Rapport d'une étude portant sur la caracterrisation d'équation aux dérivée partielles

Gaggini Lorenzo

Les résultas ci-aprés sont tous donné en coordoné cartésienne, Quand un résultats est affirmé, ça source est indiqué en annex par sont repére (1) associé.

Soit $u\colon \begin{array}{l} \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R} \\ (x,y) \longmapsto u(x,y) \end{array}$ une application que l'on carractérise de «champs scalaire »(1)

On cherche dans un premier temps à apprhendé plusieur outils en lien avec la résolution des EDP

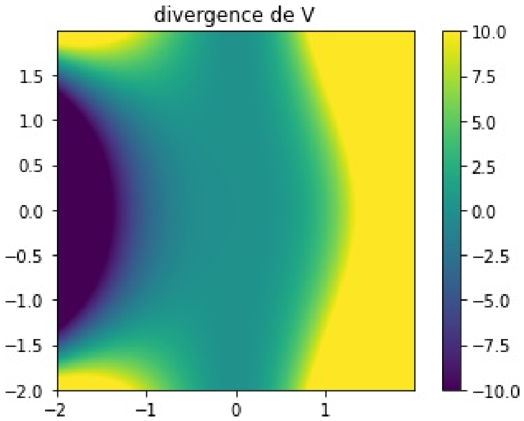
Soit $V=(V_n)_{n\in N}$ un champ de vecteur telque $V=\begin{pmatrix} V_1(x_1,x_2\ldots,x_n) \\ V_2(x_1,x_2\ldots,x_n) \\ . \\ . \\ V_n(x_1,x_2\ldots,x_n) \end{pmatrix}$

avec les V_i des application de $\mathbb{R}^n \longrightarrow R^n$ toute de classe C^n sur $\mathbb{R}^n$ (2)

On donne dans un premier temps $\Delta u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ l'opérateur laplacien (3) en dimention 2 associé à u

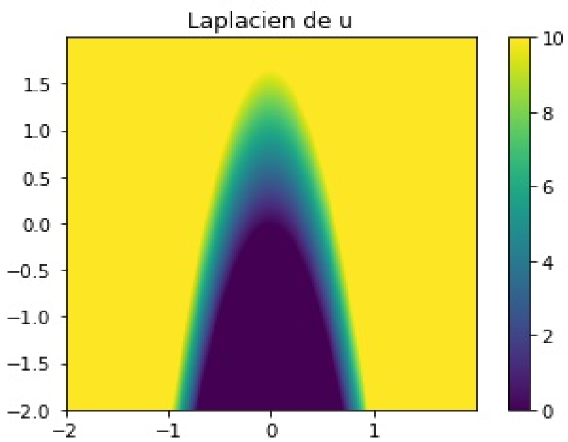
Avec par ailleur : $\mathrm{Grad}(u)$ le gradiant de u tel que $\mathrm{Grad}(u) = \frac{\partial u}{\partial x}(x,y)e_x + \frac{\partial u}{\partial y}(x,y)e_y$ (4)

Finalement on donne $\mathrm{Div}(V)$ la divergence de $(V_i)_{i\in N}$ donner par : $\mathrm{Div}(V) = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial V_{x_i}}{\partial x_i}$ (5)



Algorithme pour la divergence de V

```
from scipy import meshgrid, diff, arange
from matplotlib.pyplot import *

# Définition du champ
def Champ(x,y):
    Ex = x**4
    Ey = x**2*y**3
    return Ex,Ey

# Calcul de la divergence
def Divergence(Fx,Fy):
    div = (diff(Fx,axis=1)/hx)[:-1,:] + (diff(Fy,axis=0)/hy)[:,:-1]
    return div


# Définition de la grille de calcul
hx = 0.01
hy = 0.01
X = arange(-2.,2.,hx)
Y = arange(-2.,2.,hy)
x,y = meshgrid(X,Y)

# Calcul du champ
Ex, Ey = Champ(x,y)

# calcul de la divergence du champ
divE = Divergence(Ex,Ey)

# tracé de la divergence
figure()
title("divergence")
pcolormesh(x, y, divE, vmin=-10, vmax=10)
colorbar()
gca().set_aspect("equal")
show()
```



Algorithme pour le laplacien de u

```
from scipy import meshgrid, diff, arange, sqrt
from matplotlib.pyplot import *

#Définition de la fonction scalaire
def Fonction(x,y):
    return 2*x**4 + y**3

#Routine de calcul du Laplacien
def LaplacienScalaire(x,y,F):
    dFx = (diff(F,n=2,axis=1)/hx**2)[:-2,:]
    dFy = (diff(F,n=2,axis=0)/hy**2)[:,:-2]
    return dFx + dFy

#Définition de la grille de calcul
hx = 0.001
hy = 0.001
X = arange(-2,2,hx)
Y = arange(-2,2,hy)
x,y = meshgrid(X,Y)

#Calcul de la fonction
f = Fonction(x,y)

#Calcul du laplacien
delta2 = LaplacienScalaire(x,y,f)

#Tracé du laplacien
figure()
title('Laplacien de u')
pcolormesh(x[:-2,:-2], y[:-2,:-2], delta2, vmin=0, vmax=10)
colorbar()
gca().set_aspect("equal")
show()
```