U.PORTO
FEUP FACULDADE DE ENGENHARIA
UNIVERSIDADE DO PORTO

27 de maio de 2020
2º ano do MIEIC, 2º semestre
Concepção e Análise de Algoritmos

TourMateApp

rotas turísticas urbanas adaptáveis

Turma 5 Grupo 4

Jéssica Nascimento up201806723@fe.up.pt
Rafael Cristino up201806680@fe.up.pt
Xavier Pisco up201806134@fe.up.pt

Índice

Siglas e Acrónimos

- ➔ OSM: OpenStreetMap (openstreetmap.org)
- ➔ POI: Ponto de Interesse (*Point of Interest*)
- ➔ SCC: *Strongly Connected Component*(s)
- ➔ BFS: Breadth First Search
- ➔ DFS: Depth First Search

Descrição do Problema

A TourMateApp pretende **gerar itinerários eficientes, construídos consoante os interesses e a disponibilidade temporal de cada utilizador, bem como o ponto de partida e o ponto de chegada, baseados num mapa fornecido**.

Estes itinerários são definidos por um ponto de partida e um ponto de chegada, e tanto um como o outro são especificados pelo utilizador:

- ➔ **Caso o utilizador especifique ponto de partida** (provavelmente a sua localização atual) **mas não especifique ponto de chegada**, o itinerário será caracterizado como sendo um itinerário primariamente turístico, o que significa que **a aplicação procurará gerar um itinerário que passe pelo número máximo de pontos turísticos, dentro do tempo especificado e dando prioridade aos interesses do utilizador**. Se não for possível visitar nenhum ponto turístico dentro da janela de tempo fornecida, a aplicação dará ao utilizador a opção de alterar o tempo disponível ou cancelar a operação.

- ➔ **Caso o utilizador especifique ponto de chegada e ponto de partida**, e tenha ativado a opção de preencher o tempo restante disponível (calculado pela subtração do tempo do percurso ao tempo disponível) por visitas a atrações turísticas, **a aplicação procurará preencher esse tempo disponível com visitas a pontos turísticos, mediante os interesses do utilizador e sem exceder o tempo disponível especificado**. Senão, gera apenas o caminho mais curto desde a origem ao destino.

Decomposição do problema

Vertentes em que se divide o problema, numa perspectiva computacional.

1 - Obtenção do grafo a partir do mapa

Várias alternativas:

- ➔ mapas provenientes do OSM (XML) sem processamento prévio
  - ◆ Utilização de um XML parser e utilização do resultado para criar os vértices e arestas, que são posteriormente adicionados ao grafo.
- ➔ mapas fornecidos pelos docentes da unidade curricular, processados
  - ◆ GridGraphs
  - ◆ PortugalMaps
  - ◆ TagExamples (PortugalMaps com tags provenientes do OSM)

2 - Cálculo e atribuição das distâncias às arestas do grafo

Cálculo com base na diferença entre as coordenadas dos vértices que são conectados pela aresta.

3 - Adição da relação dos POIs com os vértices do grafo

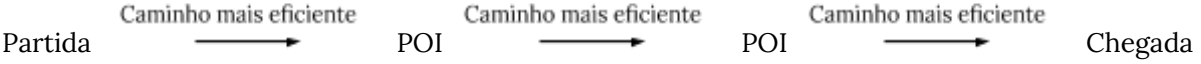
- ➔ Determinação do vértice que tem as coordenadas que mais se aproximam às coordenadas do ponto de interesse.
- ➔ Atribuição do objeto 'POI' ao vértice escolhido, e do vértice escolhido ao objeto 'POI'.

4 - Cálculo do itinerário mais eficiente desde a localização de partida à localização de chegada.

Ainda não tendo em conta as opções do utilizador, e assumindo a receção de ambas as localizações.

5 - Adição da capacidade de visitar POIs

Envolve o cálculo do caminho mais eficiente da localização de partida à localização do POI, e do ponto de interesse à localização de chegada.



6 - Adição da capacidade de visitar o número máximo de POIs, seguindo as preferências do utilizador (os seus interesses e tempo disponível)

Envolve a comparação dos caminhos resultantes de acrescentar variados POIs, sem ultrapassar o tempo disponível.

7 - Adição da capacidade de gerar um itinerário sem ser definido um local de chegada (puramente turístico)

Envolve o ponto anterior, mas sem a restrição do ponto de chegada.

Identificação e formalização do problema

Dados de entrada

- ➔ **G(V, E)** - Grafo do mapa da cidade em que o utilizador se encontra
  - ◆ **V** - Vértices correspondentes às interseções entre as ruas (arestas) que incluem:
    - **id** - Número identificador de cada ponto
    - **localização** - Coordenadas da sua localização
    - **adj** - Arestas adjacentes
    - **categoria** - categoria do POI (caso o vértice seja POI)
    - **Outros dados** - Fornecidos no mapa (tags, no caso de mapas provenientes do OSM)
  - ◆ **E** - Arestas correspondentes às ruas
    - **destino** - Vértice correspondente ao final da aresta
    - **w** (weight - w) - Distância coberta pela aresta (do vértice inicial ao final)
    - **Outros dados** - Fornecidos no mapa (tags, no caso de mapas provenientes do OSM, por exemplo nome da rua)
- ➔ **notStronglyConnected(G)** - se o grafo é fortemente conexo (true) ou não (false)
- ➔ **origem** $\in$ **V** - Vértice correspondente ao início do itinerário
- ➔ **destino** $\in$ **(V** $\cup$ **null)** - Vértice correspondente ao final do itinerário (opcional, como descrito na descrição do problema)
- ➔ **tempoLivre** - Tempo máximo da duração do itinerário
- ➔ **Pm** $\subset$ **V** - Lista dos pontos de interesse que presentes no mapa
- ➔ **preferências** $\subset$ **categories(V)** - Lista dos tipos de preferências, contida no conjunto de todas as categorias possíveis dos vértices

Dados de saída

- ➔ **M(V, E)** - Grafo do mapa da cidade em que o utilizador se encontra
- ➔ **Vf ⊂ V** - Lista dos vértices a percorrer
- ➔ **Ef ⊂ E** - Lista das arestas a percorrer
- ➔ **Pf ⊂ Vf** - Lista dos POIs a percorrer
- ➔ **dist(Vf, Ef)** - Distância estimada para o itinerário no total
- ➔ **tempoEstimado(dist(Vf, Ef))** - O tempo estimado para o itinerário no total (calculado com base na distância percorrida)

Restrições

- ➔ **∀ v1, v2 ∈ V, id(v1) != id(v2)** - O ID tem de ser único
- ➔ **∀ v ∈ V, adj(v) !=** ∅ - Todos os vértices têm de ter uma aresta que os liguem a outro vértice
- ➔ **∀ v ∈ V, localização(v) != null** - Todos os vértices têm de ter uma localização
- ➔ **∀ e ∈ E, w(e) > 0** - A distância entre dois vértices tem de ser sempre maior do que 0
- ➔ **∀ origem ∈ V e ∀ destino ∈ (V ∪ null)** : **se destino ∈ V então path(origem -> destino) != null** - Se existir um destino pertencente a V (o destino pode ser null, sendo então calculado pelo programa), então tem que existir um caminho da origem para o destino.
- ➔ **tempoLivre ∈]0, +∞[** - O tempo livre tem de ser maior que 0. Se o tempo livre for menor que o tempo necessário para chegar ao destino, ou não for suficiente para visitar nenhum POI, o output do programa é o caminho mais curto desde a origem ao destino.
- ➔ **∀ POI ∈ Pm, POI ∈ V** - Os pontos de interesse de um percurso têm de existir e pertencer ao mapa utilizado
- ➔ **∀ pref ∈ preferências, pref ∈ categories(V)** - As preferências do utilizador têm de fazer parte da lista de categorias dos vértices do grafo

- **Sejam Oi ∈ V e Di ∈ (V ∪ null) a origem e o destino iniciais e Of e Df a origem e os destinos finais. Of = Oi e, se Di != null então Df = Di. Se Di == null, então Df ∈ V** - Nos dados de saída, a origem e o destino têm de ser os mesmos dos dados de entrada (exceto quando não é especificado um destino)
- **∀ v ∈ Vf, v ∈ V** - Todos os vértices descritos no percurso resultante têm de pertencer ao mapa utilizado
- **∀ e ∈ Ef, e ∈ E** - Todas as arestas descritas no percurso resultante têm de pertencer ao mapa utilizado
- **∀ POI ∈ Pf, POI ∈ Pm** - Todas os POIs descritos no percurso resultante têm de pertencer ao mapa utilizado
- **tempoEstimado(dist(Vf, Ef)) < tempoLivre** - O tempo estimado para percorrer o percurso não pode ultrapassar o tempo livre.

Função objetivo

- O itinerário ter o maior número possível de pontos de interesse dos dados de entrada, respeitando as preferências do utilizador quando possível
- O tempo estimado para a conclusão do itinerário não ultrapassar o tempo disponível fornecido nos dados de entrada
- O ponto inicial e o ponto de chegada corresponderem aos fornecidos nos dados de entrada

A função objetivo passa por:

Maximizar $|Pf|$

Minimizar $\sum_{e \in Ef} w(e)$

A nossa solução dá prioridade à primeira equação, maximizar o número de POIs visitados.

Solução

A solução que desenvolvemos para este problema assenta na utilização do algoritmo de Dijkstra e de princípios gananciosos para encontrar o caminho mais curto de um vértice para todos os outros.

Começando na origem (vértice atual), o algoritmo procura um POI (candidate) tal que *category*(POI) ∈ *preferências do utilizador* e cuja *dist*(POI) (distância do vértice atual ao candidato) seja *min*(*dist*(POIs)) (a distância mínima de todos os POIs).

Para além dessa seleção de um candidato a partir da distância ao vértice atual, dependendo dos casos, faz-se uma seleção a partir do ângulo entre os vetores

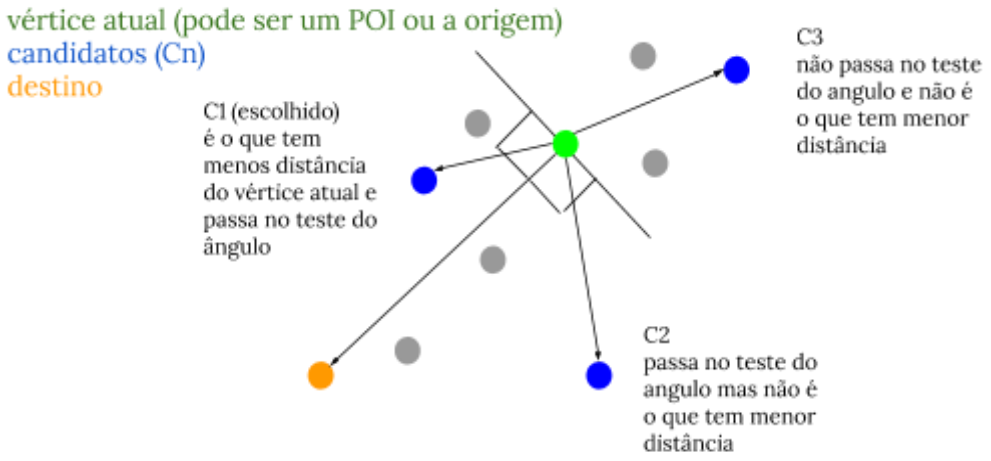
vetor v1, desde o vértice atual ao vértice candidato
vetor v2, desde o vértice atual ao destino

procurando obter um ângulo menor que Π/2 e maior que -Π/2, ou seja, verificar que o vértice candidato se localiza em direção ao destino.

Se após a seleção do candidato, se executar dijkstra com origem no candidato e a distância do candidato ao destino fizer com que o tempo previsto seja maior que o tempo disponível, então descarta-se o candidato e termina-se a rota (candidato = destino). Se for escolhido um candidato que não o destino, então esta busca pelo próximo candidato recomeça outra vez, mas com vértice atual = candidato obtido.

Em maior detalhe, encontra-se a solução na secção de algoritmos implementados.

Exemplo:



Casos de utilização e funcionalidades implementadas

Estas funcionalidades aplicam-se aos mapas pré-processados, fortemente conexos ou não (disponíveis no menu Open Map -> Simple TXT maps) e GridGraphs.

1. O utilizador tem um intervalo de x tempo e pretende aproveitá-lo visitando alguns POIs na área, tendo de regressar ao local original.

Ponto de partida = ponto de chegada

2. O utilizador está a fazer escala entre dois voos e pretende conhecer a cidade em que se encontra, sem perder o voo.

Semelhante ao caso anterior

3. O utilizador tem um local onde pretende estar, mas tem mais tempo do que o necessário para lá chegar.

Ponto de partida = localização atual
Ponto de chegada = localização final
O utilizador visitará atrações turísticas a caminho do seu destino, sem ultrapassar o tempo disponível.

4. O utilizador está numa situação puramente turística e não pretende ter uma específica localização final.

Ponto de partida = localização atual
Ponto de chegada = null
O utilizador visitará o maior número de atrações turísticas sem ultrapassar o tempo disponível.

5. O utilizador pretende utilizar a aplicação simplesmente como um GPS.

A aplicação gerará o itinerário mais eficiente entre o ponto de partida e de chegada fornecidos.

Todos os pontos anteriores que envolvem pontos de interesse têm em conta as definições escolhidas pelo utilizador, nomeadamente os seus interesses, que definem o tipo de atrações que ele se sente compelido a visitar.

Outras funcionalidades implementadas

Menu com testes de conectividade aos grafos, por exemplo encontrar pontos de articulação ou devolver as componentes fortemente conexas.

Menu com testes de performance aos algoritmos implementados.

Leitura de mapas XML do OSM, com capacidade de geração de rota (sem POIs). Os vértices podem ser obtidos a partir do seu nome, utilizando o algoritmo de string matching *edit distance*.

A rota pode ser realizada a pé ou de carro.

Estruturas de Dados Utilizadas

Para a implementação deste trabalho, utilizamos:

- ➔ **Grafos:** para converter os mapas em vértices e arestas de modo a que fosse possível escolher os vários pontos necessários para o itinerário. Em todo o trabalho é usada esta estrutura para qualquer funcionalidade.
- ➔ **Mutable Priority Queue:** para auxílio na elaboração do algoritmo de Dijkstra.
- ➔ **Stack:** para a elaboração do algoritmo Strongly Connected Components que faz a conexão dos grafos.
- ➔ **Vector:** esta estrutura é muito usada ao longo do trabalho como auxiliar e como estrutura para guardar dados, como no caso da lista de preferências do utilizador.

Algoritmos efetivamente implementados

Algoritmos lecionados

Dijkstra (outros algoritmos de obtenção de caminhos no grafo foram implementados no contexto das aulas práticas, mas não na realização do projeto)

Strongly Connected Components

Find Articulation Points

String Edit Distance

Algoritmos concepcionados

Estes algoritmos foram desenvolvidos e testados nos mapas em TXT, strong e full. Funcionam tanto nos com forte conectividade como nos desconexos. Com os mapas diretamente extraídos do OSM apenas implementámos Dijkstra simples.

Algoritmo para a geração de rota entre a origem e o destino

Passando por POIs, sem ultrapassar o tempo disponível

Pseudocódigo

```
// G = (V, E)
// origin ∈ V, destination ∈ V
// poiVertexes ⊂ V
// userPreferences ⊂ categories(V)
// userTime - available time

makeRoute(G, origin, destination, poiVertexes, userPreferences, userTime):
      poiVertexesPreference ← getPOIsWithPreferences(G, userPreferences,
      destination)// vector

      route ←⊘ // vector
      currVx ← origin
      routeDist ← 0
      estimatedTime ← 0
      dijkstra(G, currVx)

      if time(destination) == DBL_MAX then
            ERROR
      if time(destination) > userTime then
            return pathTo(destination)
```

```
      else
            while currVx != destination do
                  currPath ← getNextPathPart(G, currVx, destination,
            estimatedTime, userTime, poiVertexesPreference, false)

                  INSERT(route, currPath)

                  routeDist += dist(currPath)
                  estimatedTime += time(currPath)

                  empty(route) ? currVx = destination : currVx =
            last(route)

      return (route, routeDist)

// G = (V, E)
// userPreferences ⊂ categories(V)
// destination ∈ V

getPOIsWithPreferences(G, userPreferences, destination)
      poiVertexesPreference ←∅ // vector
      for each vx ∈ V:
            if category(vx) ⊂ userPreferences then
                  INSERT(poiVertexesPreference, vx)
      if notStronglyConnected(G) && destination != NULL then
            for each vx ∈ poiVertexesPreference do
                  if destination not in bfs(G, vx) then // BFS O(V+E)
                        REMOVE(poiVertexesPreference, vx)
      return poiVertexesPreference

// G = (V, E)
// currVx ∈ V, destination ∈ V
// poiVertexesPreference ⊂ V
// categories(poiVertexesPreference) ⊂ categories(V)
// estimatedTime - estimated used time
// userTime - available time
// returnToOrigin - boolean whether it's a return to origin path

getNextPathPart(G, currVx, destination, estimatedTime, userTime,
poiVertexesPreference, returnToOrigin):
      if dist(currVx) != 0 then //asserts dijkstra was executed on currVx
            dijkstra(G, currVx)

      // greedy
      candidate ← getCandidate(G, currVx,
destination,poiVertexesPreference, currTime, userTime, returnToOrigin)

      candidateTime ← estimatedTime + time(candidate)
```

```
      candidatePath ← pathTo(candidate)

      if candidate == destination
            then return candidatePath // == destinationPath

      destinationPath ← pathTo(destination)

      dijkstra(G, candidate)

      // backtracking
      if candidateTime + time(destination) < userTime then
            REMOVE(poiVertexesPreference, candidate)
            return candidatePath

      return destinationPath


// G = (V, E)
// currVx ∈ V, destination ∈ V
// poiVertexesPreference ⊂ V
// categories(poiVertexesPreference) ⊂ categories(V)
// returnToOrigin - boolean whether it's a return to origin path
// currTime - estimated used time
// userTime - available time

getCandidate(G, currVx, destination, poiVertexesPreference, currTime,
userTime, returnToOrigin):
      for each vx ∈ poiVertexesPreference:
            if !returnToOrigin or currTime > userTime/2 then
                  lessPreferable(vx) ← false
                  if
                  currVxToDestinationVector ← getVector(currVx,
      destination)
                  currVxToVxVector ← getVector(currVx, vx)

                  if angle(currVxToDestinationVector, currVxToVxVector) >
                  PI/2 or angle(currVxToDestinationVector,
                  currVxToVxVector) < -PI/2 then
                        lessPreferable(vx) ← true


      sort(poiVertexesPreference, [](vx1 ∈ V, vx2 ∈ V) {
            if lessPreferable(vx1) == !lessPreferable(vx2) then
                  return !lessPreferable(vx1)
            return dist(vx1) < dist(vx2)
      })
```

```
      return poiVertexesPreference.empty() ? destination :
first(poiVertexesPreference)
```

Algoritmo para a geração de rota com fim na origem

Passando por POIs, sem ultrapassar o tempo disponível. Usa as mesmas funções auxiliares do algoritmo acima.

```
// G = (V, E)
// origin ∈ V
// poiVertexes ⊂ V
// userPreferences ⊂ categories(V)
// userTime - available time

returnToOrigin(G, origin, poiVertexes, userPreferences, userTime):
      poiVertexesPreference ← getPOIsWithPreferences(G, userPreferences,
      origin)// vector

      route ←∅ // vector
      currVx ← origin
      routeDist ← 0
      estimatedTime ← 0
      starting ← true
      dijkstra(G, currVx)

      while starting || currVx != origin do
            starting ← false
            currPath ← getNextPathPart(G, currVx, destination,
      estimatedTime, userTime, poiVertexesPreference, true)

            INSERT(route, currPath)

            routeDist += dist(currPath)
            estimatedTime += time(currPath)

            empty(route) ? currVx = origin : currVx = last(route)

      return (route, routeDist)
```

Algoritmo para a geração de rota sem destino

Passando por POIs, sem ultrapassar o tempo disponível. Termina no último POI.

```
// G = (V, E)
// origin ∈ V
// poiVertexes ⊂ V
// userPreferences ⊂ categories(V)
// userTime - available time

noDestination(G, origin, poiVertexes, userPreferences, userTime):
      poiVertexesPreference ← getPOIsWithPreferences(G, userPreferences,
      NULL)// vector

      route ←⊘ // vector
      currVx ← origin
      routeDist ← 0
      estimatedTime ← 0

      while true do
            currPath ← getNextPathPartTouristic(G, currVx, destination,
      estimatedTime, userTime, poiVertexesPreference, true)
            if empty(currPath) then
                  break

            INSERT(route, currPath)

            routeDist += dist(currPath)
            estimatedTime += time(currPath)

            currVx = last(route)

      return (route, routeDist)

// G = (V, E)
// currVx ∈ V, destination ∈ V
// poiVertexesPreference ⊂ V
// categories(poiVertexesPreference) ⊂ categories(V)
// estimatedTime - estimated used time
// userTime - available time

getNextPathPartTouristic(G, currVx, estimatedTime, userTime,
poiVertexesPreference):
      dijkstra(G, currVx)

      // greedy
      candidate ← getCandidate(G, currVx, currVx, poiVertexesPreference,
-1, userTime, true) // same function as previous algorithms
```

```
if candidate == currVx then
      return ⊘

candidateTime ← estimatedTime + time(candidate)
candidatePath ← pathTo(candidate)

if candidateTime < userTime then
      REMOVE(poiVertexesPreference, candidate)
      return candidatePath

return ⊘
```

Análise de Complexidade dos Algoritmos Implementados

Algoritmo de geração de rota

Análise temporal

Algoritmo para a geração de rota entre a origem e o destino

Começando pela função **getCandidate()**, esta utiliza um sort da stl, cuja complexidade temporal é O(N log(N)) e tem um ciclo que percorre todos os vértices do grafo, O(N). Os elementos aqui percorridos são apenas uma pequena parte dos vértices (são os pontos de interesse que têm como categoria o que o utilizador escolheu e que não se desvie muito do vetor que liga o vértice anterior ao destino), pelo que na maioria dos casos, a complexidade temporal desta função não será significativa, comparativamente ao resto das funções utilizadas, mas no pior caso, será **O(|V| log|V|)**.

A função **getNextPathPart()** utiliza apenas um algoritmo de dijkstra, cuja complexidade temporal é O((|V| + |E|) log|V|) e chama, uma vez, a função getCandidate, pelo que será O(|V| log|V|) + O((|V| + |E|) log|V|) que pode ser simplificada para **O((|V|+ |E|) log |V|)**.

Quanto à função **getPOIsWithPreference()**, esta começa por percorrer todo os vértices do grafo, O(V), e, por fim, ao correr os vértices cujo POI está nas preferências do utilizador faz uma breadth-first-search, O(|V| + |E|) (no caso de o grafo não ser fortemente conexo), ou seja, no pior caso: caso o **grafo não seja fortemente conexo** vai ter uma complexidade temporal **O(|V| (|V| + |E|)),** mas caso o **grafo seja fortemente conexo**, vai ter uma complexidade temporal **O(|V|)**.

Por fim a função **makeRoute()** começa com uma chamada à função getPOIsWithPreference(), O(|V| (|V| + |E|)) (grafo não fortemente conexo) ou O(|V|) (grafo fortemente conexo), chama uma vez a função do algoritmo dijkstra O((|V| + |E|) log |V|) e, dentro de um ciclo que executa um número de vezes igual ao número de POIs selecionados, chama a função getNextPathPart(), sendo a complexidade do ciclo O (|Pf| (|V| + |E|) log |V|). Assim sendo, **caso o grafo seja fortemente conexo**, o algoritmo terá complexidade O (|V|) + O((|V| + |E|) log |V|) + O (|Pf| (|V| + |E|) log |V|), o que equivale a **O(|Pf| (|V| + |E|) log |V|)**.

Caso o grafo não seja fortemente conexo, temos a complexidade igual a O (|V| (|V| + |E|)) + O((|V| + |E|) log |V|) + O (|Pf| (|V| + |E|) log |V|) o que equivale a **O (|V| (|V| + |E|)), no pior caso**. No entanto, **na maioria dos casos**, o número de vértices que se adequarão às condições da função getPOIsWithPreference serão em **muito menor quantidade que a quantidade total de vértices do grafo**, logo a complexidade dessa função não será O(|V| (|V| + |E|)), tendo uma complexidade que não afetará muito a complexidade do algoritmo, aproximando-se assim a complexidade do algoritmo a **O (|Pf| (|V| + |E|) log |V|)**, tal como para grafos fortemente conexos.

Algoritmo para a geração de rota com fim na origem

Neste algoritmo, a função principal chama a função getPOIsWithPreference, O(|V| (|V| + |E|)) (grafo não fortemente conexo) ou O(|V|) (grafo fortemente conexo), executa uma vez o algoritmo dijkstra O((|V| + |E|) log|V|), e, dentro de um ciclo que executa um número de vezes igual ao número de POIs selecionados, chama a função getNextPathPart(), sendo a complexidade do ciclo O (|Pf| (|V| + |E|) log |V|).

Assim, como no caso anterior, **caso o grafo seja fortemente conexo**, a complexidade do algoritmo será **O (|Pf| (|V| + |E|) log |V|)**. Como visto em cima, **caso o grafo não seja fortemente conexo**, a complexidade será **O(|V| (|V| + |E|)) no pior caso**, mas aproximar-se-á de O **(|Pf| (|V| + |E|) log |V|) na maioria dos casos**.

Algoritmo para a geração de rota sem destino

Na função noDestination(), tal como nas outras, começa por ser chamada a função getPoisWithPreference(), e um ciclo while que chama a função getNextPathPartTouristic(), que tem complexidade equivalente à função getNextPathPart().

Assim, como nos casos anteriores, **caso o grafo seja fortemente conexo**, a complexidade do algoritmo será **O (|Pf| (|V| + |E|) log |V|)**. Como visto em cima, **caso o grafo não seja fortemente conexo**, a complexidade será **O(|V| (|V| + |E|)) no pior caso**, mas aproximar-se-á de O **(|Pf| (|V| + |E|) log |V|) na maioria dos casos**.

Análise espacial

Todos estes três algoritmos utilizam a mesma memória do computador, são necessários um Grafo, cujo tamanho será V vértices e E arestas. Para além

deste grafo, é utilizado um vetor com os vértices que são pontos de interesse relacionados com o utilizador, sendo que esse vetor guarda apontadores para os vértices, pelo que o seu tamanho será o número de vértices que guardar, $N \in [0, V]$.

Para além destas duas estruturas também existe um vetor com as preferências do utilizador, que terá um tamanho entre 0 e 12, apontadores para os vértices de origem e destino, 2 inteiros relacionados com o tempo disponível e o tempo do percurso, e um booleano.

Assim, estas últimas variáveis são desprezáveis quando comparadas com o grafo e com o vetor dos pontos de interesse, e, por isso, a complexidade espacial será $O(V + E) + O(V)$, que pode ser simplificada para, $O(V + E)$.

Análise empírica

Grafo fortemente conexo

Os valores apresentados foram obtidos a partir das versões fortemente conexas dos mapas do Porto, de Espinho e de Penafiel. Os valores são a média dos valores obtidos em 3 execuções consecutivas com os mesmos parâmetros, para cada mapa e para cada set de parâmetros único.

Mapa	Tempo Disponível (min)	POIs visitados	Distância percorrida (km)	Tempo de execução (μs)
Penafiel 3964 vértices 4237 arestas	100	23	47.4971	26158
	200	40	102.919	44773
	300	56	153.234	61224
	400	62	202.853	67969
	500	69	267.14	76312
Espinho 7108 vértices 7938 arestas	100	25	50.9009	56610
	200	43	99.1777	99372
	300	64	159.67	143008
	400	94	214.359	207814
	500	100	265.185	221172
Porto 26098 vértices 29488 arestas	100	64	53.4575	911970
	200	112	106.02	1669074
	300	132	160.968	1894809
	400	188	215.047	2470654
	500	228	267.883	3041414

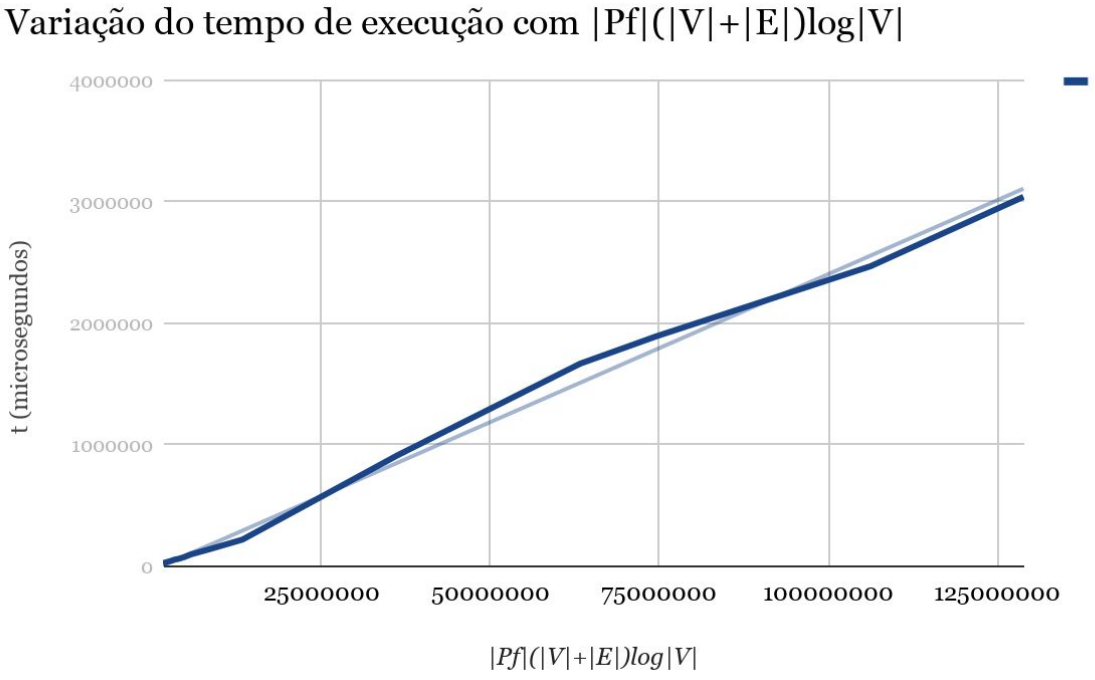


Gráfico obtido a partir do cálculo de |Pf|(|V| + |E|)*log|V| para cada uma das linhas da tabela acima.*

Este gráfico confirma a nossa conclusão na análise de complexidade temporal para grafos fortemente conexos do algoritmo.

Grafo não fortemente conexo

Os valores apresentados foram obtidos a partir das versões não fortemente conexas dos mapas do Porto, de Espinho e de Penafiel. Os valores são a média dos valores obtidos em 3 execuções consecutivas com os mesmos parâmetros, para cada mapa e para cada set de parâmetros único.

Mapa	Tempo Disponível (min)	POIs visitados	Distância percorrida (km)	Tempo de execução (μs)
Penafiel 10365 vértices 10916 arestas	100	21	47.4682	185075
	200	32	106.643	210573
	300	40	126.879	223040
	400	63	211.345	271100
	500	65	254.905	274492
Espinho 17772 vértices 19260 arestas	100	21	51.5398	609019
	200	45	105.966	795479
	300	53	117.552	834182
	400	90	212.097	990390
	500	97	266.866	984597
Porto 26098 vértices 29488 arestas	100	67	53.4882	838247
	200	114	107.474	1506722
	300	180	161.973	2224729
	400	217	215.039	2935739
	500	220	267.936	3114215

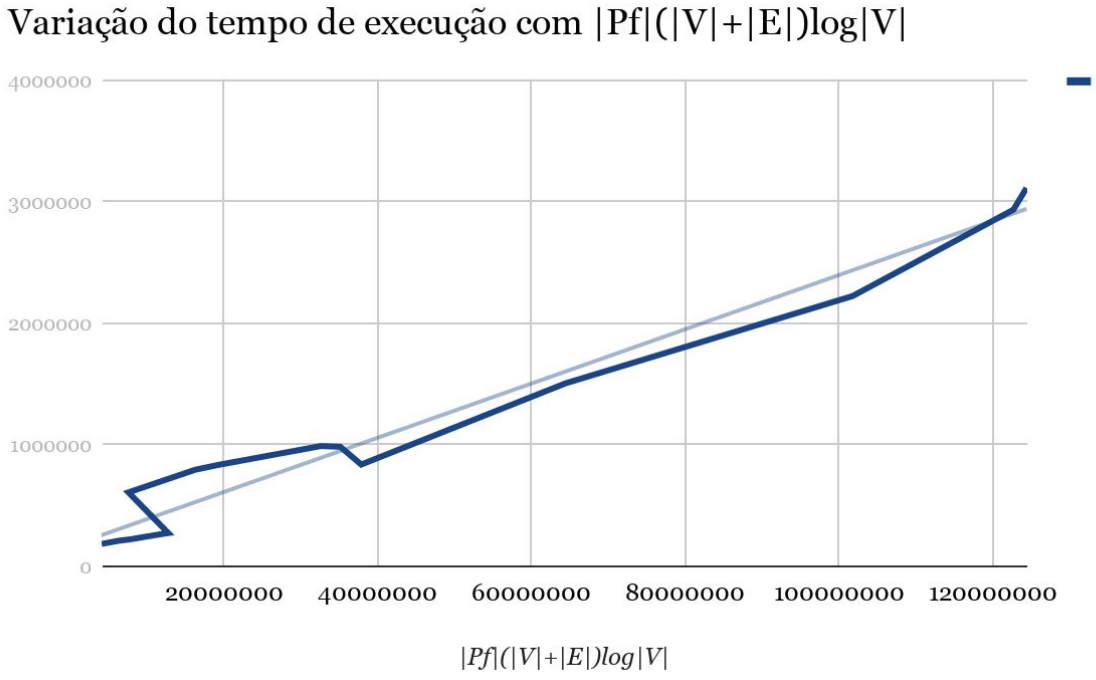
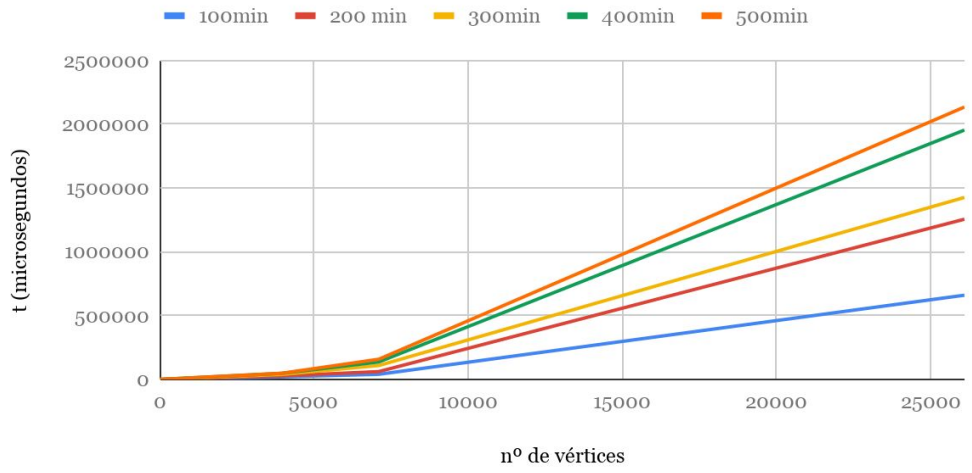


Gráfico obtido a partir do cálculo de |Pf|(|V| + |E|)*log|V| para cada uma das linhas da tabela acima.*

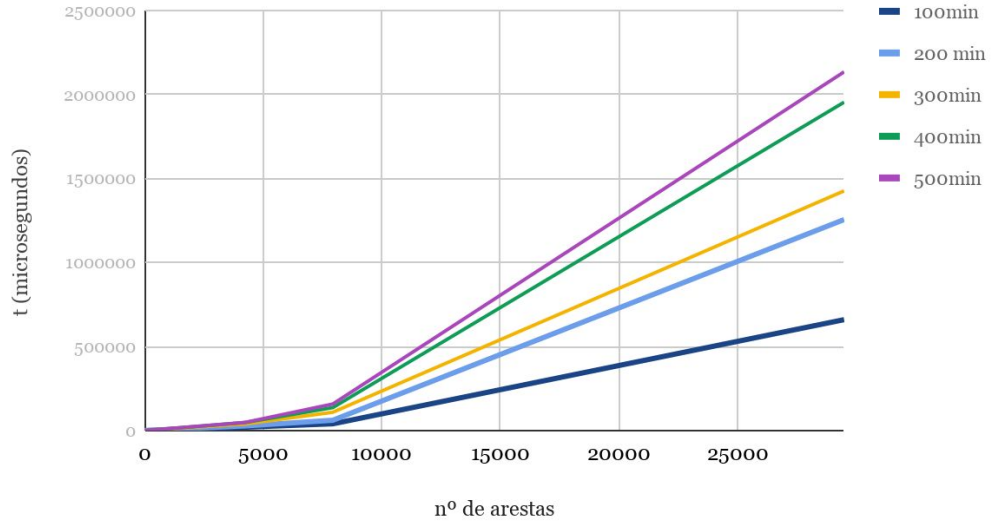
Este gráfico, tal como previsto, mostra que para grafos não fortemente conexos a complexidade do algoritmo, na maioria dos casos, aproxima-se de O(|Pf| (|V| + |E|) log|V|). No entanto, é possível observar uma anomalia, que corresponde aos valores obtidos no mapa de Espinho. Esta descontinuidade deve resultar de uma particularidade específica desse mapa, que não conseguimos explicar.

Outros gráficos relevantes (obtidos para grafos fortemente conexos)

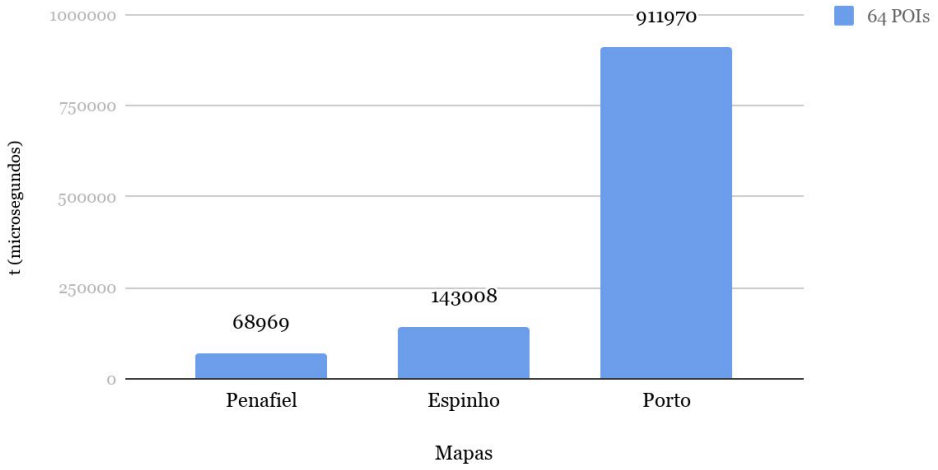
Evolução do tempo de execução com a quantidade de vértices no grafo



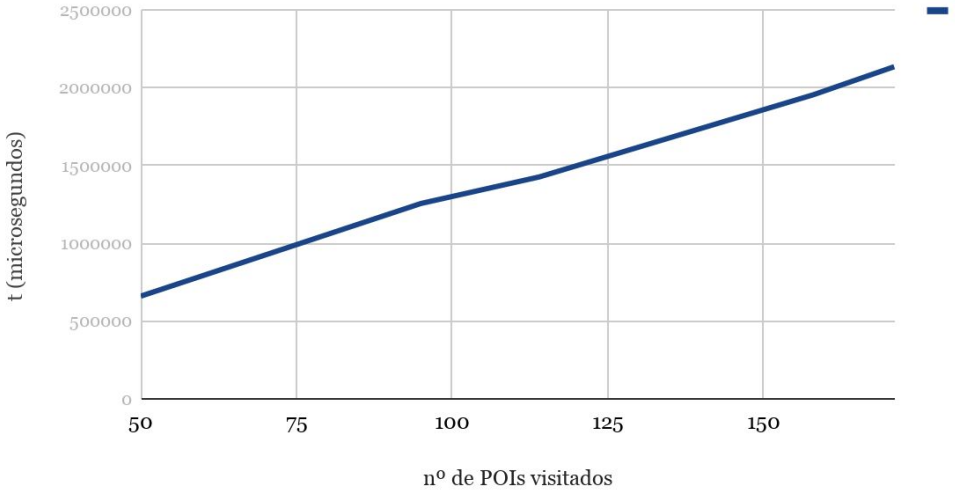
Variação do tempo de execução com a quantidade de arestas no grafo



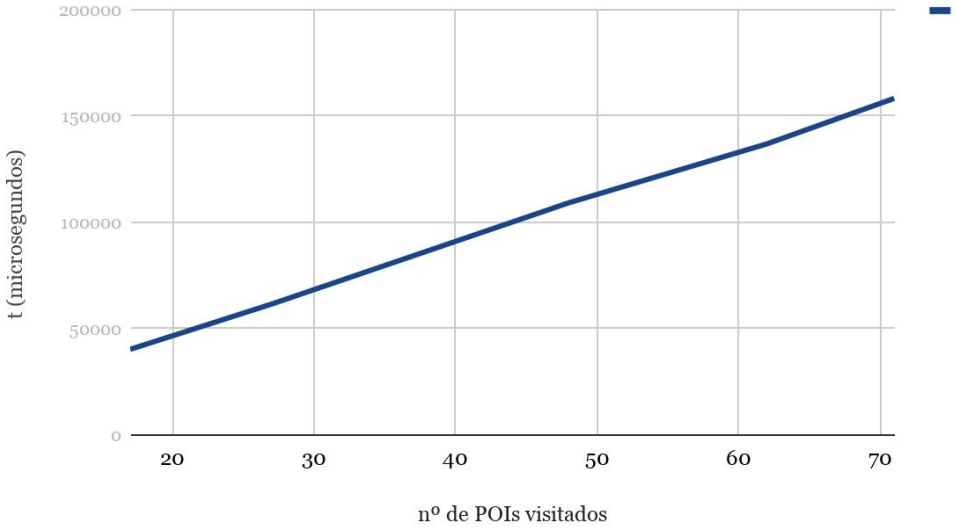
Variação do tempo de execução para um mesmo número de POIs visitados



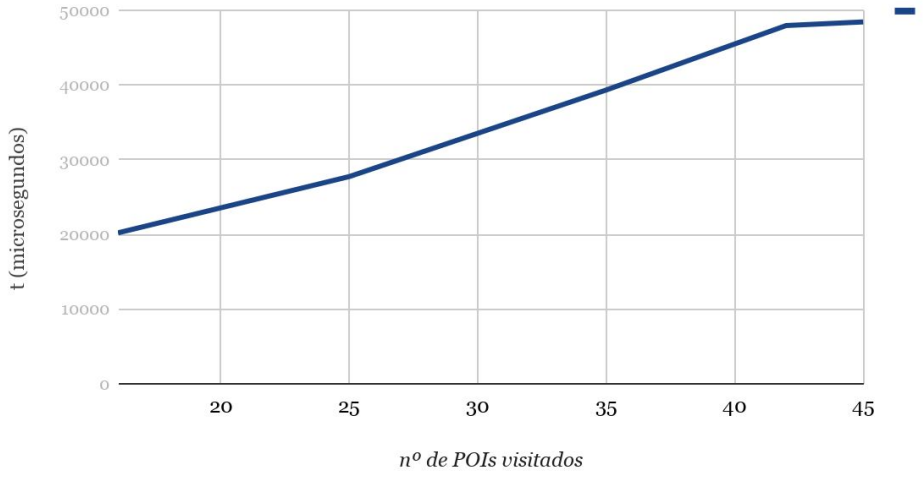
PORTO: Variação do tempo de execução com o número de POIs visitados



ESPINHO: Variação do tempo de execução com o nº de POIs visitados



PENAFIEL: Variação do tempo de execução com o nº de POIs visitados



Conectividade dos Grafos utilizados

Como verificamos a conectividade durante a geração da rota

Quando abrimos um mapa, verificamos também se o seu grafo é fortemente conexo. Se o grafo for fortemente conexo, as seguintes verificações não são executadas.

- ➔ Verificamos se existe um caminho possível desde a origem até ao destino. Se não, dá erro.

- ➔ Por cada ponto de interesse que se enquadre nas preferências do utilizador, obtemos os vértices alcançáveis por BFS. Se o destino não for alcançável através desse POI, então descartamo-lo.

- ➔ Ao selecionar o próximo ponto de interesse a ser candidato, apenas consideramos aqueles que têm um caminho possível a partir do POI atual.

Algoritmos usados para testar a conectividade dos grafos

Para testar a conectividade dos grafos utilizados, implementámos algoritmos para encontrar os *Strongly Connected Components* do grafo e também os *Articulation Points*.

Se apenas houver um SCC, então o grafo é **fortemente conexo**, ou seja, existe pelo menos um caminho possível entre qualquer par de vértices. Tal é o caso dos mapas categorizados como *Strong*.

Exemplo obtido ao executar o algoritmo no mapa *strong* do Porto:

```
-------- Strongly Connected Components ----------------------------------------
The strongly connected components are represented by the id's of their vertexes
Each line is a strongly connected component

25202; 32743; 38019; 31177; 15244; 14601; 47538; 17376; 13879; 15853; 34572; 30953; 14738; 38327; 9930; 39757; 21882; 22276; 26

Above, each line is a strongly connected component.

Only 1 strongly connected component, which means that the graph is strongly connected!
```

Caso contrário o grafo **não é conexo**, e pode ter vértices inalcançáveis a partir doutros. Tal é o caso dos mapas categorizados como *Full* e dos mapas provenientes do OSM.

Exemplo obtido ao executar o algoritmo no mapa *full* de Espinho:

```
1554;
8285;
13727;
4472;
102;
10754;

Above, each line is a strongly connected component.

The graph is not strongly connected
```

Se não houver *Articulation Points*, então o grafo é **biconexo**. Tal é o caso dos *GridGraphs*, utilizados para testar casos mais simples.

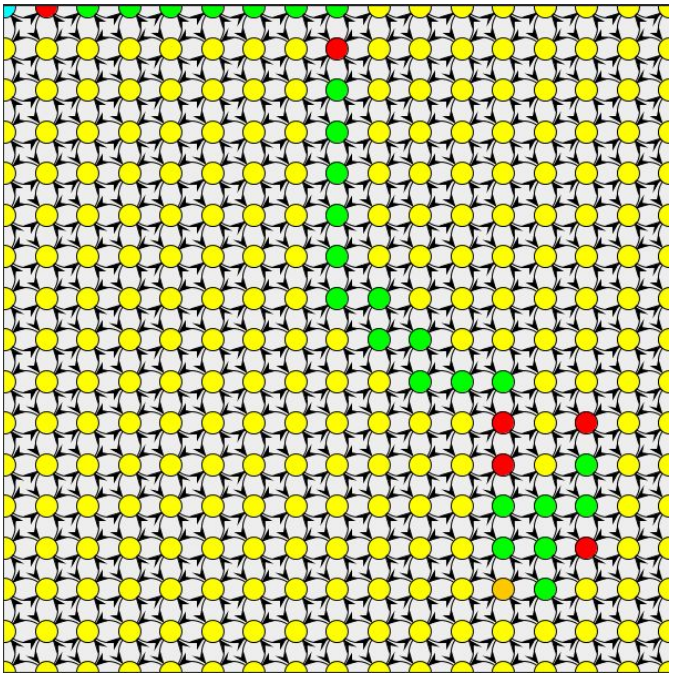
Exemplo obtido ao executar o algoritmo num *GridGraph*:

```
---------- Articulation Points ----------------------------------------------
The articulation points are represented by their id


No articulation points were found! the graph is biconnected
```

Capturas de execução

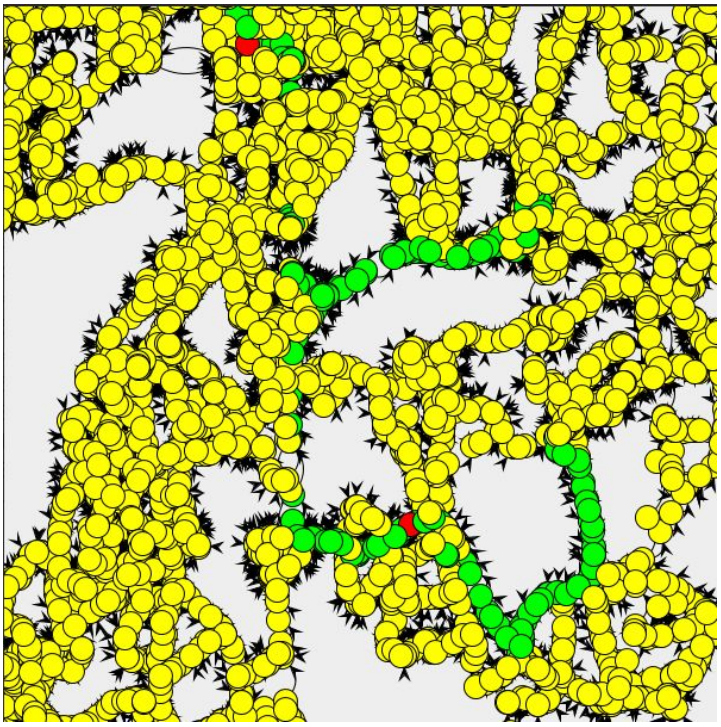
Resultado da execução num GridGraph

```
********************************************************************************
---------------------------------- The Route -----------------------------------
********************************************************************************

origin
0 ->
# POI: 1: theme_park
 -> 2 -> 3 -> 4 -> 5 -> 6 -> 7 -> 8 ->
# POI: 25: theme_park
 -> 42 -> 59 -> 76 -> 93 -> 110 -> 127 -> 128 -> 145 -> 146 -> 163 -> 164 -> 165 ->
# POI: 182: aquarium
 ->
# POI: 199: artwork
 -> 216 -> 233 -> 234 ->
# POI: 235: aquarium
 -> 218 -> 201 ->
# POI: 184: artwork
 -> 201 -> 218 -> 217 -> 234 -> 251 -> 250 -> destination



Distance = 7.2km
It will take approximately 13.3333 mins

If you see any POIs you didn't mean to visit, it is because they were in the path anyway

Do you want to see the route in the graph viewer?
If you say yes, and you've closed the graph viewer window, the program will freeze. (y/n)
y
Showing the resulting route in the graph viewer.

In RED, you can see the interest points
In BLUE, you can the the origin point
In ORANGE, you can see your destination
In GREEN you can see the path
```



Resultado da execução no mapa de Espinho (strongly connected)

```
Distance = 12.3985km
It will take approximately 22.9602 mins

If you see any POIs you didn't mean to visit, it is because they were in the path anyway

Do you want to see the route in the graph viewer?
If you say yes, and you've closed the graph viewer window, the program will freeze. (y/n)
y
Showing the resulting route in the graph viewer.

In RED, you can see the interest points
In BLUE, you can the the origin point
In ORANGE, you can see your destination
In GREEN you can see the path
```



Conclusão

Após uma análise do problema, conseguimos decompô-lo em problemas mais pequenos, como os 3 casos de rotas, e assim aplicar melhor a nossa solução. Esta solução desenvolvida é uma aproximação à função objetivo, mas não é a solução óptima.

Mesmo assim tivemos vários problemas, o que nos fez alterar o nosso rumo de vez em quando, por exemplo, as nossas possíveis soluções apresentadas na primeira entrega acabaram por ser descartadas em função de uma melhor solução nesta segunda entrega.

Tentámos utilizar os mapas extraídos diretamente do OSM, mas mostrou-se ser demasiado complexo para o tempo que tínhamos e decidimos aplicar os algoritmos aos mapas pré processados. No entanto, tempos a funcionalidade de encontrar o caminho mais curto da origem ao destino nos mapas do OSM.

Durante este trabalho existiram várias ideias que foram discutidas entre o grupo, tentando sempre melhorar o resultado final. Para além disso, com estas ideias conseguimos perceber melhor como implementar algoritmos em grafos e quais as vantagens de utilizar alguns algoritmos em detrimento de outros, tanto no tempo de execução como nos gastos de recursos.

Esforço de cada elemento

Este trabalho foi desenvolvido sempre em conjunto. Ao longo de todo o processo, cada elemento foi partilhando as suas ideias e juntos fomos discutindo as melhores estratégias para a implementação do código. Na realização deste cada um teve sempre em conta o que foi definido em grupo.

Cada elemento do grupo contribuiu igualmente para o desenvolvimento de todo o projeto.