

命题教师 _____ 试题库 _____ 学期 2017-2018 学年第一 学期
 使用班级 _____ 周学时各专业 _____ 考核方式 闭卷 笔试
 课程名称 线性代数 阅卷教师签名 _____

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											

注意事项：
 1. 出题用五号字、宋体输入，打印用正规 A4 纸张。
 2. 装订线以外的各项均由命题教师填写，不得漏填。
 3. 装订线内的“班级”、“学号”、“姓名”、“时间”等栏由考生本人填写。
 4. 一律用黑色的签字笔答题，否则试卷无效。

第一题	1	2	3	4	5	得分
答案						

一、单项选择题 (3 分 × 5)：
 1. 若 $\begin{vmatrix} \sin \alpha & \cos \alpha \\ -\cos \alpha & \sin \alpha \end{vmatrix} = ()$.
 (A) 0; (B) 1; (C) -1; (D) 2.
 2. 设 A 是方阵，如果有矩阵关系式 $AB = AC$ ，则必有 ().
 (A) $A = 0$; (B) 当 $B \neq C$ 时， $A = 0$;
 (C) 当 $A \neq 0$ 时， $B = C$; (D) 当 $|A| \neq 0$ 时， $B = C$.
 3. 若 A 是 n 阶方阵且与 n 阶单位矩阵 E 等价，则线性方程组 $Ax = b$ 的解

(A) 1; (B) 2; (C) 无穷多解; (D) 无解.
 4. 设 $a_{62}a_{41}a_{33}a_{14}a_{55}a_{21}$ 是 6 阶行列式的一项，则 ().
 (A) $k=5, l=1$, 取负号; (B) $k=5, l=1$, 取正号;
 (C) $k=4, l=5$, 取负号; (D) $k=4, l=5$, 取正号.
 5. m 个 n 维向量 ($m > n$) 组成的向量组线性 ().
 (A) 相关且无关; (B) 相关或无关; (C) 相关; (D) 无关.

第二题
 得分 _____

二、填空题 (3 分 × 10)：
 1. 设 $A = (1, 2, 3)$ ，则 $AA^T =$ _____.
 2. 设 A 为 3 阶方阵，且 $|A^{-1}| = \frac{1}{2}$ ，则 $|A| =$ _____.
 $|A^*| =$ _____, $|2A^{-1} + A^*| =$ _____.
 3. 设向量组 $\alpha_1 = (1, 0, 0, 0), \alpha_2 = (0, 2, 0, 0), \alpha_3 = (0, 0, 3, 0),$
 $\alpha_4 = (0, 0, 0, 4), \alpha_5 = (9, 8, 7, 6)$ ，则该向量组线性 _____，且该
 向量组的秩为 _____.

4. 排列 431256 的逆序数是 _____.
 5. 设是 4 阶初等矩阵，则 $E(2, 4)^{-1} =$ _____, $[E(2, 4)]^2 =$ _____.
 6. 设 $D = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 6 \\ -1 & -1 & 0 \\ 5 & 2 & 3 \end{vmatrix}$ ，则 $2M_{31} - 3M_{32} + 6M_{33} =$ _____.

第三题	
得分	

三、计算题(10分×3+15分):

1. (10分) 计算 n 阶行列式 $D = \begin{vmatrix} x & a & a & \dots & a \\ a & x & a & \dots & a \\ a & a & x & \dots & a \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a & a & a & \dots & x \end{vmatrix}$.

解:

2. (10分) 设 $A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$, B 为 3 阶方阵, 且满足 $A^{-1}B = 6E + B$, 求 B .

解:

3. (10分) 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 3 & a & -1 & 2 \\ 5 & 3 & b & 6 \end{pmatrix}$, 已知 $r(A) = 2$, 求 a, b 的值.

解:

4. (15分) 讨论 m, k 取何值时线性方程组 $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -1 \\ -x_1 + 4x_2 + mx_3 = k \end{cases}$ 有唯一解, 无解, 有无穷多个解? 当有无穷多个解时, 求出方程组的通解.

四、证明题(10分):

如果向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 线性无关, 则向量组 $\beta_1 = \alpha_1 + \alpha_2, \beta_2 = \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4, \beta_3 = \alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_1, \beta_4 = \alpha_4 + \alpha_1 + \alpha_2$ 也线性无关.

证明: