

If $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdots \begin{bmatrix} 1 & n-1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 78 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, then the inverse of $\begin{bmatrix} 1 & n \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ is:

JEE MAIN APRIL 2019

Solution:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdots \begin{bmatrix} 1 & n-1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 1+2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdots \begin{bmatrix} 1 & n-1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 1+2+3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdots \begin{bmatrix} 1 & n-1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 1+2+\cdots+(n-1) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & \frac{n(n-1)}{2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 78 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 78 \Rightarrow n = 13$$

$$\text{Inverse of } \begin{bmatrix} 1 & n \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 13 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \boxed{\begin{bmatrix} 1 & -13 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}$$

$$\Rightarrow |B| = 1 \Rightarrow B^{-1} = \text{Adj } B$$

- A** $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 12 & 1 \end{bmatrix}$
- B** $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 13 & 1 \end{bmatrix}$
- C** $\begin{bmatrix} 1 & -12 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
- D** $\begin{bmatrix} 1 & -13 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$