HomeWork

邹翔宇 | 2410833001

第一题

1. 骰子点数
离散型 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 均匀分布

2. 男性身高
连续型 $(0, +\infty)$ 正态分布

3. 交通事故次数
离散型 $\{0, 1, 2, \cdots\}$ 泊松分布

4. 降雨量
连续型 $[0, +\infty)$ 伽马分布 / 指数分布

第二题

1. 随机变量 X 的分布
$X \sim \text{Binomial}(10, 0.9)$

2. 数学期望和方差
$E[X] = n * p = 9 \setminus V[X] = n * p * (1 - p) = 10 * 0.9 * 0.1 = 0.9$

3. 恰好 8 件合格的概率

$$P(X = 8) = C_{\{10\}}^{8} * (0.9)^{8} * (0.1)^{2} = 0.1937$$

4. 至少 7 件合格的概率

$$P(X \geq 7) = P(X = 7) + P(X = 8) + P(X = 9) + P(X = 10) = 0.9872$$

第三题

1. 恰好出生 5 个婴儿的概率

$$P(X = k) = \frac{\lambda^{k} * e^{-\lambda}}{k}$$

$$P(X = 5) = \frac{\left(3^{5} * e^{\{-3\}}\right)}{5!} = 0.1008$$

2. 出生数不超过 2 个的概率

$$P(X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = 0.4232$$

3. 出生数至少为 4 个的概率

$$P(X \geq 4) = 1 - P(X \leq 3) = 0.3528$$

4. 两小时内出生总数为 8 个的概率
两小时内的出生数符合泊松分布

$$P(Y = 8) = 0.1033$$

第四题

1. 正态分布参数解释
μ（均值）：表示正态分布的中心位置，即数据集中趋势的平均值。σ^{2}（方差）：表示数据分布的离散程度，σ^{2} 越大，数据越分散；σ^{2} 越小，数据越集中。 对曲线的影响： 位置：μ 决定曲线的对称轴位置，μ 增大时曲线右移，μ 减小时左移。 形状：σ^{2} 决定曲线的 “胖瘦”，σ^{2} 越大，曲线越扁平；σ^{2} 越小，曲线越陡峭。

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{82 - 70}{4} = 3$$

2. 估计此学生的排名

$$P(Z \leq 3) \approx 0.9987$$

$$100 * (1 - 0.9987) \approx 0.13$$

该学生的成绩在班级大约排第 1 名

第五题

1. 二项分布

$$P(X = k) = C_n^k * p^k * (1 - p)^{n-k}$$

$$P(X \leq 5) = \sum_{k=0}^{5} \left(C_{10000}^k\right) * (0.0001)^k * (0.999)^{10000-k} = 0.067$$

2. 泊松分布

$$P(X \leq 5) = \sum_{k=0}^{5} \left(\frac{10^k e^{-19}}{k!}\right) = 0.067$$

3. 正态分布

$$\mu = \text{np} = 10, \sigma = \sqrt{\text{np}(1 - p) = 3.162}$$

$$Z = \frac{5.5 - 10}{3.162} \approx -1.423$$

$$P(Z \leq -1.423) \approx 0.077$$

4. 比较与讨论

二项分布与泊松分布：两者结果几乎一致（约 6.71%），说明当 n 大且 p 小时，泊松近似非常精确。 正态分布：结果为 7.7%，略高于前两者。这是因为正态分布是对称的，而实际分布（二项/泊松）在左尾略轻，导致正态近似在尾部区域存在误差。