学号______ 姓名______ 班级______ 考试时间______年____月____日

装 订 线

西安财经学院试题（卷）纸

命题教师 马金萍　　学期 2018 — 2019 学年第 II 学期

使用班级 统计　　考核方式 闭卷笔试

课程名称 高等数学（4课时）　阅卷教师签名________

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											

注意事项：

命题教师	1. 出题用五号字、宋体输入，打印用正规 A4 纸张。
	2. 装订线以外的各项均由命题教师填写，不得漏填。
考生	1. 装订线内的"班级"、"学号"、"姓名"、"时间"等栏由考生本人填写。
	2. 一律用黑色的签字笔答题，否则试卷无效。

第一题	1	2	3	4	5	得分
答案						

一、单项选择（每题 3 分，共 15 分）

1. 当（ A ）时，广义积分 $\int_1^{+\infty}\frac{dx}{x^p}$ 发散. → $\frac{1}{1-p}x^{1-p}\Big|_1^{+\infty}$

A. $p\le 1$；　B. $p>1$；　C. $p>0$；　D. $p\ge 0$.

2. "$f_x'(P_0)=f_y'(P_0)=0$"是"P_0为$f(x,y)$的极值点"的（ D ）条件.

A. 充分；　B. 无关；　C. 充分必要；　D. 必要

3. 下列级数中收敛的是（ A C ）

A. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$；　B. $\sum_{n=1}^{\infty}2^{n-1}$；　C. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n}}$；　D. $\sum_{n=1}^{\infty}n^3$.

调和级数/发散

4. 设 $\int_{-1}^{1}cdx=18$，则 $c=$（ D ）.

A. 0；　B. 1；　C. 2；　D. 3.

5. $z=f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处两个偏导数 $f_x'(x_0,y_0)$、$f_y'(x_0,y_0)$ 存在，是 $z=f(x,y)$ 在该点连续的（ D ）条件.

A. 无关；　B. 充分必要；　C. 充分；　D. 必要.

例如 $f(x,y)=\begin{cases}\frac{xy}{x^2+y^2}, & (x,y)\ne(0,0)\\ 0, & (x,y)=(0,0)\end{cases}$ 偏导存在 而此函数不连续

第二题	
得分	

二、填空（每空 3 分，共 30 分）

1. $z=\arcsin(x^2+y^2-3)$ 的定义域是 $2\le x^2+y^2\le 4$.

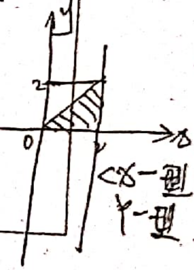
2. $\int_{-3}^{3}\frac{x^5\arctan x^2}{e^{\cos x}}dx=$ 0 奇函数；$\iint_D d\sigma=$ ~~π~~ 6；

$d\int_a^x f(t)dt=$ $f(x)-f(a)$.

3. 设 $u=x^3y^4z^5$，则 $du=$ $3x^2y^4z^5dx+4x^3y^3z^5dy+5x^3y^4z^4dz$.

4. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n^q}$ 当 ~~$q>0$~~ 时绝对收敛，当 $q>1$ 时条件收敛，当 $q\le$ ~~0~~ 时发散.

5. 交换积分次序 $\int_0^2dx\int_0^x f(x,y)dy=$ $\int_0^2dy\int_0^y f(x,y)dx$.



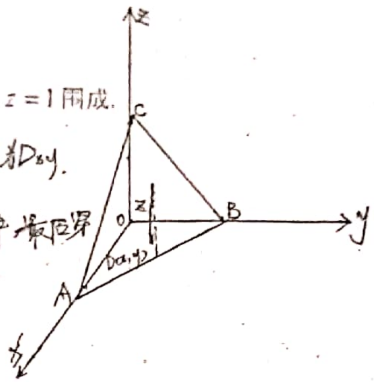
x-型 表 y-型

6. $e^{4x}=$ $1+4x+\frac{1}{2!}(4x)^2+\cdots+\frac{1}{n!}(4x)^n$（$x$ 的幂级数）.

第三题	
得分	

三、计算（每题 6 分，共 36 分）

1. $\iiint\limits_{\Omega} x\,dV$，$\Omega$ 由坐标平面及 $x+y+z=1$ 围成.



解：平面与坐标z轴在xOy面上的投影区域为D_{xy}.

$\therefore 0\le x\le 1,\ 0\le y\le x$.

作直线平行于z轴由z=0进入Ω中，最后穿出平面$z=1-x-y$. $\therefore 0\le z\le 1-x-y$.

$$\therefore \iiint\limits_{\Omega} x\,dV=\iiint\limits_{\Omega} x\,dx\,dy\,dz$$

$$=\iint\limits_{D_{xy}} dx\,dy\int_0^{1-x-y} x\,dz.$$

$$=\int_0^1 dx\int_0^{1-x} dy\int_0^{1-x-y} x\,dz=\frac{1}{24}.$$

2. 求幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} nx^{n-1}$ 的收敛域及和函数.

解：$\sum\limits_{n=1}^{\infty} nx^{n-1}=\sum\limits_{n=1}^{\infty}(x^n)'=\left(\sum\limits_{n=1}^{\infty}x^n\right)'=\sum\limits_{n=0}^{\infty}x^{n-1}=\left(\frac{x}{1-x}\right)'=\frac{1}{(1-x)^2}$.

因为级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}x^n$ 的收敛半径 $R_1=1$，所以所求级数的收敛半径为1，又因为当 $x=1$ 时，级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}nx^{n-1}$ 成为 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}n$，$\lim\limits_{n\to\infty}u_n=\lim\limits_{n\to\infty}n=+\infty\ne0$. 级数发散；

当 $x=-1$ 时，级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}nx^{n-1}$ 成为 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}n$；$\{S_n\}$ 的极限不存在，级数发散

$\therefore$ 所求级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}nx^{n-1}$ 的收敛域是 $(-1,1)$，其和函数为 $\frac{1}{(1-x)^2}$.

3. 设 $z=f(\sin x,\cos y,e^{x+y})$，$f$ 具有一阶连续偏导数，求 $\frac{\partial z}{\partial x},\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

解：~~$\frac{\partial z}{\partial x}=f_x(\cos x,\ 0,\ e^{x+y}\cdot y)$.~~

~~$\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=f_{xy}[0,\ 0,\ e^{x+y}(y+1)]$~~

$\frac{\partial z}{\partial x}=\cancel{\cos x}+0+e^{x+y}$.

$\frac{\partial z}{\partial y}=-\sin y+e^{x+y}$.

令 $f_1=\sin x$，$f_2=\cos y$，$f_3=e^{x+y}$ $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=e^{x+y}$

$\frac{\partial z}{\partial x}=f_1'\cos x+f_3'e^{x+y}$.

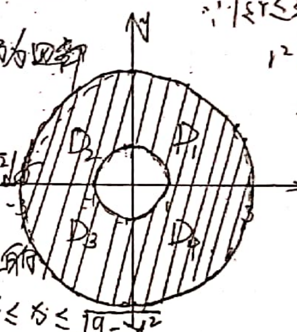
$\frac{\partial z}{\partial y}=f_2'(-\sin y)+f_3'e^{x+y}$

$\therefore \frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)=f_3''e^{x+y}$.

用极坐标法计算.

4. $\iint\limits_{D}\sqrt{x^2+y^2}\,d\sigma$，$D:1\le x^2+y^2\le 9$.

解：由图可知，将其平面区域可分为四部分.



$\therefore \iint\limits_{D}\sqrt{x^2+y^2}\,d\sigma=4\iint\limits_{D_1}\sqrt{x^2+y^2}\,d\sigma$

$\therefore$ 将D_1部分可看成 X—型的平面区域，则 $0\le y\le 3$，$\sqrt{1-y^2}\le x\le\sqrt{9-y^2}$

~~$\therefore \iint\limits_{D_1}\sqrt{x^2+y^2}\,d\sigma=\int_0^3 dy\int_{\sqrt{1-y^2}}^{\sqrt{9-y^2}}\sqrt{x^2+y^2}\,dx$~~

$\because 1\le r\le 3$，$0\le\theta\le\frac{\pi}{2}$ 在D_1中，

$\therefore 4\iint\limits_{D_1}\sqrt{x^2+y^2}\,d\sigma=4\int_0^{\frac{\pi}{2}}d\theta\int_1^3 r\,dr=2\pi^2$

$\because 1\le r\le 3$，$0\le\theta\le\frac{\pi}{2}$

$r^2+y^2=r^2$.

$\therefore 4\iint\limits_{D_1} r\cdot r\,dr$

$=4\int_0^{\frac{\pi}{2}}d\theta\int_1^3 r^2\,dr$

$=\frac{16}{3}\pi$.

考试时间 年 月 日

班级 ________ 姓名 ________ 学号 ________

装 订 线

第二类曲线积分

5. 计算 $\int_L xy\,dx$，其中 L 为抛物线 $y^2=x$ 从 $A(1,-1)$ 到 $B(1,1)$ 的一段弧.

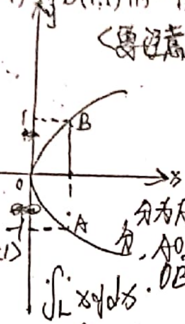
~~解：由L的方程 $y^2=x\ (0\le x\le 1)$ 得~~

~~$\int_L xy\,dx=\int_0^1\sqrt{x^3}\cdot\sqrt{1+(\sqrt{x})'^2}\,dx$~~

~~$=\int_0^1\sqrt{x^3}\cdot\sqrt{1+\cdots}\,dx=$~~

~~$\int_L xy\,dx$~~

~~$=\int_L y^3\,dy^2=\int_{-1}^{1}2y^4\cdot\sqrt{1+(y^2)'^2}\,dy=$~~



（要注意弧的方向）

<1> 分为AO与OB两部分，AO上 $y=-\sqrt{x}$，OB上 $y=\sqrt{x}$

$\int_L xy\,dx$

$=\int_{AO}xy\,dx+\int_{OB}xy\,dx$

$=\int_1^0 x(-\sqrt{x})\,dx+\int_0^1 x\sqrt{x}\,dx$

$=2\int_0^1 x^{\frac{3}{2}}\,dx=\frac{4}{5}$

<2> 将所给积分化为对y的定积分来计算.

$\int_L xy\,dx=\int_{-1}^{1}y^2\cdot y\,(y^2)'\,dy$

$=2\int_{-1}^{1}y^4\,dy$

$=\frac{4}{5}$

6. 计算 $\oint_L xy^2\,dy-x^2y\,dx$，其中 L 为圆周 $x^2+y^2=R^2$ 以逆时针方向.

格林公式

解：令 $P=xy^2$，$Q=x^2y$

$\because \frac{\partial Q}{\partial x}-\frac{\partial P}{\partial y}=-4xy$

$\therefore \oint_L xy^2\,dy-x^2y\,dx$

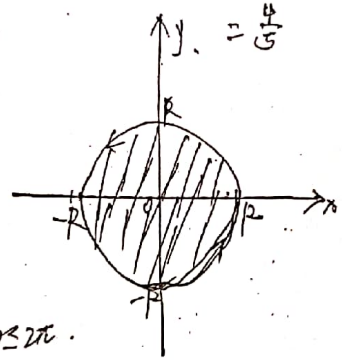
$=\iint_D(-4xy)\,dx\,dy$

$\because x=R\cos\theta,\ y=R\sin\theta,\ 0\le\theta\le2\pi.$

$\therefore \iint_D(-4xy)\,dx\,dy=\int_0^{2\pi}d\theta\int -4R^2\sin\theta\cos\theta\,R\,dr$

$=-4R^4\int_0^{2\pi}\frac{1}{4}\sin2\theta\,d\theta.$

$=-R^4(-\cos2\theta)\Big|_0^{2\pi}=R^5.$



第四题	
得分	

四、应用（10 分）

为销售某产品需在电视和报纸上做广告，当两种广告费分别为 x_1,x_2（万元）时，增加的销售收入为 $y=\frac{200x_1}{5+x_1}+\frac{100x_2}{10+x_2}$（万元），若销售毛利率为 20%，总广告费为 25（万元），求最佳广告策划.

解：设最大利润为L.

则 $L=20\%y-x_1-x_2=\frac{40x_1}{5+x_1}+\frac{20x_2}{10+x_2}-x_1-x_2$

$\varphi(x_1,x_2)=0$ 即 $x_1+x_2-25=0.$

即题设归结为求L在条件 $x_1+x_2=25$ 下的最大值.

作拉格朗日函数：

$L(x_1,x_2,z,\lambda)=\frac{40x_1}{5+x_1}+\frac{20x_2}{10+x_2}-x_1-x_2+\lambda(x_1+x_2-25)$

由方程组 $\begin{cases}L_{x_1}=\frac{200}{(5+x_1)^2}-1+\lambda=0\\ L_{x_2}=\frac{200}{(10+x_2)^2}-1+\lambda=0\\ x_1+x_2-25=0.\end{cases}$

$\therefore$ 解得 $x_1=15,\ x_2=10.$

$\therefore$ 广告费用 ~~$x_1=15,\ x_2=10$~~ 15万元和10万元时利润最大.

学号________ 姓名________ 班级________

装 订 线

西安财经学院试题 B 卷

命题教师 试题库 考试学期 2018 — 2019 学年第 二 学期

使用班级 统计 类型 闭卷笔试

课程名称 高等数学（理工类） 阅卷教师签名

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											

注意事项：

命题教师：1. 出题用五号字体输入，打印用正规 A4 纸张。
2. 除装订线内的三栏外，其它各项均由命题教师填写，不得漏填。

考　生：1. 装订线内的“班级”、“学号”、“姓名”三栏由考生本人填写。
2. 不得用红色笔，铅笔答题，否则试卷无效。

第一题	1	2	3	4	5	得分	签名
答案							

一、单项选择题（3 分×5）：

1. $f(P)$ 在 P_0 点连续是 $f(P)$ 在 P_0 点可微的（　　）条件.

A. 必要；　B. 充分；　C. 无关；　D. 充分必要.

2. 设 $\iiint\limits_{[1,2]\times[2,4]\times[3,6]} k dV = 48$，则 $k =$（　　）.

A. 4；　B. 8；　C. 2；　D. 6.

3. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n\sqrt{n}}$（　　）.

A. 条件收敛；　B. 发散；　C. 绝对收敛；　D. 可能收敛也可能发散.

4. 设 $\vec{a},\vec{b}$ 为非零向量，且 $\vec{a}//\vec{b}$，则（　　）.

A. $\vec{a}+\vec{b}=0$；　B. $\vec{a}-\vec{b}=0$；　C. $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$；　D. $\vec{a}\times\vec{b}=0$.

5. 函数 $f(x,y)=\begin{cases}\frac{\tan(x^2+y^2)}{x^2+y^2}, & x^2+y^2\neq 0\\ 1, & x^2+y^2=0\end{cases}$ 在点 $(0,0)$ 处（　　）.

$\frac{\tan x}{x}(x\to 0)=1.$

A. 有极限但不连续；　B. 无定义；　C. 无极限；　D. 连续.

第二题	得分		签名	

二、填空（3 分×10）：

1. 二元函数 $f(x,y)=\ln(y-x)+\sqrt{4-x^2-y^2}$ 的定义域是 $\{(x,y)\mid y>x 且 4\geq x^2+y^2\}$.

2. 在单连通域 D 中 $P(x,y)dx+Q(x,y)dy$ 为某二元函数全微分的充分必要条件为在 D 中 P,Q 满足 $\frac{\partial P(x,y)}{\partial y}=\frac{\partial Q(x,y)}{\partial x}$.

3. 交换积分次序 $\int_1^e dy\int_{\ln y}^1 f(x,y)dx=$ $\int_0^1 dx\int_1^{e^x} f(x,y)dy$.

4. 曲面 $z=x^2+y^2$ 在 $P_0(1,2,5)$ 处的法线方程为 $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{4}=\frac{z-5}{-1}$，切平面方程为 $2(x-1)+4(y-2)-(z-5)=0$

5. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n^p}$ 当 $P>1$ 时绝对收敛，当 $0<P\leq 1$ 时条件收敛，当 $P\leq 0$ 时发散.

6. $\sin x=$ $x-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}+\cdots+(-1)^n\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$（$x$ 的幂级数）.

7. 以 $(1,2,3)$ 为球心，半径为 3 的球面方程为 $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$

学号______ 姓名______ 班级______

装 订 线

第三题	签名
得分		

三、计算(6 分×6)：

1. 设 $z=f(xy,x^2y^3)$，f 有二阶连续偏导数，求 $\frac{\partial^2 z}{\partial y\partial x}$.

令 $u=xy$，$v=x^2y^3$ $\quad \frac{\partial z}{\partial y}=\frac{\partial f}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial f}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial y}$

解：

$=xf_1'+3x^2y^2f_2'$ 则 $\frac{\partial}{\partial x}(\frac{\partial z}{\partial y})=\frac{\partial}{\partial x}(xf_1'+3x^2y^2f_2')$

$=x\frac{\partial f_1'}{\partial x}+6xy^2f_2'+3x^2y^2\frac{\partial f_2'}{\partial x}+f_1'$ ①

$\frac{\partial f_1'}{\partial x}=\frac{\partial f_1'}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial f_1'}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial x}=f_{11}'y+f_{12}'2x\cdot y^3$ ②

$\frac{\partial f_2'}{\partial x}=\frac{\partial f_2'}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial f_2'}{\partial v}\cdot\frac{\partial v}{\partial x}=f_{21}'y+f_{22}'\cdot 2x\cdot y^3$ ③

将②③代入①中得答案

2. $\iint_D \sqrt[3]{x^2+y^2}\,d\sigma$，$D$: $1\le x^2+y^2\le 4$

解：令 $\begin{cases}x=R\cos\theta\\ y=R\sin\theta\end{cases}$ $\quad 0\le\theta\le 2\pi$

$\therefore \iint_D (R^2)^{\frac{1}{3}}d\sigma=\int_0^{2\pi}d\theta\int_1^2 R^{\frac{2}{3}}R\,dR$

$=\int_0^{2\pi}d\theta\int_1^2 R^{\frac{5}{3}}dR$

$=\int_0^{2\pi}(\frac{3}{8}R^{\frac{8}{3}}|_1^2)d\theta$

$=2\pi\cdot\frac{3}{8}(2^{\frac{8}{3}}-1)$

$=\frac{3\pi}{4}\cdot(4\cdot\sqrt[3]{4}-1)$

$=3\sqrt[3]{4}\pi-\frac{3\pi}{4}$

3. 证明曲线积分 $\int_{(1,0)}^{(2,1)}(2xy-y^4+3)dx+(x^2-4xy^3)dy$ 在 xoy 平面内与路径无关，并计算其值.

解：证明：令 $P(x,y)=2xy-y^4+3$
$Q(x,y)=x^2-4xy^3$

显然 $P(x,y)$，$Q(x,y)$ 在整个 xoy 面内具有一阶连续偏导数.

而且 $\frac{\partial P(x,y)}{\partial y}=2x-4y^3=\frac{\partial Q(x}{\partial x}=2x-4y^3$

故在整个 xoy 面内，积分与路径无关

$\therefore \int_{(1,0)}^{(2,1)}(2xy-y^4+3)dx+(x^2-4xy^3)dy$

$=\int_0^1[2(y+1)y-y^4+3]d(y+1)+(y+1)^2-4(y+1)y^3dy$

$=\int_0^1(2y^2+2y-y^4+3+y^2+2y+1-4y^4-4y^3)dy$

$=\int_0^1(-5y^4-4y^3+3y^2+4y+4)dy$

$=(-y^5-y^4+y^3+2y^2+4y)|_0^1$

$=(-1-1+1+2+4)$

$=5$

学号________ 姓名________ 班级________

装 订 线

4. $\int_L 5x^2dy-3ydx$， $L: y=x^4, A(0,0)\to B(2,16)$.

解: $\int_L 5x^2dy-3ydx=\int_L 5x^2\cdot 4x^3dx-3x^4dx$

$=\int_L(20x^5-3x^4)dx$

$=\frac{20}{6}x^6-\frac{3}{5}x^5\Big|_0^2$

$=\frac{20}{6}\cdot 64-\frac{3}{5}\times 32=\frac{20\times 32}{3}-\frac{96}{5}$

$=\frac{3200}{15}-\frac{96\times 5}{15}=\frac{3200-28?}{15}$

$=\frac{2912}{15}$

5. 求幂级数$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{2n+1}x^{2n+1}$的收敛域及和函数.

解: $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{2n+1}x^{2n+1}=$

$\lim_{n\to\infty}\left|\frac{U_{n+1}}{U_n}\right|=\lim_{n\to\infty}\left|\frac{x^{2n+3}}{2n+3}\cdot\frac{2n+1}{x^{2n+1}}\right|=|x^2|$

∴当$|x^2|<1$ 即 $|x|<1$时 级数绝对收敛

$|x^2|>1$ 即$|x|>1$时 级数发散,从而原级数的收敛半径

$R=1$ 故收敛域为$(-1,1)$

设$S(x)=\frac{(-1)^n}{2n+1}\cdot x^{2n+1}$

$S'(x)=(-1)^n x^{2n}=\sum_{n=0}^{\infty}(-1\cdot x^2)^n=\frac{1}{1+x^2}\ (-1<x<1)$

积分得 $S(x)-S(0)=\int_0^x\frac{1}{1+x^2}dx=\arctan x$

∴ $S(x)=\arctan x \quad x\in(-1,1)$

6. $\iiint_\Omega y^2dV$，Ω由坐标平面及$x+y+z=1$围成.

解: $\iiint_\Omega y^2dV=\int_0^1dx\int_0^{1-x}dy\int_0^{1-x-y}y^2dz$

$=\int_0^1dx\int_0^{1-x}y^2dy\int_0^{1-x-y}dz$

$=\int_0^1dx\int_0^{1-x}y^2\cdot(1-x-y)dy$

$=\int_0^1dx\int_0^{1-x}(y^2-xy^2-y^3)dy$

$=\int_0^1\left(\frac{y^3}{3}-\frac{x}{3}y^3-\frac{y^4}{4}\Big|_0^{1-x}\right)dx$

$=\int_0^1\left[\frac{(1-x)^3}{3}-\frac{x(1-x)^3}{3}-\frac{(1-x)^4}{4}\right]dx$

$=\int_0^1\left[\frac{(1-x)^4}{3}-\frac{(1-x)^4}{4}\right]dx$

$=\int_0^1\frac{(1-x)^4}{12}dx$

$=\int_0^1\frac{(x-1)^4}{12}dx$

$=\frac{(x-1)^5}{12}\times\frac{1}{5}\Big|_0^1$

$=0-\frac{-1}{12}\times\frac{1}{5}$

$=\frac{1}{60}$

学号________ 姓名________ 班级________

装 订 线

第四题	签名
得分	

四、证明(9 分)：设 $f(x,y)=g(r), r=\sqrt{x^2+y^2}$, g 二阶可导，则 $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}=g''(r)+\frac{1}{r}g'(r)$.

证明：$\frac{\partial f}{\partial x}=g'(r)\frac{2x}{2\sqrt{x^2+y^2}}=g'(r)\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)=g''(r)r'\cdot\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}+g'(r)\frac{\sqrt{x^2+y^2}-x\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}}{x^2+y^2}$$

$$=g''(r)\frac{x^2}{x^2+y^2}+g'(r)\frac{y^2}{(x^2+y^2)\sqrt{x^2+y^2}}\cdots①$$

同理得

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)=g''(r)\frac{y^2}{x^2+y^2}+g'(r)\frac{x^2}{(x^2+y^2)\sqrt{x^2+y^2}}\cdots②$$

$\therefore ①+②=g''(r)+\frac{1}{r}g'(r)$

第五题	签名
得分	

五、应用(10 分)：设某工厂生产甲、乙两种产品，产量分别为和（千件），利润函数为 $L(x,y)=6x-x^2+16y-4y^2-2$（万元），已知生产这两种产品时，每千件产品均需消耗某种原料 $2000kg$，现有该原料 $12000kg$，问两种产品各生产多少时，总利润最大？

解：设甲生产x，乙生产y

则题设问题归结为在约束条件

$\varphi(x,y)=x+y-6=0$ 下

求 $L(x,y)=6x-x^2+16y-4y^2-2$ 的最大值

作拉格朗日函数

$$L(x,y,\lambda)=6x-x^2+16y-4y^2-2-\lambda(x+y-6)=0$$

$$\begin{cases} L_x=6-2x-\lambda=0 \\ L_y=16-8y-\lambda=0 \\ x+y-6=0 \end{cases}$$

解得唯一解 $\begin{cases} x=0.5 \\ y=5.5 \end{cases}$

∴生产甲、乙各0.5千件，5.5千件

年 月 日 考试时间 班级 姓名 学号 装 订 线

西安财经学院试题05卷

命题教师 试题库 学期 201 — 201 学年第 2 学期

使用班级 理工类各专业 考核方式 闭卷笔试

课程名称 高等数学 阅卷教师签名

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											

注意事项：

命题教师	1. 试题用五号字、宋体输入，打印用正规A4纸张。
	2. 除了答题以外的各项均由命题教师填写，不得漏填。
考生	1. 除了栏内的"班级"、"学号"、"姓名"、"时间"等栏由考生本人填写。
	2. 一律用墨色的笔书写答题，否则试卷无效。

第一题	1	2	3	4	5	得分	签名
答 案							

一、单项选择题（3分×5）：

1. 函数 $z=\dfrac{1}{x^2-y^2}$ 的间断点集合为 $\{(x,y)\mid(\quad)\}$.

A. $x=y=0$； B. $y=\pm x$； C. $y=x$； D. $y=-x$.

2. 设 $|\vec{a}|=2, |\vec{b}|=\sqrt{2}$，且 $|\vec{a}\times\vec{b}|=2$，则 $\vec{a}\cdot\vec{b}=$（ ）.

A. ± 2； B. 2； C. -2； D. 0.

3. $f(P)$ 在 P_0 点可偏导是 $f(P)$ 在 P_0 点连续的（ ）条件.

A. 充分必要； B. 无关； C. 充分； D. 必要.

4. 设 $\oiint\limits_{x^2+y^2+z^2=4} k\,dS=48\pi$，则 $k=$（ ）.

A. 6； B. 12； C. 3； D. 9.

5. 设 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n^2$ 收敛，则级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{a_n}{n}$（ ）.

A. 发散； B. 可能收敛也可能发散； C. 条件收敛； D. 绝对收敛.

第二题		签名
得分		

二、填空题（3分×8）：

1. 方程 $2x-3y^2-3z^2=0$ 表示的曲面为__________.

2. 设 $u=x^y+y^x$，则 $du=$__________.

3. 曲面 $z^2-z+xy=6$ 在点 $(2,3,1)$ 处的切平面方程为

__________，法线方程为__________.

4. 级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n^s}$ 当__________时绝对收敛，当__________时

条件收敛，当__________时发散.

5. 交换积分次序 $\int_0^1 dy\int_{\sqrt{y}}^{y} f(x,y)dx=$__________.

学号＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿ 班级＿＿＿＿ 考试时间＿＿＿年＿＿月＿＿日

装 订 线

第三题		签名
得分		

三、计算(7 分×6)：

1. 求 $\iiint\limits_{\Omega} y^2 dV$，其中 $\Omega: \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2} \le 1 (a,b,c>0)$.

解：

2. 求 $\iint\limits_{D} \frac{e^{\sqrt{x^2+y^2}}}{\sqrt{x^2+y^2}} d\sigma$，其中 $D: 9 \le x^2+y^2 \le 36$.

解：

3. 求 $\int_{\overline{L}} 5xdy - 7ydx$，其中 $\overline{L}: y = x^2, A(0,0) \to B(3,9)$.

解：

学号________ 姓名________ 班级________ 考试时间________年____月____日

装 订 线

4. 设 $u = f(x, xy, xyz)$，f 有二阶连续偏导数，求 $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$.

解:

5. 求微分方程 $y'' + y = 9x - 4$ 的通解.

解:

6. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} n(n+3)x^n$ 的收敛域及和函数.

解:

考试时间____年____月____日

班级________ 姓名________ 学号________

装 订 线

第四题		签名
得分		

四、应用(10 分)

设$A(0,5)$，求抛物线$2y=4-3x^2$上一点P，使PA最短.

解:

第五题		签名
得分		

五、证明(9 分)：设$u=xf(x+y)+yg(x+y)$, f,g二阶可导, 则

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-2\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0.$$

证明: