

Программа экзамена по аналитической геометрии

Лектор — Сабир Меджидович Гусейн-Заде

1 семестр, 2002, 2004 г.

2004 г.

1. Координаты на плоскости и в пространстве. Координаты точек и координаты векторов.
2. Замена координат на плоскости и в пространстве.
3. Скалярное произведение векторов. Скалярное произведение в координатах (в ортогональных и произвольных аффинных координатах).
4. Ортогональные (сохраняющие ориентацию) замены координат на плоскости.
5. Деление отрезка в данном отношении.
6. Прямая на плоскости. Параметрическое задание и задание уравнением.
7. Задание полуплоскости неравенством. Системы линейных неравенств на плоскости.
8. Расстояние от точки до прямой на плоскости. Нормальное уравнение прямой.
9. Пучок прямых на плоскости. Собственные и несобственные пучки.
10. Плоскость в пространстве. Параметрическое задание и задание уравнением.
11. Расстояние от точки до плоскости. Нормальное уравнение плоскости.
12. Прямая в пространстве. Параметрическое задание и задание уравнением.
13. Пучок плоскостей в пространстве. Условие принадлежности плоскости пучку, определенному двумя плоскостями.
14. Связка плоскостей в пространстве. Условие принадлежности плоскости связке, определенной тремя плоскостями.
15. Векторное произведение векторов. Определение и основные свойства. Вычисление векторного произведения в ортогональных координатах.
16. Ориентированная площадь параллелограмма на плоскости и ориентированный объем параллелепипеда в пространстве. Выражение ориентированной площади и ориентированного объема через определитель.
17. Выражение объема параллелограмма через скалярное произведение и векторное произведение (смешанное произведение).
18. Свойства векторного произведения.
19. Матричная запись замены координат на плоскости и в пространстве.
20. Ортогональные замены координат на плоскости и в пространстве.
21. Матрица Грама системы векторов. Связь с площадью и объемом.
22. Ортогональные замены координат в пространстве. Углы Эйлера.
23. Алгебраические кривые на плоскости. Теорема «об отщеплении прямой».
24. Плоские кривые второй степени. Аффинная классификация.
25. Ортогональная классификация кривых второй степени. Приведение к каноническому виду.
26. Квадратичные формы от двух и от трех переменных. Матрица квадратичной формы и ее изменение при заменах координат.
27. Инварианты кривой второй степени.
28. Полуинвариант кривой второй степени.
29. Определения канонического уравнения кривой второй степени через значения инвариант и полуинвариант.
30. Сопряженные диаметры кривой второй степени. Касательные к кривой второго порядка.
31. Эллипс и его геометрические свойства.
32. Гипербола и ее геометрические свойства.
33. Парабола и ее геометрические свойства.
34. Задание кривой второй степени в полярных координатах. Рациональная параметризация кривой второго порядка.
35. Поверхность второй степени. Аффинная классификация.

36. Ортогональная классификация поверхностей второго порядка. Приведение уравнения к каноническому виду.
37. Инварианты поверхности второй степени. Частичная классификация поверхностей второй степени с помощью инвариантов.
38. Плоскость, сопряженная к направлению для поверхности второй степени. Касательные плоскости к поверхности второго порядка. Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка.
39. Кривые второго порядка как конические сечения.
40. Аффинные преобразования.
41. Изменение матрицы аффинного преобразования при замене координат. Определитель аффинного преобразования и его геометрический смысл.
42. Ортогональные преобразования (изометрии) плоскости.
43. Ортогональные преобразования (изометрии) пространства.
44. Представимость любого аффинного преобразования в виде композиции изометрии и растяжений.
45. Соответствие между точками и пучками прямых на плоскости. Пополнение аффинной плоскости. Проективная плоскость.
46. Проективные преобразования плоскости. Связь с проектированием в пространстве.
47. Проективный инвариант четырех точек на прямой (двойное отношение).
48. Проективные (однородные) координаты на проективной плоскости. Прямая на проективной плоскости.
49. Двойственность точек и прямых на проективной плоскости. Двойственные утверждения.
50. Кривые второго порядка на проективной плоскости. Классификация.
51. Кривые второго порядка, проходящие через пятерки и четверки точек на проективной плоскости.
52. Двойственность кривых второй степени на проективной плоскости. Теорема Паскаля и Брианшона.
53. Проективное пространство. Однородные координаты. Плоскости в проективном пространстве. Двойственность точек и плоскостей.
54. Прямые в проективном пространстве. Пюккерovy координаты.

2002 г.

1. Координаты. Замена координат. Скалярное произведение. Ортогональные замены координат.
2. Деление отрезка в заданном отношении.
3. Прямая на плоскости.
4. Задание полуплоскости системой линейных неравенств.
5. Расстояние от точки до прямой. Нормальное уравнение прямой. Пучок прямых.
6. Плоскость в пространстве. Расстояние от точки до плоскости. Нормальное уравнение плоскости.
7. Прямая в пространстве.
8. Пучок плоскостей, условия принадлежности плоскости пучку. Связка плоскостей, условия принадлежности плоскости связке.
9. Векторное произведение и его вычисление в ортогональных системах координат.
10. Ориентированная площадь и объём.
11. Выражение объема через векторное и смешанное произведение.
12. Свойства векторного произведения.
13. Матричная запись замен координат. Ортогональные замены координат и ортогональные матрицы.
14. Матрица Грама и ее связь с площадью и объемом.
15. Ортогональные системы координат в пространстве. Углы Эйлера.
16. Алгебраические кривые. Теорема об отщеплении прямой.
17. Кривые второго порядка (КВП). Аффинная классификация.
18. Ортогональная классификация КВП. Приведение к каноническому виду.
19. Квадратичная форма и ее изменение при заменах координат.
20. Инварианты КВП. Полуинвариант КВП.
21. Определение канонического уравнения по инвариантам.
22. Касательные, сопряженные диаметры КВП.
23. Эллипс. Гипербола. Парабола.
24. Полярные уравнения КВП и их рациональная параметризация.
25. Поверхности второго порядка (ПВП). Аффинная классификация.
26. Ортогональная классификация ПВП.
27. Приведение к каноническому виду.
28. Инварианты ПВП. Частичная классификация ПВП.
29. Плоскость, сопряжённая к направлению для ПВП. Касательные плоскости и образующие.
30. Конические сечения.
31. Аффинные преобразования и их матричная запись. Ортогональные аффинные преобразования.
32. Изменение матрицы аффинного преобразования при замене координат. Определитель матрицы преобразования и его геометрический смысл.
33. Изометрия плоскости и пространства.
34. Представление аффинного преобразования в виде изометрии и растяжения.
35. Соответствие между точками и пучками. Пополнение плоскости несобственными точками. \mathbb{RP}^2 .
36. Проективные преобразования плоскости и их связь с проектированием в пространстве.
37. Двойное отношение - проективный инвариант.
38. Однородные координаты. Прямая на \mathbb{RP}^2 .
39. Двойственность точек и прямых.
40. КВП на \mathbb{RP}^2 . Классификация КВП.
41. КВП по 5 точкам.
42. Двойственность КВП на \mathbb{RP}^2 .
43. Теорема Паскаля и Брианшона.

Последняя компиляция: 30 мая 2020 г. г.
Обновления документа на сайтах <http://dmvn.mexmat.net>,
<http://dmvn.mexmat.ru>,
L^AT_EX исходники
<https://bitbucket.org/dmvn/mexmat.lectures>
Об опечатках и неточностях пишите на dmvn@mccme.ru.