PROBLEMAS DE AUTOEVALUACIÓN
L4-PROB1-PAG89

XAVIER AZNAR
HTTP://FISICAUNED.WORDPRESS.COM

Problema. Determinar a partir de la fórmula

$$\frac{1}{\sqrt{c}} = 1{,}7 \log\left(cR_x\right) + 3{,}0$$

la fuerza total que actúa sobre ambas caras de la placa.

Demostración. La fuerza por unidad de longitud del borde de la placa es (tenemos dos caras):

$$F = 2\int_0^l \sigma dx$$

donde l es la longitud de la placa. Si usamos el coeficiente de arrastre C en lugar de la fuerza F

$$C = \frac{F}{\frac{1}{2}\rho U^2 2l}$$

tenemos

$$C = \frac{1}{l}\int_0^l c dx$$

Si tomamos únicamente los términos que contienen el logaritmo en su potencia más elevada (la primera), entonces la integral anterior es $c\left(l\right)$, que corresponde al valor de c para $x = l$. Para obtener un valor más exacto de C, tal y como corresponde a la fórmula del enunciado, tenemos que realizar la integración teniendo en cuenta todos los términos del orden siguiente que contienen el logartimo elevado a la potencia cero. Para esto:

$$\int_0^l c\,dx = \left. xc\right|_0^l - \int_0^l x\frac{dc}{dx}dx$$

Ahora calculamos la derivada $\frac{dc}{dx}$ usando la fórmula para c del enunciado, escrita como $c = \frac{1}{A^2\log^2(Bxc)}$ y obteniendo, con la precisión necesaria:

$$C = c\left(l\right) + \frac{2}{A^2\log^3\left(Blc\right)} = c\left(l\right)\left(1 + \frac{2}{\log\left(Blc\right)}\right)$$

de manera que

$$\frac{1}{\sqrt{C}} = \frac{1}{\sqrt{c}}\left(1 - \frac{1}{\log\left(Blc\right)}\right) = A\left(\log\left(Blc\right) - 1\right) \approx A\log\left(\frac{Blc}{e}\right)$$

Sustituyendo los valores de A y B a partir de la fórmula del enunciado, obtenemos

$$\frac{1}{\sqrt{C}} = 1{,}7 \log (CR) + 1{,}3$$

que da el coeficiente de arrastre total C en función del número de Reynolds $R = Ul/\nu$.

En el caso de R grande, el coeficiente de arrastre dado por esta fórmula disminuye proporcionalmente a $1/\log^2 (R)$. En el caso límite laminar, C disminuye proporcionalmente a $\sqrt{R}$, es decir, con mayor rapidez. Así pues, en el caso de R grandes, el rozamiento en una capa límite turbulenta es mayor que en otra laminar. $\square$