

2020 学年第二学期
考核方式: 闭卷考试

命题教师: _____
教师签名: _____

考 生: _____
1. 出題用五号字体输入, 打印用正楷体输出。
2. 除装订线内的三栏外, 其它各项均由命题教师填写, 不得漏填。
3. 装订线内的“班级”、“学号”、“姓名”三栏由考生本人填写。
4. 不得用红色笔, 铅笔答题, 否则试卷无效。

第一题	1	2	3	4	5	得分
答案						

一、单项选择题 (3分×5):

1. 若 A 和 B 为 n 阶方阵, 则 () 一定成立。
 (A) $|A+B| = |A| + |B|$; (B) $|AB| = |BA|$;
 (C) $AB = BA$; (D) $|kA| = k|A| (k \in R)$ 。

2. 非齐次线性方程组 $Ax = b$ 中未知量个数为 n , 方程个数为 m , 系数矩阵 A 的秩为 r 则下列结论正确的是 ()。
 (A) $r = n$ 时, 方程组 $Ax = b$ 有唯一解;
 (B) $r = n$ 时, 方程组 $Ax = b$ 有唯一解;
 (C) $r < n$ 时, 方程组 $Ax = b$ 有无穷多解;
 (D) $r = m$ 时, 方程组 $Ax = b$ 有解。

3. 设 A 为 3 阶方阵, 将 A 的第 2 列加到第 1 列得 B , 再交换 B 的第 2 行与第 3 行得单位阵, 记 $P_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $P_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, 则 ()。
 (A) $A = P_1 P_2$; (B) $A = P_1^{-1} P_2$; (C) $A = P_2 P_1$; (D) $A = P_2 P_1^{-1}$ 。

4. 若 $AB = AC$, 当 () 时 $B = C$ 一定成立。
 (A) $A = 0$; (B) $A \neq 0$; (C) $|A| \neq 0$; (D) $|A| = 0$ 。

5. $n+1$ 个 n 维向量组成的向量组线性 ()。
 (A) 相关且无关; (B) 相关或无关; (C) 相关; (D) 无关。

二、填空题 (3分×10):

1. 设 A 是 3 阶方阵, 且 $|A| = \frac{1}{2}$, 则 $|(2A)^{-1} - 5A^*| =$ _____。

2. n 阶方阵 A 满足 $A^2 - 5A - E = 0$, 则 A 可逆, $A^{-1} =$ _____, $(A - 5E)^{-1} =$ _____。

3. 向量 $\alpha_1 = (1, -2, 3, -5)^T$ 与 $\alpha_2 = (2, -4, 6, -10)^T$ 是线性 _____, 向量 $\alpha_3 = (-2, 0, 3, -2)^T$ 与 $\alpha_4 = (1, 2, 4, -3)^T$ 是线性 _____。

第二题

得分	
----	--

B 套 第 2 页 共 5 页

4. 设 3 阶矩阵 A 的特征值为 1, 2, -3, 则 $|A^2 + 3A + 2E| =$ _____。

5. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A^2 =$ _____, $A^{-1} =$ _____, $|A^4| =$ _____。

6. 二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = -5x_1^2 - 6x_2^2 - 4x_3^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3$ 是 _____ 定的。

第三题

得分	
----	--

三、计算 (45分):

1. (10分) 求解矩阵方程 $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 8 & 6 \end{pmatrix}$ 。

B 套 第 3 页 共 5 页

2. (10分) 求线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 5 \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 2x_4 - 2x_5 = 2 \\ 6x_1 + 6x_2 + 6x_3 - 2x_4 - 2x_5 = 14 \\ 7x_1 + 7x_2 + 7x_3 - 5x_4 - 5x_5 = 11 \end{cases}$ 的通解。

3. (15 分) 用正交变换法, 将二次型

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2 - 4x_1x_2 - 4x_2x_3$$

化为标准形.

4. (10 分) 设 $D = \begin{vmatrix} 3 & -5 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -5 \\ -1 & 3 & 1 & 3 \\ 2 & -4 & -1 & -3 \end{vmatrix}$, D 的 (i, j) 元的代数余子式记作 A_{ij} ,

求 $A_{11} + A_{12} + A_{13} + A_{14}$.

第四题

得分

四、证明 (10 分): 设 n 阶方阵 A 满足 $A^2 = E$, 证明:

$$R(A + E) + R(A - E) = n.$$