

Летняя олимпиада 2021
для учащихся 11 класса №1

Задача 1. Кинематика поступательного движения.

Велосипедист движется по траектории, задаваемой в декартовых координатах уравнением $y = kx^2$ (k — постоянная), причем его ускорение параллельно оси y и равно a . Определить радиус кривизны ρ траектории велосипедиста как функцию времени.

Задача 2. Вавилонская башня.

Осесимметричная башня поддерживает однородную плиту весом M . Высота башни H , плотность её материала ρ . Форма башни подобрана таким образом, что напряжение в каждом сечении одинаково $\sigma = \text{const}$. Найти зависимость площадь сечения $S(x)$, если у вершины она равна S_0 . Найдите площадь сечения башни в ее основании.

Задача 3. Задуй свечу.

Оказывается, пузыри тоже могут задувать свечи. Это явление можно продемонстрировать на настоящем опыте. Вам необходимо надуть мыльный пузырь. В пузырь, который вы надули нужно вставить соломинку и направить соломинку к зажженной свечке. В итоге пламя свечи отклонится или просто погаснет. Предлагаем вам исследовать этот процесс.

В лаборатории выдули пузырь радиусом $R = 5$ см из мыла с коэффициентом поверхностного натяжения $\sigma = 0,04$ Н/м. Затем в пузырь вставляют тоненькую трубочку, которую устанавливают горизонтально. Известно, что свеча гаснет в тот момент, когда скорость воздуха, который попадает на свечу больше $v_0 = 3$ м/с. Плотность воздуха считайте постоянной и равной $\rho = 1,225$ кг/м³.

Определите сможет ли пузырь задуть такую свечку. Если не сможет, найдите условия, при которых пузырь сможет задуть свечу.



Задача 4. Марианская впадина.

В 2019 году американский исследователь Виктор Весково побил рекорд самого глубокого погружения, спустившись почти на 11 км на самую глубокую точку Тихого океана — Марианский желоб, более известный, как Марианская впадина. Глубина Марианской впадины 10994 м. Найдите точное значение деления на дно Марианской впадины с учетом сжимаемости воды. Сжимаемость воды равна $0,47 \cdot 10^{-9}$ Па⁻¹. Сжимаемость определяется формулой:

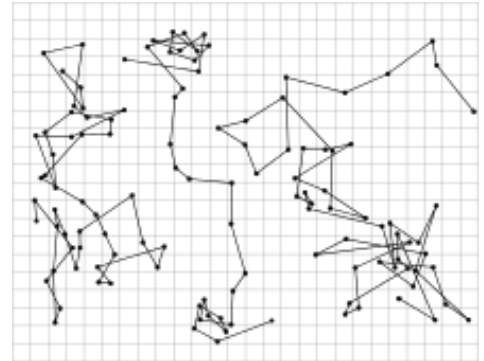
$$\kappa = -\frac{1}{V} \frac{dV}{dp}$$

Плотность воды у поверхности считать равной $1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Атмосферное давление считайте равным 1 атмосфере.

Задача 5. Броуновское движение.

Броуновское движение — беспорядочное движение микроскопических видимых взвешенных в жидкости или газе частиц твёрдого вещества, вызываемое тепловым движением частиц жидкости или газа. Казалось, этот процесс беспорядочный, а значит описать его просто невозможно, но это не так. В действительности этот процесс реально описать. Броуновское движение смог описать Альберт Эйнштейн.

Предлагаем вам поставить себя на место Альберта Эйнштейна и описать броуновское движение. Рассмотрим броуновскую частицу на поверхности воды. Вследствие теплового движения молекул воды броуновская частица испытывает соударение с этими частицами. Таким образом частица начинает двигаться. Предугадать траекторию невозможно, но можно определить среднее смещение от начального положения. Для определения смещения частицы необходимо знать вязкость жидкости. Будем считать, что при движении частицы в жидкости на нее действует сила, которая описывается формулой Стокса, равная:



$$F = 6\pi\eta Rv$$

R — радиус частицы. Считайте его известным.

v — скорость частицы.

η — коэффициент динамической вязкости. Считайте его известным.

Рассматривать модуль смещения нет смысла, так как эта величина непредсказуема, но квадрат смещения вполне реально описать положение частицы в пространстве. Считайте, что масса броуновской частицы m , температура жидкости T . Эйнштейн смог вывести выражение для зависимости среднего квадрата смещения от времени:

$$\langle R^2 \rangle = 6Dt$$

D — коэффициент диффузии.

Ваша задача состоит в том, чтобы определить этот коэффициент диффузии. Задача по определению этого коэффициента достаточно сложная, поэтому мы запишем основные шаги:

1. Спроецируйте второй закон Ньютона на ось Ox .
2. Найдите выражение для

$$\frac{d^2}{dt^2} \left\langle \frac{x^2}{2} \right\rangle$$

3. Найдите выражение для $\langle x^2 \rangle(t)$.
4. Найдите выражение для $\langle R^2 \rangle(t)$.
5. Найдите выражение для коэффициента диффузии.

Если вам удастся получить выражение для коэффициента диффузии, то вы можете считать себя такими же учеными, как и Альберт Эйнштейн.

При решении учитывайте, что $\frac{m}{6\pi\eta R} \sim 10^{-12} \text{ с}$

Задача 6. Необычный газ.

Имеется идеальный газ. Его молярная теплоемкость при некотором процессе изменяется по закону $C = \frac{\alpha}{T}$, где α — постоянный коэффициент. Найдите работу, совершенную одним молем газа при его нагревании от T_0 до температуры в η раз больше, а также уравнение процесса в параметрах $p(V)$. Коэффициент Пуассона γ .

Задача 7. Эффект Холла.

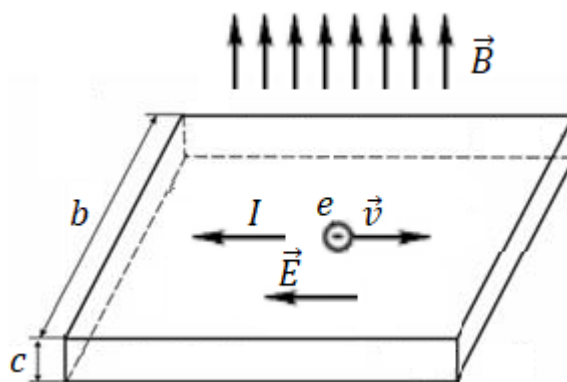
Одним из проявлений магнитной составляющей силы Лоренца в веществе служит эффект, обнаруженный в 1879 г. американским физиком Э. Г. Холлом (1855–1938). Эффект

состоит в возникновении на боковых гранях проводника с током, помещенного в поперечное магнитное поле, разности потенциалов.

Предлагаем вам изучить это явление. Пусть полупроводниковый брусок, показанный на рисунке, имеет три геометрические характеристики: b – ширина бруска, c – высота бруска и длина бруска, которая считается бесконечно большой. В данном случае носителями заряда будут электроны с зарядом e . Средняя концентрация электронов равна n . Пусть по бруска течет ток I . Этот ток обусловлен движением электронов. Известно, что напряженность электрического поля связана со скоростью с помощью подвижности электронов:

$$\mu = \frac{v}{E}$$

Считайте, что подвижность электронов известна и равна μ . Полупроводник поместили в область магнитного поля с индукцией B , идущую вдоль высоты c . В результате воздействия магнитного поля между другими концами появится разность потенциалов и напряженность электрического поля. Ваша задача определить между какими концами появится эта разность потенциалов, где будут сосредоточены положительные и отрицательные заряды для разности потенциалов Холла.



Определите напряженность общего поля с учетом эффекта Холла, под каким углом она направлена к первоначальной напряженности поля. Определите разность потенциалов Холла. Для решения задачи используйте рисунок.

Задача 7. Центрифугирование урана.

Изотопы урана ^{238}U и ^{235}U разделяют, помещая газообразный фторид урана в центрифугу. На оси центрифуги концентрация обоих газов поддерживается постоянной с помощью внешнего источника. Максимальная скорость на периферии центрифуги $v = 500$ м/с. Во сколько раз измениться отношение концентраций изотопов урана, если опыт проводить не при температуре $T_1 = 300$ К, а при $T_2 = 600$ К?