

Авс Ахмад, А. С. Ющенко
**ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПОДВОДНОГО МОБИЛЬНОГО РОБОТА С
 ВОЛНООБРАЗНЫМИ ДВИЖИТЕЛЯМИ**

*Кафедра СМ-7 "Робототехнические системы и мехатроника" МГТУ им. Н.Э.Баумана, Москва,
aws.ahmad318@gmail.com, arkadyus@mail.ru*

Аннотация

Динамическая модель аппарата имеет решающее значение для проектирования системы управления автономным подводным аппаратом (АНПА). Данная работа посвящена изучению и анализу динамической модели подводного робота с волнообразными движителями, с целью определения гидростатической силы, действующая на робот, и гидродинамических параметров, включая матрицу добавленной массы и матрицу демпфирования, с использованием теории полос (strip theory) и метода CFD SolidWorks. Для упрощения модели были приняты несколько предположений в том числе: движение аппарата по крену не учитывается, нет связи между движением по глубине и по курсу, боковые и вертикальные движения отделены от раскачивания и рыскания, эффектом нелинейного демпфирования пренебрегают, демпфирование можно приближенно считать линейным из-за малой скорости робота.

Ключевые слова: волнообразное движение, добавленная масса, метацентрическая высота, восстанавливающая сила, гидродинамические эффекты, матрица демпфирования.

Aws Ahmad, Arkady Yuschenko
**DYNAMIC MODEL OF AN UNDERWATER MOBILE ROBOT WITH UNDULATING
 PROPULSORS**

*Department SM-7 "Robotic systems and mechatronics" BMSTU, Moscow,
aws.ahmad318@gmail.com, yusch@bmstu.ru*

Abstract

This article is devoted to the study and analysis of a dynamic model of an underwater robot with undulating propulsion fin. The purpose of the analysis is to determine the hydrostatic force parameters, and hydrodynamic parameters (added mass matrix and damping matrix). We used strip theory to determine added mass matrix and Computational fluid dynamics method (CFD) in Solidworks to determine damping matrix. To simplify the model, several assumptions are made: roll motions are not considered, there is no connection between diving and swimming forward, side, and vertical motions are separated from swaying and yaw, the high-frequency motion of the robot is not considered, the effect of nonlinear damping is neglected, and linear damping is considered due to low speed robot.

Key words: undulating propulsion, added mass, metacentric height, restoring force, hydrodynamic effects, damping matrix.

Введение

В настоящее время большое внимание исследователей уделяется разработке и управлению подводных роботов для изучения и защиты подводной среды, проведения поисково-спасательных работ и разведывательных операций. Ведется активный поиск новых типов двигательных механизмов, способных работать не только в водной среде, но также и на суше, в прибрежной полосе [1-6].

В результате наблюдения и анализа механизмов движения живых существ начались разработки роботов с волнообразным механизмом движения [6], свойственного скатам «batoids», и некоторым другим подводным существам. Этот способ движения позволяет обеспечить значительную маневренность, режим стабилизации при наличии течения, и также обладает относительной бесшумностью по сравнению с альтернативными способами движения подводных роботов, которые используют классические механизмы. В настоящее время существует довольно много прототипов роботов, работающих с волнообразными движительными механизмами, однако методики проектирования систем управления, учитывающих особенности движителя, пока не существует. Особенности, связанные с применением таких роботов, возникают и в тех случаях, когда задача выполняется роботами данного типа совместно с роботами иной конструкции – подводными, наземными, БПЛА. Для создания такой методики целесообразно вначале исследовать динамику

робота и определить его динамические характеристики, чтобы затем построить систему управления роботов такого типа.

Динамическая модель робота

Адекватная модель динамики подводного робота должна описывать движение робота с шестью степенями свободы с учетом действия гидростатических сил, гравитации и плавучести, а также гидродинамических сил, сопротивления воды и подъемной силы, создаваемой корпусом робота, движущегося в воде. Необходимо также учесть дополнительные эффекты вызванные ускорением воды, вытесненной транспортным средством, возмущающими силами от подводных течений, и силами тяги от плавников.

Модель робота должна соответствовать инерциальной системе координат (NED-North-East-Down) $O_E X_E Y_E Z_E$, которую мы совместим с собственной системой координат робота $O_b X_b Y_b Z_b$, с центром в центре масс робота, оси которой совпадают с главными осями конструкции робота и соответствуют углам тангажа, крена и рысканья (surge, sway, heave). (см. Рис.1). Мы будем ниже использовать также международные обозначения, принятые для морских аппаратов и приведенные в Табл.1 см [7].

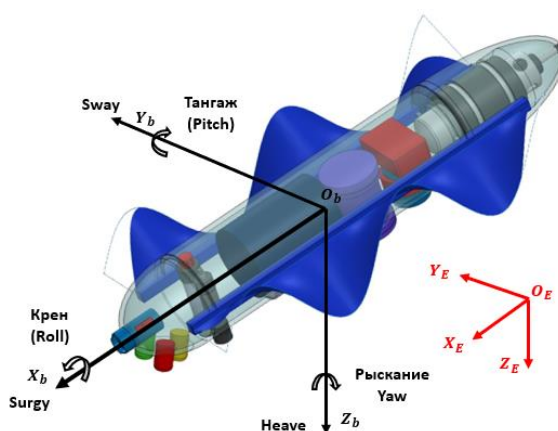


Рисунок 1 – Назначенные системы координат робота.

Таблица 1 Обозначение SNAME для морских аппаратов.

	Силы и моменты		v_1, v_2	η_1, η_2
Движение в направлении X	Surge	X	u	x
Движение в направлении Y	Sway	Y	v	y
Движение в направлении Z	Heave	Z	w	z
Вращение вокруг оси X	Roll	K	p	ϕ
Вращение вокруг оси Y	Pitch	M	q	θ
Вращение вокруг оси Z	Yaw	N	r	ψ

Как показано на рис. 1, конструкция робота обладает симметрией относительно продольной и поперечной оси. Для упрощения модели мы сделаем следующие предположения:

- Движение по крену не учитывается ввиду значительного расстояния между центром тяжести и центром плавучести и относительно большой площади контакта робота с водой в вертикальном направлении.
- Можно пренебречь связью между движением по глубине и по курсу.
- Демпфирование можно приближенно считать линейным. Эффектом нелинейного демпфирования пренебрегают.

С учетом этих предположений основное уравнение динамики подводного аппарата может быть упрощено и описано следующим образом [8]:

$$\begin{aligned}
 v_1 &= R_I^B \dot{\eta}_1 \\
 v_2 &= J(\theta, \psi) \dot{\eta}_2 \\
 \dot{\eta} &= \begin{bmatrix} \dot{\eta}_1 \\ \dot{\eta}_2 \end{bmatrix}, v = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \\
 M_v \cdot \dot{v} + C_v(v)v + D(v)v + g(\eta) &= \tau + \tau_E
 \end{aligned} \tag{1}$$

где:

$\eta_1 = [x, y, z]^T$ вектор координат положения робота, $\eta_2 = [\phi, \theta, \psi]^T$ вектор координат углов Эйлера, которые описывают положение и ориентацию робота согласно таблице 1, в инерциальной системе отсчета $O_E X_E Y_E Z_E$,

$v_1 = [u, v, \omega]^T, v_2 = [p, q, r]^T$ векторы линейной и угловой скорости в системе координат $O_b X_b Y_b Z_b$.

$\tau = [\tau_u, 0, \tau_\omega, 0, \tau_q, \tau_r]^T$ управляющие входы τ_u, τ_ω обозначают силы, развиваемые волной (surge), и подъема, и τ_q, τ_r это момент тангажа и рыскания в системе координат $O_b X_b Y_b Z_b$.

$\tau_E = [\tau_{uE}, \tau_{vE}, \tau_{\omega E}, 0, 0, \tau_{Er}]^T$ Здесь $\tau_{uE}, \tau_{vE}, \tau_{\omega E}$ - это силы возмущения, действующие от волны на покачивание и подъем, τ_{Er} момент возмущения, действующий на рыскание.

J - матрица Якоби, вектор $\dot{\eta}_2$ не имеет физической интерпретации и связан с фиксированной угловой скоростью тела правильной матрицей Якоби:

$$J = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \cos \theta \sin \phi \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix}$$

R_I^B - матрица вращения, выражающая преобразование из инерциальной системы отсчета в собственную систему координат робота, выражается в терминах углов Эйлера.

$$R_I^B = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & \sin \psi \cos \theta & -\sin \theta \\ -\sin \psi \cos \phi + \cos \psi \sin \theta \sin \phi & \cos \psi \cos \theta + \sin \psi \sin \theta \sin \phi & \sin \phi \cos \theta \\ \sin \psi \sin \phi + \cos \psi \sin \theta \cos \phi & -\cos \psi \sin \phi + \sin \psi \sin \theta \sin \phi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix}$$

Гидростатические эффекты

Когда робот погружается в жидкость, тогда он находится под действием гидростатических сил (силы тяжести и архимедовой силы), которые также называются восстанавливающими силами (restoring forces). Очень важно принять во внимание статическое равновесие механической конструкции робота в распределении электронных и механических элементов внутри робота. Для поддержания устойчивого равновесия, робот должен иметь большую метацентрическую высоту (metacentric height), когда центр тяжести COG , расположен непосредственно под центром плавучести COB как показано на Рис. 2. Это создает восстанавливающий момент, который противодействует любым внешним силам или возмущениям, вызывающим вращение вокруг осей крена (roll) и/или тангажа (pitch), и возвращает робот в исходное полположение.

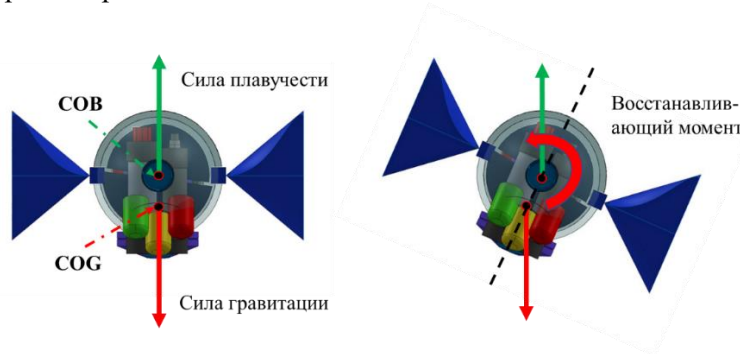


Рисунок 2 – Восстанавливающий момент.

В уравнении (2) $g(\eta)$ означает совместное действие гравитации и плавучести в инерциальной системе координат.

$$g(\eta) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ W - B \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где $W = m \cdot g$ сила тяжести действует на центр масс COG который имеет координаты в системе координат робота $O_b X_b Y_b Z_b$ т.е. $[x_G, y_G, z_G]^T = [0, 0, 0]^T$, $B = -\rho W_0 g$ - архимедова сила (архимеда) действует на центр центра плавучести COB имеет координаты в системе координат робота $[x_B, y_B, z_B]^T = [0, 0, z_B]^T$, W_0 объем робота, ρ плотность среды.

Гидродинамические эффекты

Гидродинамические силы, действующие на подводного робота делятся на силу, вызванную добавленной массой (added mass), и силу, вызванную демпфированием (potential damping).

Матрица добавленной массы и инерции

Когда твердое тело движется в жидкости, необходимо учитывать дополнительную инерцию жидкости, окружающей тело. Эта жидкость, ускоряется вместе с самим телом, поэтому для достижения этого ускорения необходима сила. На жидкость действует сила реакции, равная по величине и противоположная по направлению. Эта сила реакции представляет собой вклад добавленной массы.

Матрицу добавленной массы и инерции можно записать в виде:

$$\mathbf{M}_v = \mathbf{M}_{RB} + \mathbf{M}_A \quad (3)$$

$$\mathbf{M}_A = \mathbf{M}_{A_cylinder} + \mathbf{M}_{A_Spheroid}$$

где \mathbf{M}_{RB} матрица твердого тела (rigid body matrix), m вес робота.

$$\mathbf{M}_{RB} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (4)$$

\mathbf{M}_A матрица добавленной массы (added mass matrix). Корпус робота полностью погружен в воду, движется с малой скоростью и имеет три плоскости симметрии, как это принято для подводного аппарата, поэтому согласно [8] можно записать так: $\mathbf{M}_A = -diag(X_{\dot{u}}, Y_{\dot{v}}, Z_{\dot{w}}, K_{\dot{p}}, M_{\dot{q}}, N_{\dot{r}})$.

Элементы добавленной массы можно теоретически вывести, используя геометрию твердого тела и его симметрию [9], применяя "теорию полос" (strip theory). Для цилиндрического твердого тела массы m , длины L с круглым сечением радиуса r можно получить следующие коэффициенты присоединенной массы:

$$\begin{aligned} X_{\dot{u}} &= \frac{dX}{d\dot{u}} \\ \mathbf{M}_{A_cylinder} &= -diag(X_{\dot{u}}, Y_{\dot{v}}, Z_{\dot{w}}, K_{\dot{p}}, M_{\dot{q}}, N_{\dot{r}}) \\ X_{\dot{u}} &= -0,1\bar{m}, Y_{\dot{v}} = -\pi\bar{r}^2\bar{L}, Z_{\dot{w}} = -\pi\bar{r}^2\bar{L} \\ K_{\dot{p}} &= 0, M_{\dot{q}} = -\frac{1}{12}\pi\bar{r}^2\bar{L}^3, N_{\dot{r}} = -\frac{1}{12}\pi\bar{r}^2\bar{L}^3 \end{aligned} \quad (5)$$

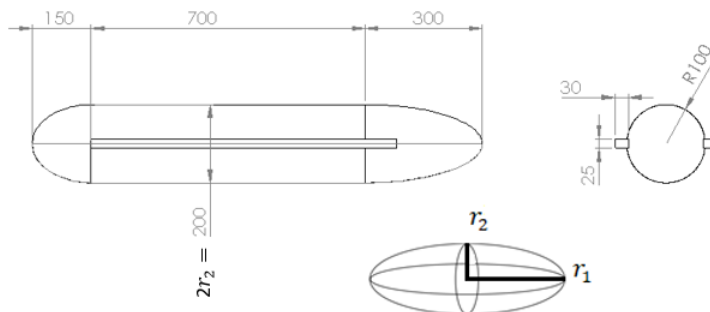


Рисунок 3 – Размеры робота.

В целом, вычисление коэффициентов матрицы добавленных масс для общей формы представляет собой сложную задачу, которую необходимо решить с помощью методов CFD и подтвердить экспериментально. Однако существует несколько упрощенных методов, которые обеспечивают соответствующие приближения первого порядка для часто используемых форм (например, сфер, цилиндров, пластин и т. д.).

Рассматриваемый робот, как показано на Рис. 3, его корпус имеет типичную цилиндрическую форму, обладающую вращательной симметрией вокруг оси x . Поэтому можно воспользоваться теорией тонкого тела (slender body) и k -факторов Лэмба (Lamb's k -factors) [10] для вытянутого сфероида, чтобы оценить коэффициенты добавленной матрицы масс, которая затем будет приведена к уравнению (3). Согласно теории тонкого тела (slender body) [9] можно записать:

$$\mathbf{M}_{A_Spheroid} = \begin{bmatrix} m_{s11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{s22} & 0 & 0 & 0 & m_{s26} \\ 0 & 0 & m_{s33} & 0 & m_{s35} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{s53} & 0 & m_{s55} & 0 \\ 0 & m_{s62} & 0 & 0 & 0 & m_{s66} \end{bmatrix}$$

$$m_{s22} = m_{s33} = \int_L \pi r^2(x) dx, m_{s62} = m_{s26} = \int_L x \pi r^2(x) dx \quad (6)$$

$$m_{s53} = m_{s35} = - \int_L x \pi r^2(x) dx, m_{s55} = m_{s66} = \int_L x^2 \pi r^2(x) dx$$

Осевая добавленная масса по k -факторам Лэмба m_{11} может быть рассчитана согласно формулам:

$$m_{s11} = -k_1 \frac{4}{3} \pi \rho r_1^2, \quad k_1 = \frac{\alpha_0}{2 - \alpha_0}$$

$$\alpha_0 = \frac{2(1 - e^2)}{e^2} \left(\frac{1}{2} \ln \frac{1 + e}{1 - e} - e \right), \quad e = 1 - \frac{r_2^2}{r_1^2} \quad (7)$$

В уравнении 7 коэффициент k_1 можно рассматривать как отношение добавленной массы к массе вытесненной жидкости. С использованием пакета MATLAB для конструкции на Рис. 3. были рассчитаны элементы матриц (5,6):

$$\mathbf{M}_A = \begin{bmatrix} 1.0273 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 32.564 & 0 & 0 & 0 & -1.8412 \\ 0 & 0 & 32.564 & 0 & 1.8412 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.8412 & 0 & 2.972 & 0 \\ 0 & -1.8412 & 0 & 0 & 0 & 2.972 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{RB} = \begin{bmatrix} 32,28 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 32,28 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 32,28 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.172 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4.854 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4,855 \end{bmatrix}$$

Добавленная масса создает также дополнительный кориолисов и центробежный вклад. Можно показать, что матричное выражение для суммарного кориолисова эффекта можно записать таким образом[9]:

$$\mathbf{C}_v = \mathbf{C}_{RB} + \mathbf{C}_A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -m_{33}\omega & -m_{22}v \\ 0 & 0 & 0 & -m_{33}\omega & 0 & m_{11}u \\ 0 & 0 & 0 & m_{22}v & -m_{11}u & 0 \\ 0 & -m_{33}\omega & -m_{22}v & 0 & m_{66}r & -m_{55}q \\ m_{33}\omega & 0 & m_{11}u & -m_{66}r & 0 & 0 \\ m_{22}v & -m_{11}u & 0 & m_{55}q & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

где \mathbf{C}_{RB} матрица эффекта Кориолиса, связанная с твердым телом, \mathbf{C}_A эффект Кориолиса, вызванный добавленной массой.

Гидродинамическое демпфирование

Вязкость жидкости обуславливает наличие диссипативных сил дрейфа и подъема действующих на корпус робота. Принятое упрощение состоит в том, чтобы рассматривать только линейные и квадратичные члены и группировать их в матрице демпфирования следующим образом [9]:

$$\mathbf{D}(\mathbf{v}) = \mathbf{D} + \mathbf{D}_n(|\mathbf{v}|) > 0 \quad \forall \mathbf{v} \quad (9)$$

где \mathbf{D} — линейная матрица демпфирования, а $\mathbf{D}_n(|\mathbf{v}|)$ — квадратичная матрица демпфирования. Если скорости робота достаточно высоки, то слагаемым \mathbf{D} можно пренебречь. В противном случае можно пренебречь слагаемым $\mathbf{D}_n(|\mathbf{v}|)$. В нашем случае скорость робота считается малой, мы пренебрегаем слагаемым $\mathbf{D}_n(|\mathbf{v}|)$. Здесь $\mathbf{D}(\mathbf{v})$ матрица демпфирования, включающая все силы дрейфа F_{drag} и подъемной силы F_{lift} , а эффектом нелинейного демпфирования мы пренебрегаем. Коэффициенты этой матрицы также считаются постоянными. Для полностью погруженного тела можно представить матрицу ДД в виде [9]:

$$\mathbf{D}(\mathbf{v}) = -diag(X_u, Y_v, Z_\omega, 0, M_q, N_r) - diag(X_{u|u}|u|, Y_{v|v}|v|, Z_{\omega|\omega}|\omega|, 0, M_{q|q}|q|, N_{r|r}|r|)$$

$$X_u = \frac{\partial X}{\partial u}$$

Силы дрейфа F_{drag} и подъема F_{lift} являются результатом давления и трения жидкости, обтекающей поверхность робота. Подъемная сила перпендикулярна направлению движения, а сила дрейфа параллельна и противоположна направлению движения как показано на Рис. 4. Обе эти силы являются функцией квадрата скорости и существенно зависят от формы корпуса робота, от поверхностного трения, угла α наклона корпуса по отношению к направлению движения и угла бокового скольжения β в соответствии с формулами:

$$\begin{aligned} F_{drag} &= \frac{1}{2} \rho V^2 C_d A \\ F_{lift} &= \frac{1}{2} \rho V^2 C_l A \end{aligned} \quad (10)$$

где ρ плотность жидкости, \mathbf{V} скорость робота, A поперечное сечение референтной области. Коэффициенты динамического дрейфа C_d и подъема C_l обычно получают из лабораторных экспериментов и используют на практике для определения зависимостей между характеристиками жидкости и поверхности робота.

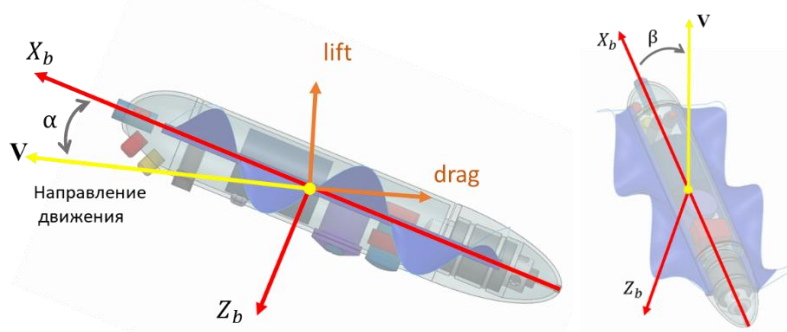


Рисунок 4 – Силы дрейфа и подъема.

Для тихоходного подводного аппарата подъемными силами F_{lift} можно пренебречь по сравнению с силами дрейфа F_{drag} . Матрица демпфирования рассчитается с помощью моделирования силы дрейфа F_{drag} с использованием метода CFD (Computational Fluid Dynamics).

CFD моделирование

Гидродинамические характеристики, такие как скорость и давление на корпус робота, были ранее проанализированы с помощью CFD-моделирование в работах [11-13]. CFD-моделирование также обеспечивает определение коэффициента дрейфа для корпуса робота. Для моделирования силы дрейфа робота использовалось программное обеспечение Solidworks Flow Simulation. При моделировании корпус робота считается находящимся в состоянии покоя, а сила дрейфа рассчитывается для определенной скорости жидкости.

В нашей работе для выполнения моделирования водного потока требуются следующие шаги: создание геометрии модели, настройка сетки, настройка физических условий, выполнение расчетов и

обработка результатов. Жидкость движется в резервуаре со скоростью, изменяющейся от 0 до 2 м/с для поступательного движения и от 0 до 2 рад/с для вращательного движения. Соответственно, выбран интервал роста скорости 0,1 м/с и 0,2 рад/с. Обратим внимание, что качество сетки обычно важно для анализа CFD, но наша цель - зафиксировать основные эффекты демпфирования. Поэтому мы выбрали конфигурации сетки, чтобы найти хороший компромисс между временем вычисления и точностью. Результаты измерения силы демпфирования и момента приведены в таблице 2.

Таблица 2 Демпфирующие силы и моменты при различных скоростях и $\alpha = \beta = 0$.

СКОРОСТЬ (М/С)	0,1	0,2	0,3	0,5	0,6	0,8	1	1,1	1,5	2
Surge (н) сила по X	0,024	0,09	0,2	0,3	10	1,3	2	2.2	4,6	8
Sway (н) сила по Y	0,4	1,7	3,7	10	15.6	25	38	40	85	145
Heave (н) сила по Z	0,2	3,2	8,4	13	20	41,2	68.5	81	158	327
Скорость (рад/с)	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	1	1.5
Yaw (н.м) момент по Y	0,025	0,099	0,22	0,39	0,612	0,88	1,19	1,94	2,44	6,8
Pitch (н.м) момент по Z	0,045	0,17	0,4	0,713	1,113	1,44	1,9	2,55	3,98	8.9

Результаты моделирования в пакете SolidWorks при скорости потока в разных направлениях показаны на Рис. 5, 6, 7, 8 и 9. Зависимости между демпфированием и скоростями, аппроксимированные полиномами второго порядка приведены в таблице 3 и на Рис 5, 6, 7, 8 и 9. Наши результаты показывают, что квадратичное демпфирование доминирует над эффектами демпфирования. В результате нашего CFD моделирования, можно писать матрицу демпфирования таким образом:

$$\mathbf{D}(\mathbf{v}) = \text{diag}([1.57u + 0.5], [39.54v + 1.98], [62.3\omega + 5], 0, [3.93q - 0.33], [2.98r - 0.51]) \quad (10)$$

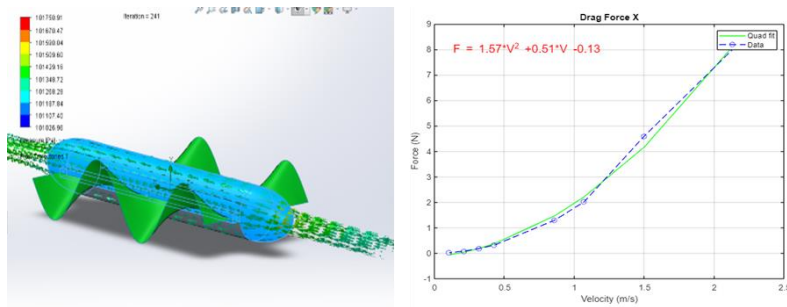


Рисунок 5 – Демпфирующие силы по оси X.

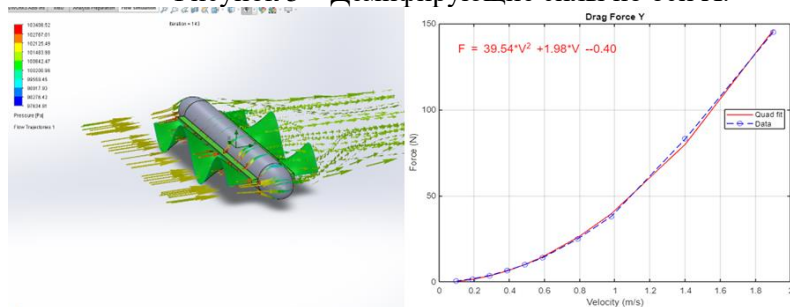


Рисунок 6 – Демпфирующие силы по оси Y.

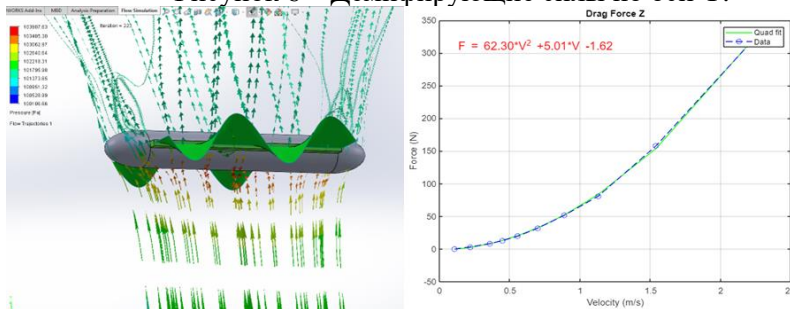


Рисунок 7 – Демпфирующие силы по оси Z.

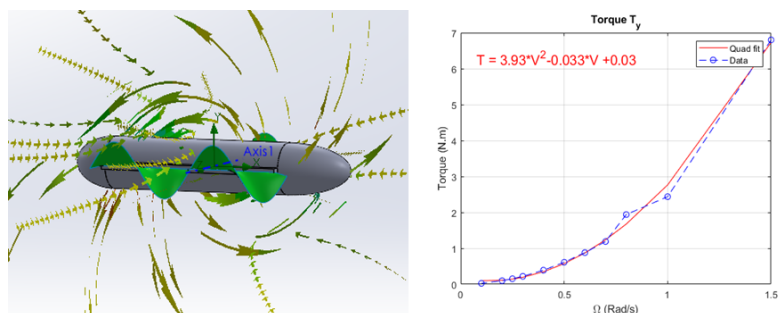


Рисунок 8 – Демпфирующий момент относительно оси Y.
Таблица 3 Аппроксимация результатов CFD-моделирования.

Surge (н) сила по X	$F_x = 1,57u^2 + 0,5 - 0,13$
Sway (н) сила по Y	$F_y = 39,5v^2 + 1,98v - 0,4$
Heave (н) сила по Z	$F_z = 62,3\omega^2 + 5\omega + 1,62$
Pitch (н.м) момент относительно Y	$T_y = 3,93q^2 - 0,33q + 0,3$
Yaw (н.м) момент относительно Z	$T_z = 2,98r^2 - 0,098r + 0,04$

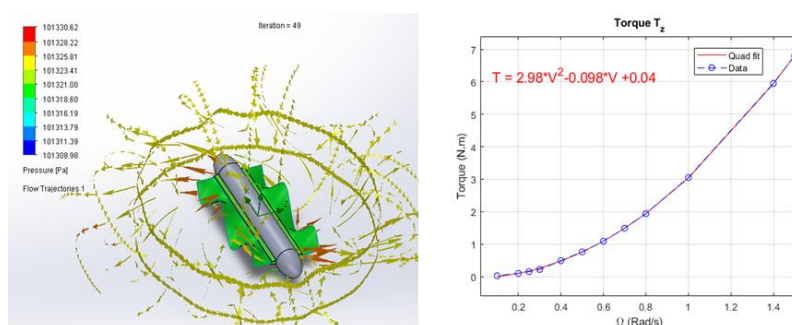


Рисунок 9 – Демпфирующий момент вокруг оси Z.

Заключение

В работе представлены динамическая модель подводного робота с волнообразными движителями и уравнения динамики движения, затем рассчитаны гидростатические параметры для определения гидростатической силы, действующей на робота. Гидродинамические параметры (матрица добавленной массы и матрица демпфирования) были рассчитаны с использованием метода CFD-моделирования в SolidWorks. Результаты моделирования показывают, что квадратичные элементы эффекта демпфирования доминируют над ленинами. В дальнейшем основное внимание необходимо уделить построению алгоритмов управления по курсу и крену подводного робота, а также управлению по глубине и по тангажу, что позволит нам обеспечивать движение вдоль заданного пути, обход препятствий и т.д.

Литература

1. Li M. et al. Design and performance evaluation of an amphibious spherical robot //Robotics and Autonomous Systems. – 2015. – Т. 64. – С. 21-34.
2. Zhong B. et al. On a CPG-based hexapod robot: AmphiHex-II with variable stiffness legs //IEEE/ASME Transactions on Mechatronics. – 2018. – Т. 23. – №. 2. – С. 542-551.
3. Kim H. G. et al. Hexapedal robotic platform for amphibious locomotion on ground and water surface //Journal of Bionic Engineering. – 2016. – Т. 13. – №. 1. – С. 39-47.
4. Kashem S., Sufyan H. A novel design of an aquatic walking robot having webbed feet //International Journal of automation and Computing. – 2017. – Т. 14. – №. 5. – С. 576-588.
5. Qing-Ping W. E. I. et al. Design and kinetic analysis of a biomimetic underwater vehicle with two undulating long-fins //Acta Automatica Sinica. – 2013. – Т. 39. – №. 8. – С. 1330-1338.

6. T. J. Hu, L. C. Shen, L. X. Lin, and H. J. Xu, "Biological inspirations, kinematics modeling, mechanism design and experiments on an undulating robotic fin inspired by *gymnarchus niloticus*," *Mech. Mach. Theory*, vol. 44, no. 3, pp. 633–645, Mar. 2009.
7. SNAME, Nomenclature for treating the motion of a submerged body through a fluid. Technical
8. and Research Bulletin, 1950, pp. 1–5
9. Antonelli G., Antonelli G. Underwater robots. – Switzerland: Springer International Publishing, 2014. – T. 3 23-48.
10. T. Fossen, *Guidance and Control of Ocean Vehicles* (Wiley, Chichester, 1994).
11. Severholt J. Generic 6-dof added mass formulation for arbitrary underwater vehicles based on existing semi-empirical methods. – 2017.
12. Singh J, Gandhi D, Sanghani M, Robi PS, Dwivedy SK. Design and development of underwater robot. In 2015 International Conference on Robotics, Automation, Control and Embedded Systems (RACE) 2015 Feb 18 (pp. 1-7). IEEE.
13. Ji D, Rehman FU, Ajwad SA, Shahani K, Sharma S, Sutton R, Li S, Ye Z, Zhu H, Zhu S. Design, and development of autonomous robotic fish for object detection and tracking. *International Journal of Advanced Robotic Systems*. 2020 May 27;17(3):1729881420925284.