

Matrix Properties :

Proof :

$$\text{adj}(AB) = (AB)^{-1} \cdot \det(AB) \dots (1)$$

$$\det(AB) = \det(A) \cdot \det(B) \dots (2)$$

$$\text{adj}(B) \cdot \text{adj}(A) = \det A \cdot \det B \cdot B^{-1} \cdot A^{-1} \dots (3)$$

Putting (2) in equation (1)

$$\text{adj}(AB) = \det(A) \cdot \det(B) \cdot B^{-1} \cdot A^{-1} \dots (4)$$

From (3) and (4)

$$\text{adj}(AB) = \text{adj}(B) \cdot \text{adj}(A)$$

$$(AB)^{-1} = B^{-1} A^{-1}$$

Proof

$$(AB)(AB)^{-1} = I$$

$$\Rightarrow \underline{A^{-1}A} (B(AB)^{-1}) = A^{-1}I$$

$$\Rightarrow B(AB)^{-1} = A^{-1}$$

$$\Rightarrow \underline{B^{-1}B} (AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$$

$$\Rightarrow (AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$$