
- Aprender el funcionamiento de los sistemas de cola con un modelo $M/M/1/K$.
- Saber identificar y calcular las medidas de desempeño en un sistema de colas.

Descripción del modelo, parámetros, uso y ejemplo

La regla de prioridad determina a qué cliente se deberá atender a continuación. En la mayoría de los sistemas de servicio que conocemos, se aplica la regla de “a quien llega primero, se atiende primero”. El cliente que está en el primer lugar en la fila de espera tiene la más alta prioridad, y el que llega al final tiene la prioridad más baja.

Las fuentes de variación en los problemas de filas de espera provienen del carácter aleatorio de la llegada de los clientes y de las variaciones que se registran en los distintos tiempos de servicio. Cada una de esas fuentes suele describirse mediante una distribución de probabilidades.

El modelo $M/M/1/K$ es un sistema de colas exponencial, donde la capacidad del sistema es finita y esta representada con la letra K , en nuestro caso la cola cuenta con una disciplina del tipo FIFO (primero que entra, primero que sale). El número máximo de clientes en el sistema en estos modelos se encuentran limitado a k , que coincide con la suma de número de servidores y el tamaño de la cola, por lo que la capacidad de la cola es: $(k + s)$. Este modelo también nos permite calcular la probabilidad de que un cliente abandone la cola a partir de una longitud determinada, ya que no va a querer esperar demasiado tiempo por el servicio.

Planteamiento del problema

Se realizara un modelo de colas basado en un parque de atracciones, en donde se simularán las líneas de espera de las atracciones y se estudiara el caso. En el parque hay tres atracciones muy populares donde es común que se formen largas colas de visitantes. La primer atracción es una *montaña rusa* que tiene un sistema de 5 carros con capacidad de 4 personas cada uno, ofrece un recorrido cada 4 minutos, tiene una tasa de llegada con una distribución de Poisson con media de 565 visitantes por hora. La segunda atracción son los *carritos chocones*, cada carro tiene la capacidad para dos personas y hay 12 carros en total, la tasa de llegada de clientes sigue una distribución de Poisson de 612 clientes por hora de media, con un trabajo cada 6 min. Y la tercera atracción es *el martillo* que cuenta con una capacidad de 16 personas, la tasa de llegada (con distribución de Poisson) es de 427 clientes por hora, con un trabajo cada 8 min.



Resolución

Primer atracción (Montaña rusa)

Sistema: Parque de diversiones, **Cientes:** Visitantes, **Servidores:** Montaña rusa

Tasa de llegadas (λ) = 565 visitantes por hora = 565

Tasa de servicio (μ) = 1 trabajo cada 4 minutos

Número de servidores = 1

Modelo: M/M/1/k

Tamaño de cola = 100

```
lambda <- 565
mu <- (60/4)*20
s <- 1
PMMR <- NewInput.MM1K(lambda = lambda, mu = mu, k = 101)
CheckInput(PMMR)
PMMRo <- QueueingModel(PMMR)
summary(PMMRo)
```

##	lambda	mu	c	k	m	RO	P0	Lq	Wq	X	L
## 1	565	300	1	101	NA	1	8.008495e-29	98.86792	0.3295597	300	99.86792
											0.3328931
##											
##											
## 1											

Primero calcularemos las probabilidades de estado estable:

```
# Probabilidad de que existan n clientes en el sistema
Pn(PMMRo)
```

##	[1]	8.008495e-29	1.508267e-28	2.840569e-28	5.349738e-28	1.007534e-27
##	[6]	1.897522e-27	3.573667e-27	6.730406e-27	1.267560e-26	2.387238e-26
##	[11]	4.495964e-26	8.467399e-26	1.594694e-25	3.003340e-25	5.656289e-25
##	[16]	1.065268e-24	2.006254e-24	3.778446e-24	7.116073e-24	1.340194e-23
##	[21]	2.524032e-23	4.753593e-23	8.952600e-23	1.686073e-22	3.175437e-22
##	[26]	5.980407e-22	1.126310e-21	2.121217e-21	3.994959e-21	7.523840e-21
##	[31]	1.416990e-20	2.668664e-20	5.025984e-20	9.465603e-20	1.782689e-19
##	[36]	3.357397e-19	6.323097e-19	1.190850e-18	2.242768e-18	4.223879e-18
##	[41]	7.954972e-18	1.498186e-17	2.821584e-17	5.313984e-17	1.000800e-16
##	[46]	1.884841e-16	3.549783e-16	6.685425e-16	1.259088e-15	2.371283e-15
##	[51]	4.465916e-15	8.410809e-15	1.584036e-14	2.983267e-14	5.618487e-14
##	[56]	1.058148e-13	1.992846e-13	3.753193e-13	7.068514e-13	1.331237e-12
##	[61]	2.507163e-12	4.721823e-12	8.892767e-12	1.674804e-11	3.154215e-11
##	[66]	5.940438e-11	1.118783e-10	2.107040e-10	3.968259e-10	7.473555e-10
##	[71]	1.407520e-09	2.650829e-09	4.992394e-09	9.402341e-09	1.770774e-08
##	[76]	3.334958e-08	6.280838e-08	1.182891e-07	2.227778e-07	4.195649e-07

```
## [81] 7.901806e-07 1.488173e-06 2.802727e-06 5.278469e-06 9.941116e-06
## [86] 1.872244e-05 3.526059e-05 6.640744e-05 1.250673e-04 2.355435e-04
## [91] 4.436069e-04 8.354597e-04 1.573449e-03 2.963329e-03 5.580936e-03
## [96] 1.051076e-02 1.979527e-02 3.728109e-02 7.021273e-02 1.322340e-01
## [101] 2.490406e-01 4.690265e-01
```

Con esto podemos determinar lo siguiente:

La probabilidad de que los clientes se vayan ya que la atracción este llena es de 4.690265e-01 o del 46.90265%

Después se calcula la cantidad de clientes esperada en la atracción de la siguiente manera:

```
# Cantidad esperada de clientes
L(PMMRo)
```

```
## [1] 99.86792
```

La cantidad esperada de clientes en la atracción es de 100.

Se procede a calcular el número de clientes promedio en la cola:

```
# Número de clientes promedio en la cola
Lq(PMMRo)
```

```
## [1] 98.86792
```

La cantidad de clientes promedio en la cola es de 99.

Después calcularemos el tiempo promedio que duran en el sistema

```
# Tiempo promedio en el sistema
W(PMMRo)*60 # minutos
```

```
## [1] 19.97358
```

El tiempo que duran en el sistema es de 19.97358 minutos.

```
# Tiempo promedio en la cola
Wq(PMMRo)*60 # minutos
```

```
## [1] 19.77358
```

El tiempo promedio que duran en la cola es de unos 19.77358 minutos.

Después de calcular esto, ya tenemos los resultados de una atracción y procedemos a hacer lo mismo con las otras dos atracciones más populares.

Segunda atracción (Carritos chocones)

Sistema: Parque de diversiones, Clientes: Visitantes, Servidores: Carritos chocones

Tasa de llegadas (λ) = 612 visitantes por hora

Tasa de servicio (μ) = 1 trabajo cada 6 minutos

Número de servidores = 1

Modelo: M/M/1/k

Tamaño de cola = 150

```
lambda <- 612
mu <- (60/6)*24
s <- 1
PMCC <- NewInput.MM1K(lambda = lambda, mu = mu, k = 151)
CheckInput(PMCC)
PMCCo <- QueueingModel(PMCC)
summary(PMCCo)
```

##	lambda	mu	c	k	m	RO	P0	Lq	Wq	X	L	
##	1	612	240	1	151	NA	1	2.490143e-62	149.3548	0.6223118	240	150.3548
##												
##												
##	1	0.6223118	149.3548									

```
# Probabilidad de que existan n clientes en el sistema
Pn(PMCCo)
```

##	[1]	2.490143e-62	6.349864e-62	1.619215e-61	4.128999e-61	1.052895e-60
##	[6]	2.684882e-60	6.846449e-60	1.745844e-59	4.451903e-59	1.135235e-58
##	[11]	2.894850e-58	7.381868e-58	1.882376e-57	4.800059e-57	1.224015e-56
##	[16]	3.121239e-56	7.959159e-56	2.029585e-55	5.175443e-55	1.319738e-54
##	[21]	3.365332e-54	8.581596e-54	2.188307e-53	5.580183e-53	1.422947e-52
##	[26]	3.628514e-52	9.252710e-52	2.359441e-51	6.016575e-51	1.534227e-50
##	[31]	3.912278e-50	9.976308e-50	2.543959e-49	6.487095e-49	1.654209e-48
##	[36]	4.218233e-48	1.075649e-47	2.742906e-47	6.994411e-47	1.783575e-46
##	[41]	4.548116e-46	1.159769e-45	2.957412e-45	7.541401e-45	1.923057e-44
##	[46]	4.903796e-44	1.250468e-43	3.188693e-43	8.131168e-43	2.073448e-42
##	[51]	5.287292e-42	1.348259e-41	3.438062e-41	8.767057e-41	2.235600e-40
##	[56]	5.700779e-40	1.453699e-39	3.706931e-39	9.452675e-39	2.410432e-38
##	[61]	6.146602e-38	1.567384e-37	3.996828e-37	1.019191e-36	2.598937e-36
##	[66]	6.627290e-36	1.689959e-35	4.309396e-35	1.098896e-34	2.802184e-34
##	[71]	7.145570e-34	1.822120e-33	4.646407e-33	1.184834e-32	3.021326e-32
##	[76]	7.704382e-32	1.964617e-31	5.009774e-31	1.277492e-30	3.257606e-30
##	[81]	8.306895e-30	2.118258e-29	5.401558e-29	1.377397e-28	3.512363e-28
##	[86]	8.956526e-28	2.283914e-27	5.823981e-27	1.485115e-26	3.787044e-26
##	[91]	9.656962e-26	2.462525e-25	6.279439e-25	1.601257e-24	4.083205e-24
##	[96]	1.041217e-23	2.655104e-23	6.770516e-23	1.726482e-22	4.402528e-22
##	[101]	1.122645e-21	2.862744e-21	7.299997e-21	1.861499e-20	4.746823e-20
##	[106]	1.210440e-19	3.086622e-19	7.870885e-19	2.007076e-18	5.118043e-18
##	[111]	1.305101e-17	3.328008e-17	8.486419e-17	2.164037e-16	5.518294e-16
##	[116]	1.407165e-15	3.588271e-15	9.150090e-15	2.333273e-14	5.949846e-14
##	[121]	1.517211e-13	3.868888e-13	9.865663e-13	2.515744e-12	6.415147e-12

```
## [126] 1.635863e-11 4.171450e-11 1.063720e-10 2.712485e-10 6.916837e-10
## [131] 1.763793e-09 4.497673e-09 1.146907e-08 2.924612e-08 7.457761e-08
## [136] 1.901729e-07 4.849409e-07 1.236599e-06 3.153328e-06 8.040987e-06
## [141] 2.050452e-05 5.228652e-05 1.333306e-04 3.399931e-04 8.669823e-04
## [146] 2.210805e-03 5.637553e-03 1.437576e-02 3.665819e-02 9.347838e-02
## [151] 2.383699e-01 6.078431e-01
```

La probabilidad de que los clientes se vayan ya que la atracción este llena es de 6.078431e-01 o del 60.78431%

Cantidad esperada de clientes

$L(\text{PMCCo})$

```
## [1] 150.3548
```

La cantidad esperada de clientes en la atracción es de 150.

Número de clientes promedio en la cola

$L_q(\text{PMCCo})$

```
## [1] 149.3548
```

La cantidad de clientes promedio en la cola es de 149.

Tiempo promedio en el sistema

$W(\text{PMCCo}) * 60$ # minutos

```
## [1] 37.58871
```

El tiempo que duran en el sistema es de 37.58871 minutos.

Tiempo promedio en la cola

$W_q(\text{PMCCo}) * 60$ # minutos

```
## [1] 37.33871
```

El tiempo promedio que duran en la cola es de unos 37.33871 minutos.

Hacemos lo mismo para la atracción de El Martillo.

Tercera atracción (Martillo)

Sistema: Parque de diversiones, Clientes: Visitantes, Servidores: El Martillo

Tasa de llegadas (λ) = 472 visitantes por hora

Tasa de servicio (μ) = 1 trabajo cada 8 minutos

Número de servidores = 16

Tamaño de la cola = 100

Modelo: M/M/1/k

```

lambda <- 472
mu <- (60/8)*16
s <- 1
PMM <- NewInput.MM1K(lambda = lambda, mu = mu, k = 101)
CheckInput(PMM)
PMMo <- QueueingModel(PMM)
summary(PMMo)

##   lambda  mu  c    k  m RO          P0          Lq          Wq    X          L
W
## 1      472 120 1 101 NA   1 6.335263e-61 99.65909 0.8304924 120 100.6591
0.8388258
##           Wqq          Lqq
## 1 0.8304924 99.65909

# Probabilidad de que existan n clientes en el sistema
Pn(PMMo)

##   [1] 6.335263e-61 2.491870e-60 9.801356e-60 3.855200e-59 1.516379e-58
##   [6] 5.964423e-58 2.346006e-57 9.227625e-57 3.629532e-56 1.427616e-55
##  [11] 5.615290e-55 2.208681e-54 8.687477e-54 3.417074e-53 1.344049e-52
##  [16] 5.286594e-52 2.079394e-51 8.178948e-51 3.217053e-50 1.265374e-49
##  [21] 4.977138e-49 1.957674e-48 7.700186e-48 3.028740e-47 1.191304e-46
##  [26] 4.685797e-46 1.843080e-45 7.249449e-45 2.851450e-44 1.121570e-43
##  [31] 4.411510e-43 1.735194e-42 6.825096e-42 2.684538e-41 1.055918e-40
##  [36] 4.153278e-40 1.633623e-39 6.425582e-39 2.527396e-38 9.941090e-38
##  [41] 3.910162e-37 1.537997e-36 6.049455e-36 2.379452e-35 9.359179e-35
##  [46] 3.681277e-34 1.447969e-33 5.695345e-33 2.240169e-32 8.811331e-32
##  [51] 3.465790e-31 1.363211e-30 5.361963e-30 2.109039e-29 8.295552e-29
##  [56] 3.262917e-28 1.283414e-27 5.048095e-27 1.985584e-26 7.809964e-26
##  [61] 3.071919e-25 1.208288e-24 4.752601e-24 1.869356e-23 7.352801e-23
##  [66] 2.892102e-22 1.137560e-21 4.474403e-21 1.759932e-20 6.922398e-20
##  [71] 2.722810e-19 1.070972e-18 4.212490e-18 1.656913e-17 6.517189e-17
##  [76] 2.563428e-16 1.008282e-15 3.965908e-15 1.559924e-14 6.135700e-14
##  [81] 2.413375e-13 9.492609e-13 3.733760e-12 1.468612e-11 5.776541e-11
##  [86] 2.272106e-10 8.936951e-10 3.515201e-09 1.382646e-08 5.438406e-08
##  [91] 2.139106e-07 8.413818e-07 3.309435e-06 1.301711e-05 5.120064e-05
##  [96] 2.013892e-04 7.921308e-04 3.115714e-03 1.225514e-02 4.820357e-02
## [101] 1.896007e-01 7.457627e-01

```

La probabilidad de que los clientes se vayan ya que la atracción este llena es de 7.457627e-01 o del 74.57627%

```

# Cantidad esperada de clientes
L(PMMo)

```

```
## [1] 100.6591
```

La cantidad esperada de clientes en la atracción es de 101.

```

# Número de clientes promedio en la cola
Lq(PMMo)

```



```
## [1] 99.65909
```

La cantidad de clientes promedio en la cola es de 100.

```
# Tiempo promedio en el sistema  
W(PMMo)*60 # minutos
```

```
## [1] 50.32955
```

El tiempo que duran en el sistema es de 50.32955 minutos.

```
# Tiempo promedio en la cola  
Wq(PMMo)*60 # minutos
```

```
## [1] 49.82955
```

El tiempo promedio que duran en la cola es de unos 49.82955 minutos.

Conclusión

Tras realizar la investigación del modelo con prioridades sin interrupción, tuvimos mucha dificultad para encontrar documentación para poder realizar dicho modelo en r y también era demasiado complejo para el tiempo y recursos con los que disponíamos, por lo que optamos por estudiar nuestro problema pero aplicando otro modelo de colas (el modelo $M/M/1/K$). Gracias a la documentación, a lo visto en clase, y la investigación realizada, pudimos cumplir con las metas propuestas. Logramos obtener los datos necesarios (medidas de desempeño básicas) para en un futuro poder analizar y planificar optimizaciones del sistema de colas.

Referencias

Carro, R., & González, D. (s. f.). *Modelos de Líneas de Espera*. Modelos de líneas de espera. Recuperado 23 de mayo de 2022, de

http://nulan.mdp.edu.ar/1622/1/17_modelos_lineas_espera.pdf

T. (2010). *Operations Research: An Introduction, 9/E* (9.^a ed.). Pearson Educación.

[https://fad.unsa.edu.pe/bancayseguros/wp-](https://fad.unsa.edu.pe/bancayseguros/wp-content/uploads/sites/4/2019/03/investigacic3b3n-de-operaciones-9na-edicic3b3n-hamdy-a-taha-fl.pdf)

[content/uploads/sites/4/2019/03/investigacic3b3n-de-operaciones-9na-edicic3b3n-hamdy-a-taha-fl.pdf](https://fad.unsa.edu.pe/bancayseguros/wp-content/uploads/sites/4/2019/03/investigacic3b3n-de-operaciones-9na-edicic3b3n-hamdy-a-taha-fl.pdf)

Repositorio: <https://github.com/XandroMrn/Modelos-Computacionales>