

WiSe 2025/26

18.11.2025

Praktische Übung: Computer Vision für medizinische und industrielle Anwendungen

Versuch 4: Bayes-Klassifikation

Aufgabe 1 - Einführung Bayes-Klassifikator

Implementieren Sie einen „Bayes-Klassifikator“, um anhand von Körpergröße und Gewicht zu entscheiden, ob eine Person (wahrscheinlich) männlich oder weiblich ist. Nehmen Sie an, alle Merkmale sind normalverteilt und gehen Sie schrittweise entsprechend der Vorlage in `bayes_test.m` wie folgt vor:

- Schätzen Sie (separat für männlich und weiblich) Mittelwert μ und Varianz σ^2 der einzelnen Merkmale. Unter `genderData.mat` sind hierfür Beispieldaten abgelegt. Laden Sie diese mit dem Befehl `load`. Die Trainingsdaten bestehen aus je 4 Personen, wobei die i-ten Einträge in jedem Vektor zur i-ten Person gehören. Es gilt:

$$\hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{\mu})^2.$$

MATLAB-Befehle: `mean`, `var`

- Schätzen Sie (separat für männlich und weiblich) die Kovarianzmatrix Σ . Es gilt:

$$\hat{\Sigma} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\underline{x}^i - \hat{\underline{\mu}})^T (\underline{x}^i - \hat{\underline{\mu}}).$$

Zur Kontrolle: Auf den Hauptdiagonalen sollten jeweils die zuvor bestimmten Varianzen stehen.

MATLAB-Befehl: `cov`

- c) Die MATLAB- Funktion `mvnpdf` wertet bei bekanntem Erwartungswert $\underline{\mu} \in \mathbb{R}^n$ und bekannter Kovarianzmatrix $\Sigma \in \mathbb{R}^{n \times n}$ die n -dimensionale Normalverteilung an der Stelle \underline{x} aus:

$$\underline{y} = \mathcal{N}(\underline{x}, \underline{\mu}, \Sigma) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}} |\Sigma|^{\frac{1}{2}}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\underline{x} - \underline{\mu})^\top \Sigma^{-1} (\underline{x} - \underline{\mu}) \right\}.$$

Im eindimensionalen Fall ist der Erwartungswert skalar und die Kovarianzmatrix entspricht der Varianz. Die Formel bleibt gültig.

Stellen Sie die (eindimensionalen) Normalverteilungen für jedes Merkmal (Größe und Gewicht) dar. Plotten Sie die Verteilungen für männlich und weiblich jeweils gemeinsam. Stellen Sie auch die zweidimensionalen Verteilungen für die gemeinsame Verteilung von Größe und Gewicht dar (MATLAB-Befehle: `surf`, `contour`).

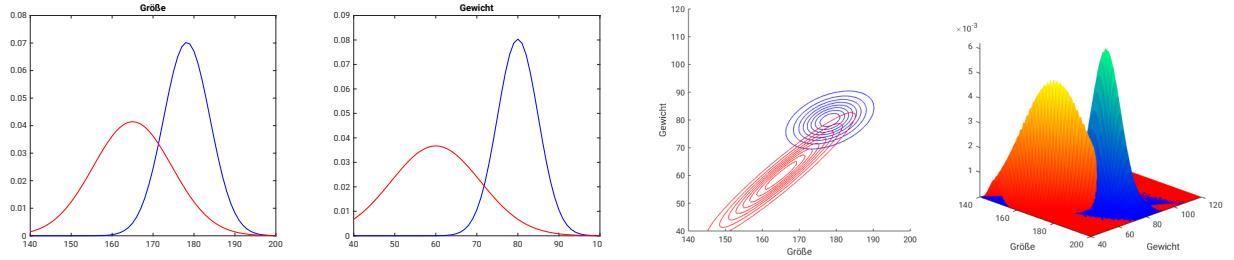


Abbildung 1: Beispielhafte 1D und 2D Visualisierungen der geschätzten Verteilungen

- d) Klassifizieren Sie drei Personen mit den Merkmalen

$$\underline{f}^1 = (f_1^1, f_2^1) = (182 \text{ cm}, 79 \text{ kg})$$

$$\underline{f}^2 = (f_1^2, f_2^2) = (188 \text{ cm}, 130 \text{ kg})$$

$$\underline{f}^3 = (f_1^3, f_2^3) = (195 \text{ cm}, 95 \text{ kg})$$

mit einem naiven Bayes-Klassifikator. Bestimmen Sie dazu

$$\operatorname{argmax}_C p(C) \prod_{k=1}^2 p(f_k^i | C) = \operatorname{argmax}_C p(C) \prod_{k=1}^2 \mathcal{N}(f_k^i, \hat{\mu}_{C,k}, \hat{\sigma}_{C,k}^2)$$

für die beiden Klassen $C \in \{\text{'männlich'}, \text{'weiblich'}\}$. Nutzen Sie dazu ihre geschätzten Mittelwerte und Varianzen aus a), um die eindimensionalen Normalverteilungen auszuwerten. Setzen Sie $p(\text{'männlich'}) = p(\text{'weiblich'}) = 0.5$.

- e) Klassifizieren Sie die Personen ebenfalls mit einem einfachen Bayes-Klassifikator, der auch Zusammenhänge zwischen den Merkmalen betrachtet, das heißt bestimmen Sie

$$\operatorname{argmax}_C p(C)p(\underline{f}^i | C) = \operatorname{argmax}_C p(C)\mathcal{N}(\underline{f}^i, \hat{\mu}_C, \hat{\Sigma}_C).$$

Aufgabe 2 - Klassifikation von Zellen

Nutzen Sie den Bayes-Ansatz, um Zellen in den Bildern `CellDetectPreFreeze.jpg`, `CellDetectFreeze.jpg` und `CellDetectPostFreeze.jpg`, zu finden. Folgen Sie dazu den Anweisungen im Skript `CellDetect.m`. Es werden die folgenden Schritte umgesetzt:

- Definition eines geeigneten Merkmals zur Klassifikation
- Schätzung der Verteilung des Merkmals für positive (Zellen) und negative (keine Zellen) Beispiele
- Klassifikation einzelner Bildbereiche

Erläuterung zum verwendeten Merkmal zur Klassifikation:

Im gegebenen Bild zeichnen sich die Zellen durch einen hellen inneren Bereich und einen dunklen Rand aus. Zur Bestimmung des Klassifikationsmerkmals wird deshalb bei einer „Durchschnittszelle“ in einem Bild der Größe 101×101 Pixel die Zellwand und der Zellkern bestimmt. Zur Klassifikation wird anschließend die Differenz des mittleren Grauwerts in der Zellwand und im Zellkern als eindimensionales Merkmal benutzt.

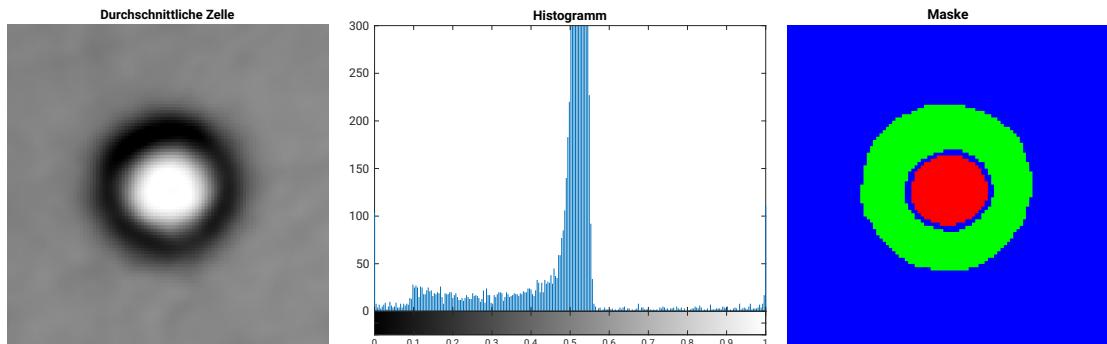


Abbildung 2: Beispielhaftes Vorgehen zur Bestimmung der „Durchschnittszelle“

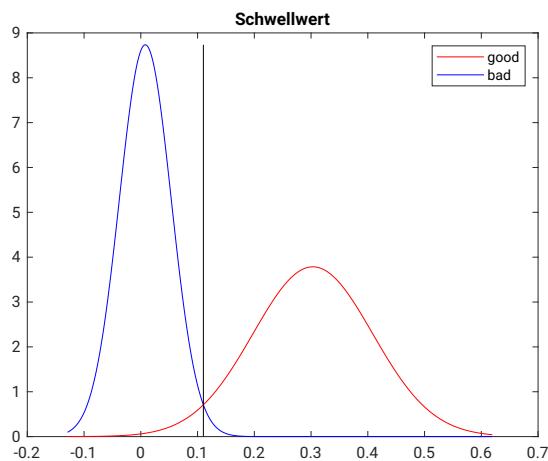


Abbildung 3: Bestimmung des Schwellwerts für die Klassifikation



Abbildung 4: Beispielhafte Ergebnisse der Zelldetektion

Kontrollfragen

- a) Was gibt die Kovarianzmatrix an?
- b) Was ist der Unterschied zwischen dem naiven Bayes-Klassifikator aus Aufgabe 1d) und dem Bayes-Klassifikator aus 1e)?
- c) Welche mutmaßlichen Fehlklassifikationen treten in Aufgabe 1 auf? Wie lassen sich diese erklären?
- d) Lassen sich mit dem definierten Merkmal auch Zellen nach und während dem Einfrieren detektieren? Welche Merkmale könnten noch zur Klassifikation herangezogen werden?
- e) Warum werden „Zellen“ am unteren Bildrand gefunden?