



Find value of the determinant
$$\begin{vmatrix} \sqrt{13} + \sqrt{3} & 2\sqrt{5} & \sqrt{5} \\ \sqrt{15} + \sqrt{26} & 5 & \sqrt{10} \\ 3 + \sqrt{65} & \sqrt{15} & 5 \end{vmatrix}$$
 :



Solution:

$$\begin{vmatrix}
\sqrt{13} + \sqrt{3} & 2\sqrt{5} & \sqrt{5} \\
= \sqrt{15} + \sqrt{26} & 5 & \sqrt{10} \\
3 + \sqrt{65} & \sqrt{15} & 5
\end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} \sqrt{13} & 2\sqrt{5} & \sqrt{5} \\ -\sqrt{26} & 5 & \sqrt{10} \\ -\sqrt{65} & \sqrt{15} & 5 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sqrt{3} & 2\sqrt{5} & \sqrt{5} \\ -\sqrt{15} & 5 & \sqrt{10} \\ -\sqrt{3} & \sqrt{15} & 5 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sqrt{3} & 2\sqrt{5} & \sqrt{5} \\ -\sqrt{15} & 5 & \sqrt{10} \\ -\sqrt{3} & \sqrt{15} & 5 \end{vmatrix}$$

$$= \sqrt{5}\sqrt{13} \begin{vmatrix} 1 & 2\sqrt{5} & 1 \\ \sqrt{2} & 5 & \sqrt{2} \\ \sqrt{5} & \sqrt{15} & \sqrt{5} \end{vmatrix} + 5\sqrt{3} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ \sqrt{5} & \sqrt{5} & \sqrt{2} \\ \sqrt{3} & \sqrt{3} & \sqrt{5} \end{vmatrix}$$

$$= \sqrt{5}\sqrt{13} \times 0 + 5\sqrt{3} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ \sqrt{5} & \sqrt{5} & \sqrt{2} \\ \sqrt{3} & \sqrt{3} & \sqrt{5} \end{vmatrix} = 5\sqrt{3} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ \sqrt{5} & \sqrt{5} & \sqrt{2} \\ \sqrt{3} & \sqrt{3} & \sqrt{5} \end{vmatrix}$$



$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ \sqrt{5} & \sqrt{5} & \sqrt{2} \\ \sqrt{3} & \sqrt{3} & \sqrt{5} \end{vmatrix}$$







$$\begin{array}{c|cccc}
 & 1 & 2 & 1 \\
 \hline
 5\sqrt{3} & \sqrt{5} & \sqrt{5} & \sqrt{2} \\
 & \sqrt{3} & \sqrt{3} & \sqrt{5}
\end{array}$$