

WiSe 2025/26

09.12.2025

Praktische Übung: Computer Vision für medizinische und industrielle Anwendungen

Versuch 7: Lineare Programmierung

Aufgabe 1 - Graphisches Lösen

Schreiben Sie eine Funktion

`graphicalMethod(f, A, b),`

die das graphische Lösen eines linearen Optimierungsproblems mit zwei Variablen der folgenden Form ermöglicht:

$$\max_x f^T x \text{ such that } \begin{cases} Ax \leq b \\ 0 \leq x \end{cases}. \quad (1)$$

Die Funktion soll alle Bedingungen in einem geeigneten Koordinatensystem anzeigen und zusätzlich einen Vektor von $(0, 0)$ orthogonal zur Zielfunktion. Die Wertebereiche sollen jeweils sinnvoll in Abhängigkeit vom Input gewählt werden. Im Plot sollen per Mausklick nacheinander Lösungen ausgewählt werden können, für die jeweils die Zielfunktion ausgewertet wird und angegeben wird, ob die Lösung valide ist. Geben Sie am Ende den abgetasteten maximalen validen Zielwert mit der dazugehörigen Konfiguration der Variablen zurück. Implementieren Sie einen Abbruchmechanismus, um die Funktion beenden zu können.

Testen Sie die implementierte Funktion mindestens für die drei folgenden Optimierungsprobleme:

i)

$$\max 30x_1 + 20x_2 \text{ mit } \begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 1500 \\ x_1 + x_2 \leq 1200 \\ x_1 \leq 500 \end{cases} \quad (2)$$

ii)

$$\max 12x_1 + 7x_2 \text{ mit } \begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 10000 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 16000 \end{cases} \quad (3)$$

iii)

$$\max 2x_1 + 5x_2 \text{ mit } \begin{cases} x_1 + 4x_2 \leq 24 \\ 3x_1 + x_2 \leq 21 \\ x_1 + x_2 \leq 9 \\ x_2 \leq 4 \end{cases} \quad (4)$$

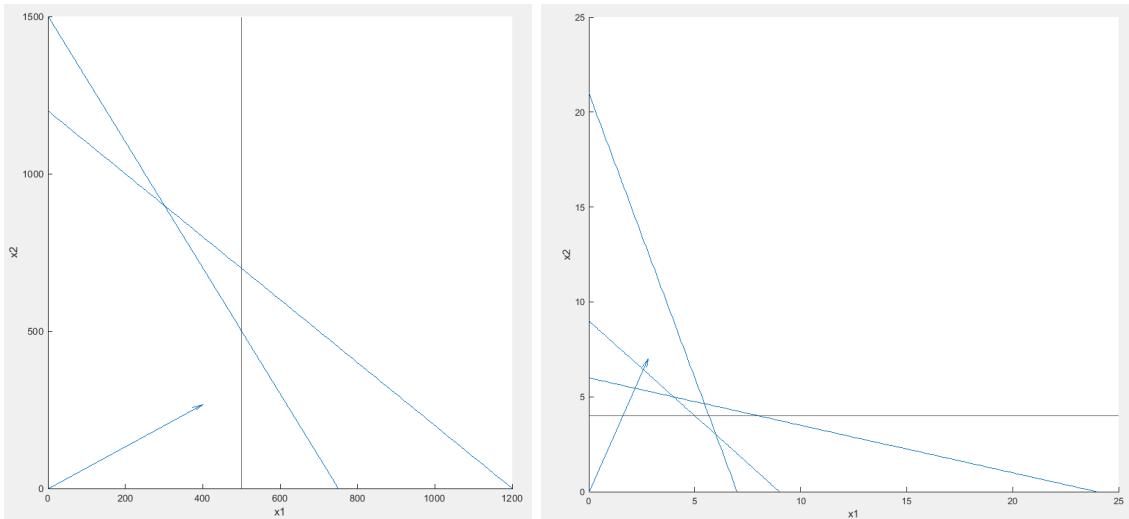


Abbildung 1: Beispielhafte Visualisierung für Aufgabe 1

Aufgabe 2 - Matlab LP Solver

Machen Sie sich mit der MATLAB Funktion `linprog` vertraut.

- Nutzen Sie nun `linprog` zum Lösen der Optimierungsprobleme aus Aufgabe 1. Kommen Sie auf die gleichen Lösungen?
- Lösen Sie das folgende Optimierungsproblem: Eine Politikerin möchte in ihrem Wahlkreis gewinnen. Dazu benötigt sie mindestens 50% aller Stimmen in jedem der drei Gebiete: Stadt (100.000 Einwohner), Vorstadt (200.000 Einwohner) und Land (50.000 Einwohner). Dieses möchte sie durch geschickten Wahlkampf erreichen. Dank sehr guter psychologischer Studien weiß sie, dass je 1000€ Werbeausgaben für ein bestimmtes Wahlkampfthema eine gewisse Anzahl an Wählerstimmen zur Folge hat (siehe Tabelle 1). Wie erreicht die Politikerin ihr Ziel mit möglichst wenigen Ausgaben?

Wahlkampfthema	Stadt	Vorstadt	Land
Straßenbau	-2	5	3
Sicherheit	8	2	-5
Landwirtschaftsbeihilfe	0	0	10
Mineralölsteuer	10	0	-2

Tabelle 1: Wählerstimmen in tausend, die je 1000€ Werbeausgaben für ein bestimmtes Wahlkampfthema zur Folge hat.

Aufgabe 3 - Ganzzahlige lineare Optimierung

Bei der ganzzahligen linearen Optimierung dürfen die Variablen nur ganzzahlige Werte annehmen. Damit lassen sich beispielsweise auch Entscheidungsprobleme lösen. Machen Sie sich mit der MATLAB Funktion `intlinprog` vertraut.

- a) Ein Rucksack soll aus einer Auswahl von 10 Objekten unterschiedlichen Gewichts und Nutzwerts gefüllt werden. Wie muss die Auswahl getroffen werden, damit der Nutzwert der ausgewählten Objekte maximiert wird, unter der Bedingung dass deren Gesamtgewicht nicht die Maximallast des Rucksacks überschreitet? Die Objekte haben ein Gewicht von (3, 7, 4, 12, 8, 10, 9, 14, 10, 12) kg und einen Nutzwert von (3, 5, 2, 11, 4, 6, 2, 15, 12, 9). Der Rucksack hat eine Maximallast von 60 kg. Jedes Objekt kann nur maximal einmal ausgewählt werden.
- b) Arbeiten Sie das Beispiel auf der verlinkten Website durch und testen Sie den Code. Sie sollten anschließend in der Lage sein, das Problem und die Implementierung zu erklären.

Kontrollfragen

- a) Funktioniert Ihre Implementierung aus Aufgabe 1 für alle möglichen linearen Optimierungsprobleme?
- b) Wie kann man bei der graphischen Methode bei zwei Variablen erkennen, dass es unendlich viele optimale Lösungen geben muss?