文章编号: 1000-6788(2003)07-0011-06

不完全信息条件下演化博弈均衡的稳定性分析

孙庆文[1], 陆　柳[1], 严广乐[2], 车宏安[2]
(1. 第二军医大学基础部数学物理教研室, 上海 200433; 2. 上海理工大学管理学院, 上海 200093)

摘要:　基于不完全信息假设, 借鉴生物进化过程中"复制动态"的思想, 对非对称 2×2 演化博弈均衡进行渐近稳定性分析, 完整地给出了其定性行为的拓扑等价分类, 针对一些熟知的博弈模型介绍了若干新的结果, 最后简要讨论了演化博弈论分析框架对经济行为模式动力学解释的意义.

关键词:　演化博弈论; 渐近稳定性; 动力系统; 拓扑等价; 系统科学
中图分类号:　F224.32　　**文献标识码**:　A

Asymptotic Stability of Evolutionary Equilibrium under Imperfect Knowledge

SUN Qing-wen[1], LU Liu[1], YAN Guang-le[2], CHE Hong-an[2]
(1. Department of Mathematics and Physics, Second Military Medical University, Shanghai 200433, China; 2. Department of Management Science, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract:　Based on imperfect knowledge and the strategic adjustment process, the paper establishes the dynamic equations of 2×2 asymmetric evolutionary game and classifies topologically its qualitative property to deal with the problem of evolutionary stability. With the application of these studies to some economic game models, we come to some rigorous conclusions. Finally, we surveys the practical value of the framework based on evolutionary game theory.

Key words:　evolutionary game theory; asymptotical stability; dynamic system; topological equivalence

1　引言

纳什均衡是博弈论中最重要的概念, 它描述了"任何博弈方都不值得单独改变自己的策略"这一境况. 纳什均衡得以实现的前提是现代主流博弈论的"完全理性"假设, 它要求博弈参与人具备"无限回归推理"能力[1], 或即, 参与人掌握了"所有参与人知道, 所有参与人知道所有参与人知道, 所有参与人知道所有参与人知道所有参与人知道, ……"这类共同知识[2]. 特别地, 完全理性要求参与人必须具备"理性的共同知识(common knowledge of rationality)", 例如, 在复杂的、多层次的交互推理中, 参与人不会犯错误, 不会相互怀疑对方的理性、能力、信任和对信任的信任, 等等[3]. 我们并不反对"经济人"假设, 即人总是在约束条件下争取自身效用最大化, 但在实际经济生活中, 我们不可能假定参与人总是处于"喜怒哀乐之未发"的"中庸"之"中"态, 冷静地做出完全理性的决策, 而必须考虑到博弈参与人的决策可能会受到很多暂时性的非理性因素的干扰, 这种暂时性的干扰可能会破坏其他参与人对该参与人的理性的预期, 从而导致均衡未必能够实现. 另一方面, 由于信息总是不完全的(这本身就是一种约束条件), 例如, 博弈的一方不可能对西蒙所谓的"潜藏在消费者(博弈的另一方)内心的影子般的效用函数"给予充分的关注并获得完备的信息[4], 所以, 博弈参与人一般无法满足现代主流博弈论关于"完全理性"的前提假设, 而是在实践中遵循"试

收稿日期: 2002-05-28
作者简介: 孙庆文(1968-　), 男, 安徽人, 副教授, 理学硕士, 研究方向为博弈论、信息经济学、卫生经济与医院管理

探、学习、适应、成长”的行为逻辑,即通常所谓的“摸着石头过河”.

为研究策略的动态调整过程,人们从生物进化中得到启示,基于策略在世代更迭中的适应性提出了“演化稳定策略”(evolutionary stable strategy, ESS)的概念[5],即,在重复博弈中,仅仅具备有限信息的个体根据其既得利益不断地在边际上对其策略进行调整以追求自身利益的改善,不断地用“较满足的事态代替较不满足的事态”,最终达到一种动态平衡,在这种平衡状态中,任何一个个体不再愿意单方面改变其策略,称这种平衡状态下的策略为演化稳定策略,并称这样的博弈过程为演化博弈.由于信息有限的缘故,这种调整过程不可避免地会缺乏远见,但正如凯恩斯所说的“从长期来说,我们都会死去”,因而,这种“短视”又不可避免地在历史过程中获得了其存在的合理性.

由于涉及到策略的动态调整过程,对不完全信息演化稳定性的分析需要利用动态系统方法,而且这样的调整过程一般都是非线性的,因此,即便是对最简单的不完全信息 2×2 重复博弈,目前的结果仍然局限于具有对称支付矩阵的情形,而对于具有非对称支付矩阵的不完全信息演化博弈,虽然存在着一些个案分析,但尚无一般化的结果[6-8].本文结合系统科学关于动态过程和动力机制的观点,用动力系统方法分析非对称的 2×2 重复博弈的演化稳定性,对其定性行为给出完整的拓扑等价分类.

2 演化博弈的动态复制系统

考虑 2×2 非合作重复博弈,其阶段博弈的矩阵式表述如表 1.

其中,y 和 1- y 分别表示参与人A 在一次博弈中采取策略A_1 和A_2 的概率,x 和 1- x 分别表示参与人B 采取策略B_2 和B_1 的概率(这样的表示只是为了方便后面对系统相图进行描绘),其中,概率也可以解释为群体博弈中选取该策略的参与人比例.

		B	
		$B_1(1-x)$	$B_2(x)$
A	$A_1(y)$	a, e	b, f
	$A_2(1-y)$	c, g	d, h

显然,参与人A 采取纯策略A_1 和A_2 的平均支付(payoff)分别是

$$E(A_1) = a(1-x) + bx,\ E(A_2) = c(1-x) + dx$$

以y 和$(1-y)$的概率选取策略A_1 和A_2 的平均支付是

$$E(A) = y[a(1-x) + bx] + (1-y)[c(1-x) + dx]$$

而参与人B 采取纯策略B_1 和B_2 的平均支付分别是

$$E(B_1) = ey + g(1-y),\ E(B_2) = fy + h(1-y)$$

以$(1-x)$和x 的概率选取策略B_1 和B_2 的平均支付是

$$E(B) = (1-x)[ey + g(1-y)] + x[fy + h(1-y)]$$

值得注意的是,这里并不需要假设阶段博弈的支付参数a, b, c, d, e, f, g, h 对参与人构成共同知识.实际上,参与人甚至可以不知道自己的支付参数,他们只需对既往的对局结果加以统计便可以得到上述各种平均支付水平的有关信息.因此,这里的博弈参数仅供研究者用来做比较静态分析以及对经济行为进行预测时使用[9].

假设参与人的理性层次较低、学习速度较慢,他们只是简单地依据过去多次博弈之所得而调整各自对两种策略的选择概率,这种动态调节机制类似于生物进化中生物性状和行为特征的动态演化过程的“复制动态”[3,10].如果统计结果表明某一特定策略的平均支付高于混合策略的平均支付,则他将倾向于更多地使用这种策略,假设其使用频率的相对调整速度与其支付超过平均支付的幅度成正比,则A、B 对y 和x 的调整方程为

$$\frac{dx}{dt} = x[E(B_2) - E(B)]$$

$$\frac{dy}{dt} = y[E(A_1) - E(A)]$$

即动态系统

$$\frac{dx}{dt} = x(1-x)[(f-e+g-h)y-(g-h)]$$

$$\frac{dy}{dt} = y(1-y)[(a-c)-(a-c+d-b)x]$$

一般地, 我们称其为动态复制系统.

3　演化平衡策略的渐近稳定性分析

显然, 对任意的初始点 $(x(0), y(0)) \in [0, 1] \times [0, 1]$, 有 $(x(t), y(t)) \in [0, 1] \times [0, 1]$, 因此, 动态复制系统的解曲线上任意一点 (x, y) 均对应着演化博弈的一个混合策略偶 $((1-x) \oplus x, y \oplus (1-y))$.

定义 1 称动态复制系统平衡点所对应的策略组合为演化博弈的一个均衡, 简称为演化均衡.

显然, 该动态复制系统有平衡点 $E_1(0, 0)$, $E_2(1, 0)$, $E_3(0, 1)$, $E_4(1, 1)$, 又, 当 $0 < \frac{a-c}{a-c+d-b}$, $\frac{g-h}{f-e+g-h} < 1$ 时, $E_5\left(\frac{a-c}{a-c+d-b}, \frac{g-h}{f-e+g-h}\right)$ 亦是系统的一个平衡点, 它们分别对应着一个演化博弈均衡.

定理 1　1) 当 $a > c, b > d, e > f, g < h$ 时, 复制系统有四个平衡点 $E_1 \sim E_4$, 其中, E_3 为稳定的结点, E_1 为不稳定的结点, E_2 与 E_4 为鞍点. 2) 当 $a < c, b < d, e < f, g > h$ 时, 系统有四个平衡点 $E_1 \sim E_4$, 其中, E_1 为稳定的结点, E_3 为不稳定的结点, E_2 与 E_4 为鞍点.

类似地, 我们有: 3) 当 $a < c, b > d, e < f, g < h$ 时, 复制系统有四个平衡点 $E_1 \sim E_4$, 其中 E_4 为稳定的结点, E_3 为不稳定的结点, E_1 与 E_2 为鞍点. 4) 当 $a > c, b < d, e > f, g > h$ 时, 复制系统有四个平衡点 $E_1 \sim E_4$, 其中, E_3 为稳定的结点, E_4 为不稳定的结点, E_1 与 E_2 为鞍点. 5) 当 $a < c, b < d, e > f, g < h$ 时, 复制系统有四个平衡点 $E_1 \sim E_4$, 其中 E_2 为稳定的结点, E_4 为不稳定的结点, E_1 与 E_3 为鞍点. 6) 当 $a > c, b > d, e < f, g > h$ 时, 复制系统有四个平衡点 $E_1 \sim E_4$, 其中, E_4 为稳定的结点, E_2 为不稳定的结点, E_1 与 E_3 为鞍点. 7) 当 $a < c, b > d, e > f, g > h$ 时, 复制系统有四个平衡点 $E_1 \sim E_4$, 其中, E_1 为稳定的结点, E_2 为不稳定的结点, E_3 与 E_4 为鞍点. 8) 当 $a > c, b < d, e < f, g < h$ 时, 复制系统有四个平衡点 $E_1 \sim E_4$, 其中, E_2 为稳定的结点, E_1 为不稳定的结点, E_3 与 E_4 为鞍点.

定理 2　9) 当 $a > c, b > d, e < f, g < h$ 时, 复制系统有四个平衡点 $E_1 \sim E_4$, 其中, E_4 为稳定的结点, E_1 为不稳定的结点, E_2 与 E_3 为鞍点. 10) 当 $a < c, b < d, e > f, g > h$ 时, 复制系统有四个平衡点 $E_1 \sim E_4$, 其中, E_1 为稳定的结点, E_4 为不稳定的结点, E_2 与 E_3 为鞍点.

类似地, 我们有: (11) 当 $a < c, b < d, e < f, g < h$ 时, 复制系统有四个平衡点 $E_1 \sim E_4$, 其中, E_2 为稳定的结点, E_3 为不稳定的结点, E_1 与 E_4 为鞍点. (12) 当 $a > c, b > d, e > f, g > h$ 时, 复制系统有四个平衡点 $E_1 \sim E_4$, 其中 E_3 为稳定的结点, E_2 为不稳定的结点, E_1 与 E_4 为鞍点.

定理 3　13) 当 $a > c, b < d, e > f, g < h$ 时, 复制系统有五个平衡点 $E_1 \sim E_5$, 其中, E_2 和 E_3 为稳定的结点, E_1 和 E_4 为不稳定的结点, E_5 为鞍点. 14) 当 $a < c, b > d, e < f, g > h$ 时, 复制系统有五个平衡点 $E_1 \sim E_5$, 其中, E_1 和 E_4 为稳定的结点, E_2 为 E_3 为不稳定的结点, E_5 为鞍点.

根据 a, b, c, d, e, f, g, h 的相对大小, 对复制系统在平衡点附近进行线性稳定性分析, 容易证明定理 1、定理 2 和定理 3(参见[9]).

定理 4　15) 当 $a < c, b > d, e > f, g < h$ 时, 复制系统有五个平衡点 $E_1 \sim E_5$, 其中, $E_1 \sim E_4$ 为鞍点, E_5 为中心. 16) 当 $a > c, b < d, e < f, g > h$ 时, 复制系统有五个平衡点 $E_1 \sim E_5$, 其中, $E_1 \sim E_4$ 为鞍点, E_5 为中心.

为证明定理 4, 我们先给出如下引理:

引理 1　设 H 为平面 C^1 动力系统的初积分(即 H 是一个实值函数, 它在系统的轨线上是常数), 若 H 在任何开集上不为常数, 则不存在极限环[11,12].

定理证明[9]　只证明 15). 令 $A = h - g, B = h - g + e - f, C = -(a - c + d - b), D = -(a - c)$, 显然, $A, B, C, D > 0, B - A = e - f > 0, C - D = b - d > 0$, 则动态复制系统可写做:

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = x(1 - x)(A - By)$$

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = y(1 - y)(Cx - D)$$

直线 $x = D/C$ 和 $y = A/B$ 将闭区域 $Q = [0, 1]\times[0, 1]$ 分为四个部分, 在右上角区域中, $\mathrm{d}x/\mathrm{d}t < 0, \mathrm{d}y/\mathrm{d}t > 0$, 在左上角区域中, $\mathrm{d}x/\mathrm{d}t < 0, \mathrm{d}y/\mathrm{d}t < 0$, 在左下角区域中, $\mathrm{d}x/\mathrm{d}t > 0, \mathrm{d}y/\mathrm{d}t < 0$, 在右下角区域中, $\mathrm{d}x/\mathrm{d}t > 0, \mathrm{d}y/\mathrm{d}t > 0$. 所以, 对任意的 $(x(0), y(0))\in \mathrm{int}\, Q$, 轨线 $(x(t), y(t))\in Q$ 并且在 Q 内绕 E_5 沿逆时针方向运动. 下面讨论轨线是闭轨, 还是螺旋地向内趋于 E_5 或趋于一个极限环或趋于 Q 的边界 ∂Q.

令 $H(x, y) = (D - C)\ln(1 - x) - D\ln x + (A - B)\ln(1 - y) - A\ln y, (x, y)\in \mathrm{int}\, Q$, 则

$$\begin{aligned}\mathring{H} &= \frac{\partial H}{\partial x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + \frac{\partial H}{\partial y}\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} \\ &= \left(\frac{C - D}{1 - x} - \frac{D}{x}\right)x(1 - x)(A - By) + \left(\frac{B - A}{1 - y} - \frac{A}{y}\right)y(1 - y)(Cx - D) \\ &\equiv 0\end{aligned}$$

故 H 在复制系统的解曲线上是常数. 注意到

$$\frac{\partial H(D/C, A/B)}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial H(D/C, A/B)}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial H}{\partial x} > 0, \quad x\in(D/C, 1), y\in(0, 1)$$

$$\frac{\partial H}{\partial x} < 0, \quad x\in(0, D/C), y\in(0, 1)$$

$$\frac{\partial H}{\partial y} > 0, \quad x\in(0, 1), y\in(A/B, 1)$$

$$\frac{\partial H}{\partial y} < 0, \quad x\in(0, 1), y\in(0, A/B)$$

故 H 的唯一驻点 E_5 为 H 的严格极小值点, 于是 $V(x, y) = H(x, y) - H(E_5)$ 是 E_5 的 Lyapunov 函数, 即, 它满足

$$V(E_5) = 0, V(w) > 0, w \neq E_5, w\in \mathrm{int}\, Q$$

$$\mathring{V}(w) \equiv 0, w\in \mathrm{int}\, Q$$

所以, E_5 是稳定的平衡点(但并非渐近稳定).

又, 根据 H 的偏导数符号, 易知 H 在 $\mathrm{int}Q$ 内的任何开集中不为常数, 由引理 1, 动态复制系统不存在极限环.

下面证明 $\mathrm{int}\, Q$ 内每一条解曲线(E_5 除外)均为闭轨. 对任意的 $w\in \mathrm{int}Q\setminus E_5$, 从 w 出发的轨线 L 绕 E_5 螺旋转动, 所以, 可在开区间 $S = \{(x, y): x = D/C, A/B < y < 1\}$ 上取两点 $u(D/C, y_1)\in L$ 和 $v(D/C, y_2)\in L$. 注意到 $\frac{\partial H}{\partial y}$ 在 S 中严格为正, 若 $y_1\neq y_2$, 则 $H(u)\neq H(v)$, 但 H 在 L 上为常数, 故 $H(u) = H(v)$, 矛盾, 所以 $y_1 = y_2$, 从而 L 为闭轨.　证毕.

如果将 a, b 和 c, d 标记在纵轴上, 将 e, f 和 g, h 标记在横轴上, 则动态复制系统的轨线的走向总是由小参数指向大参数, 于是, 定理 1- 4 的结果可以很方便地转化为系统的相图. 我们有,

定理 5　系统的相图与图 1- 图 4 四种之一或其镜像拓扑等价.

定理 5 完整地给出了动态复制系统定性行为的拓扑等价分类, 对具体问题的分析和讨论只需利用该定理的结果. 另外, 一些退化情形(例如 $a = c$ 或 $e = f$ 等)的相图也不难在定理 5 的基础上做出, 不赘述.

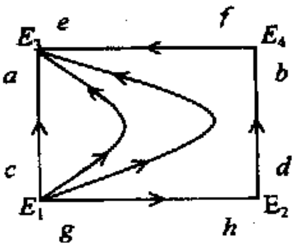

图 1　定理 1 情形(1)

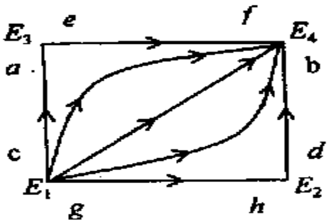

图 2　定理 2 情形(9)

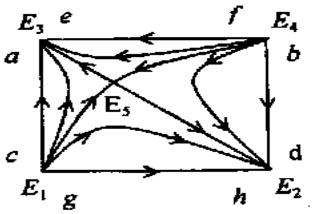

图 3　定理 3 情形(13)

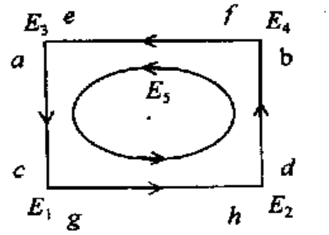

图 4　定理 4 情形(15)

4　应用举例

基于不完全信息演化博弈均衡渐近稳定性的分析思路, 我们考察了一些被广泛讨论过的非合作博弈模型, 得出了一些清晰而严格的结果[9, 10] .

对合伙制企业, 我们发现: 1) 当合伙人之间相互监督的成本比较低时, 合伙制企业得以维持是一个渐近稳定的结果; 2) 在两人合伙制中, 即使监督成本比较高, 但只要搭便车的效应不是特别大, 合伙制仍然可以得到维持, 这也许可以解释为什么产权不清晰的家族制企业在复杂多变的竞争环境中仍然具有生命力; 3) 在多人合伙制中, 如果监督成本高, 则“散伙”将是一个渐近稳定均衡 .

对广告均衡问题, 我们发现: 在行业发展的初期, 如果广告的外部效应特别强(即大多数消费者并不是只购买广告宣传中的特定品牌) , 则所有厂商都将致力于宣传自己的产品, 如果广告的外部效应不够强, 则特定比例的厂商将大张旗鼓地宣传自己的品牌, 另一部分则利用外部效应销售自己的产品 . 这正是W. 哈勒根所观察到的广泛存在于经济现实中的“广告多态均衡”现象; 在行业发展的成熟期, 所有厂商均做广告或均不做广告都是渐近稳定的博弈均衡, 做广告还是不做广告取决于产品的需求弹性 .

对公共政策, 诸如质量检查、惩治犯罪、税收等, 考虑到公共选择理论对政府的经济人假设, 我们的模型表明, 公共政策的实施过程可以表现出一种周期行为模式(即复制系统的平衡点 E_5 是中心) , 这是现实经济生活中的一个常见现象, 但在一般的博弈模型中, 这种周期行为模式是不会出现的 .

针对一个产权博弈模型, 我们的结果表明, 演化博弈的分析方法可以为博弈论中的“非均衡”、“多重均衡”概念的现实意义以及制度经济学关于“锁定(lock in) ”、“路径依赖性”等有关制度变迁的观念模型提供较好的动力学解释 .

5　系统观念与演化博弈的经济分析框架

经济学本质上应该是一种关于相互作用的过程的科学, 但除了奥地利学派(其代表人物有熊彼特和哈耶克) 保留了关于“市场过程”的观念之外, 主流的新古典经济学基本上只是静态经济学, 它们只讨论均衡的性态以及均衡状态的制度是如何运行的, 而不考虑偏离均衡以后的动态调整过程以及制度是如何形成和演化的, 用 Peyton Young 的话来说, 新古典经济学只描述尘埃落定之后的世界是什么样子, 而不管尘埃是如何落定的 . 有鉴于此, 用系统的观点考察经济问题, 例如, 经济系统的自组织、内在动力机制、动态演

化等正逐渐引起普遍的关注, 在充分认识到新古典经济分析局限性的基础上, 经济学家、数学家、物理学家已开始重新思考和审视经济系统[13] . 事实上, 经济学诺奖得主萨缪尔森早在 1947 年就曾经指出, 为了使比较静态分析产生较好的结果, 必须首先发展动态理论, 这就是著名的萨缪尔森反论[14] .

我们无法相信人类可以在不完全信息条件下, 依靠不完全理性设计出未来的一切, 因此, 基于完全理性和完全信息假设的主流博弈论在研究制度变迁和制度演化时会遇到很多难以克服的困难 . 另一方面, 结合前面的分析, 我们不难发现, 渐近稳定的均衡点一定是阶段博弈的纳什均衡, 但阶段博弈的纳什均衡却不一定渐近稳定 . 例如, 在定理 3 的条件下, E_5 是阶段博弈的一个纳什均衡, 它是鞍点稳定的, 在定理 4 的条件下, 阶段博弈的唯一纳什均衡是 E_5, 它是中心稳定的 . 虽然如此, 它们却都具有某种稳定性(例如, 鞍点存在着稳定的流形, 类似于 Ramsey 经济增长模型中的"政策函数"), 因此, 演化博弈均衡的稳定性分析实际上表明了这样一个事实, 即, 为了实现纳什均衡, 完全理性和完全信息假设并非必不可少 . 换句话说, 演化博弈的分析方法为研究人们如何在变动不居的环境中借助不完全理性通过"试探、学习、适应、成长"的行为逻辑而不断地在边际上进行制度创新提供了可能性 .

系统学包括从可识别、可度量的方面阐明系统及其产生、演化的系统形态学和试图解释系统为什么这样产生、演化的系统动力学[15] . 系统形态学有三个基本观点: 第一, 系统或者说事物作为系统, 最根本的性质是"稳态"; 第二, 系统演化需经历两个过程: 通信过程以及建立在通信基础上的行为响应过程; 第三, 系统演化的基本形式是(子)系统耦合生成层级结构(hierarchy) . 从系统动力学方面考虑, 联系三个基本观点的是(子)系统之间相互作用的动态过程: 通信和行为响应过程导致"稳态"结果(系统), 系统之间相互作用导致新一层次的系统(即新的稳态) . 这样的系统观事实上概括了几乎所有事物演化过程的规律, 诸如, 汤因比有关"挑战与回应"的历史观, 文化的积淀、融合与传统文化的创造性转化, 企业产权制度和企业组织架构的演变, 等等 .

演化博弈的分析框架恰恰是对上述系统观的响应, 它将经济学中的"均衡观"与生物学中的"适应性"和"物竞天择"的观念相结合, 在理性不完全、信息不对称、对别人行为的预期有偏差的条件下, 演化博弈描述人们如何通过模仿、学习、试错而不断地对外部世界的冲击做出响应的过程及结果 . 如果我们在这种"适应性"概念中融入文化、知识和信息(例如, 法治理念、规则意识)等只有人类才具有的"符号系统"因素(这种"符号系统"使得人类理性对善与正义的辨识得以传播交流并形成共识), 演化博弈的建模分析思路有可能形成一种以"知识结构(信息)→制度→行为→稳定的均衡→对均衡的认识和理解→新的知识结构(信息)"为纲领的制度经济分析模式, 实际上, 这就是前述系统科学基本观念在经济学中的应用, 也正是古典作家如斯密、穆勒、马克思等关于哲学、经济、政治三位一体的政治经济学的学术理想 .

参考文献:

[1] 汪丁丁. 从交易费用到博弈均衡[A]. 汪丁丁. 在经济学与哲学之间[C]. 北京: 中国社会科学出版社, 1996.
[2] 张维迎. 博弈论与信息经济学[M]. 上海: 三联书店, 上海人民出版社, 1996. 48-50.
[3] 谢识予. 有限理性条件下的进化博弈理论[J]. 上海财经大学学报, 2001, 3(5): 3-9.
[4] H A 西蒙. 人工科学[M]. 武夷山 译. 北京: 商务印书馆, 1987. 29-55.
[5] L C Thmas. 对策论及其应用[M]. 靳敏, 等译. 北京: 解放军出版社, 1988. 230-242.
[6] Kandori M. Evolutionary game theory in economics[A]. Kreps D, Wallis K. Advances in Economics and Econometrics: Theory and Application(Vol 2) [C]. Cambridge: Cambridge University Press, 1997. 243-277.
[7] 陈学彬. 博弈学习理论[M]. 上海: 上海财经大学出版社, 1999. 71-79.
[8] 盛昭瀚, 蒋德鹏. 演化经济学[M]. 上海: 上海三联书店, 2002. 281-326.
[9] 孙庆文. 经济均衡稳定性分析及应用[D]. 上海: 上海理工大学系统工程与系统科学院, 1997. 31-48.
[10] 孙庆文, 严广乐, 车宏安. 经济均衡稳定性分析及应用[J]. 上海理工大学学报, 1998, 20(增刊): 55-58.
[11] Hirsch M W, Smale S. 微分方程, 动力系统和线性代数(下册) [M]. 黄杰 译. 北京: 高等教育出版社, 1987. 78-79.
[12] Jackson E A. Perspectives of nonlinear Dynamics(Vol 1) [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1989. 409-413.
[13] 方福康. 复杂经济系统的演化分析[A]. 许国志. 系统研究[C]. 杭州: 浙江教育出版社, 1997. 239-254.
[14] P A 萨谬尔森. 经济分析基础[M]. 费方域 译. 北京: 商务印书馆, 1992. 2-72.
[15] 车宏安. 软科学方法论研究[M]. 上海: 上海科技文献出版社, 1995. 19-34.