- Para cualquier consulta diríjanse a:

Jose L. Castillo Gimeno	Tel.: 91 398 7122	email: castillo@dfmf.uned.es
Pedro L. García Ybarra	Tel.: 91 398 6743	email: pgybarra@dfmf.uned.es
Manuel Arias Zugasti	Tel.: 91 398 7127	email: maz@dfmf.uned.es

TEST (0,5 puntos cada una)

1. En el movimiento de un fluido a bajos números de Reynolds

   a) los efectos viscosos son dominantes. Tema 2, pag 34
   b) las fuerzas sobre las superficies que delimitan el fluido son despreciables.
   c) la gravedad no juega ningún papel.
   d) ninguna de las anteriores.

2. El número de Prandtl

   a) es una propiedad del fluido, independiente de su movimiento. Tema 5, pag 142
   b) depende de la velocidad del fluido.
   c) determina el espesor de la capa límite viscosa.
   d) ninguna de las anteriores.

3. En flujos a altos números de Reynolds

   a) necesariamente hay vorticidad.
   b) puede haber generación y transporte de vorticidad. Tema 4, pag 117
   c) la difusión y advección de vorticidad son del mismo orden de magnitud.
   d) ninguna de las anteriores.

4. En la superficie de separación entre dos fluidos inmiscibles bajo la acción de la gravedad

   a) la presencia de un gradiente de tensión superficial produce una fuerza normal a la superficie.
   b) cuando el inverso de la curvatura de la superficie es del orden de la longitud de capilaridad la superficie puede aproximarse por una superficie equipotencial del campo gravitatorio.
   c) el radio de curvatura de la superficie siempre es del orden de la longitud de capilaridad.
   d) ninguna de las anteriores. Tema 7, pag 178

CUESTIONES (2 puntos cada una)

1. Demuestre mediante un análisis de órdenes de magnitud que la fuerza por unidad de superficie ejercida por un fluido (con densidad ρ y viscosidad μ) sobre un objeto de longitud caracterísitica L moviéndose con velocidad U a bajos números de Reynolds es del orden de $\mu U/L$, mientras que a números de Reynolds altos es del orden de ρU^2.

2. El remolino que se genera alrededor del sumidero al dejar salir el agua en un lavabo o en un ciclón atmosférico puede suponerse como un vórtice bidimensional formado por un ojo central que rota como un sólido rígido más un flujo irrotacional alrededor de esta zona central. Esta composición se conoce con el nombre de vórtice de Rankine. Tomando coordenadas cilíndricas, con el eje z perpendicular al plano de movimiento del fluido, la vorticidad ($\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{v}$) tiene una sola componente dirigida según el eje z, dada por Tema 1-pag 7

$$\omega_z = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r v_\theta) - \frac{1}{r}\frac{\partial v_r}{\partial \theta}$$

a) En el ojo central de radio R, la vorticidad es constante e igual a ω_0. Tomando como origen el centro del vórtice, calcúlense las componentes de la velocidad del fluido en esa región. Calcúlese la circulación de la velocidad alrededor de una circunferencia de radio r centrada en el origen.

b) En la región irrotacional exterior ($r > R$) la vorticidad es nula. Calcúlense las componentes de la velocidad del fluido en esa región. Calcúlese la circulación de la velocidad alrededor de una circunferencia de radio r centrada en el origen. Dibújese $v_\theta(r)$.

PROBLEMA (4 puntos)

Consideramos el movimiento de un fluido con densidad ρ y viscosidad μ constantes, situado entre 2 placas paralelas e infinitas separadas por una distancia h, de tal forma que la placa de abajo oscila de forma paralela a sí misma con velocidad $u = U\cos\omega t$, mientras que la placa de arriba se mantiene en reposo en todo momento. Definimos el eje x como la dirección en la que oscila la placa de abajo, el eje y como la dirección perpendicular a las placas, suponemos que hay simetría en la dirección del eje z (paralelo a las placas y perpendicular a la dirección del movimiento) y que el flujo se produce en ausencia de gradientes de presión. Como consecuencia del movimiento oscilatorio de la placa de abajo se induce en el fluido un movimiento unidireccional incompresible e inestacionario, en el que el campo de velocidades tiene la forma $\boldsymbol{v} = \{v, 0, 0\}$.

a. Deduzca la ecuación diferencial de orden 2 que determina v, así como las condiciones de contorno que deben aplicarse.

b. Para calcular la solución del anterior problema de condiciones de contorno lo más sencillo es suponer que la velocidad de la placa de abajo está dada por la función compleja $u = Ue^{i\omega t}$, cuya parte real es la condición de contorno con significado físico, de tal forma que la solución del problema se puede poner como

$$v = \mathrm{RE}\left[Ue^{i\omega t} f(y)\right]$$

donde $\mathrm{RE}\,[c]$ denota la parte real del número complejo c (este método es aplicable en este caso dado que la ecuación que determina v es lineal). Calcule la función $f(y)$.

c. Calcule a partir de la solución del apartado anterior las tensiones viscosas ejercidas por el fluido sobre cada una de las placas (exprese el resultado implícitamente como “la parte real” de una función compleja, no calcule esta parte real de forma explícita).

d. Explique cualitativamente de forma razonada qué comportamiento cabe esperar en los límites de frecuencias bajas ($\omega \ll \nu/h^2$) y altas ($\omega \gg \nu/h^2$), siendo $\nu = \mu/\rho$ la viscosidad cinemática del fluido.