

# Convex Hull

Ian Pérez 201773549-K

José Quezada 201773528-7

{ian.perez, jose.quezada}@sansano.usm.cl

Universidad Técnica Federico Santa María

## I. INTRODUCCIÓN

En el análisis de problemas, surge el concepto de cota inferior, que indica el menor grado de complejidad que debe tener un algoritmo para resolverlo. Una forma de encontrar una para un problema dado es mediante la reducción de un segundo problema a este. Al resolverlo, se demuestra que la cota inferior del segundo corresponde también al primero.

En este caso se demuestra que el problema de Convex Hull cuenta con una cota inferior de  $\Omega(n \log n)$ , mediante la reducción del problema de ordenamiento al ya mencionado. Para esto se transforma una entrada del problema de ordenamiento a uno equivalente de Convex Hull, o sea, transformando un conjunto de números desordenados a puntos coordenados.

## II. DESARROLLO

Para el problema de Convex Hull se define un conjunto de puntos distribuidos en un plano. La resolución consiste en encontrar los elementos de este conjunto que encierran, en la menor área posible, todos los puntos, de manera que formen una figura convexa.

Para reducir el problema se necesita encontrar una relación que convierta la entrada del problema de ordenamiento a la entrada de Convex Hull, lo cual se puede resolver transformando cada número  $X_i$  en una tupla  $(X_i, X_i^2)$ , de forma que se transforma de un número a una coordenada que puede serle entregada a Convex Hull.

Una vez que se tiene un set de todos los puntos, se resuelve el problema de Convex Hull utilizando éstos como entrada, y luego recorriéndolos buscando el que se encuentra más a la izquierda (el punto con la coordenada X más bajo) y se aplica el algoritmo de resolución de Convex Hull.

Dado que los puntos entregados forman una parábola, la cual es una figura convexa, el algoritmo entregará como resultado el recorrido de puntos, coincidiendo con la gráfica de una parábola, la cual resulta estar ordenada en sus coordenadas del eje X, de tal forma que tomando los valores  $X_i$ , se tiene la entrada de números inicial de forma ordenada, resolviendo así el problema de ordenamiento utilizando Convex Hull.

*Ejemplo 1:* En la Figura 1 se aprecia un ejemplo simple de una solución al problema de Convex Hull utilizando la reducción explicada.

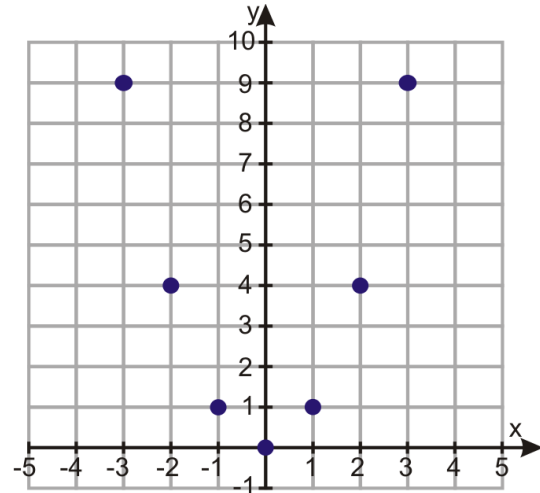


Figura 1. Puntos pertenecientes a función cuadrática, figura convexa

En el gráfico se encuentran las coordenadas  $(-3,9)$ ,  $(-2,4)$ ,  $(-1,1)$ ,  $(0,0)$ ,  $(1,1)$ ,  $(2,4)$  y  $(3,9)$ , las que forman una única forma convexa, de tal manera que los puntos en X están ordenados, puesto que son parte de uno de los ejes coordenados.

Se tienen  $-3$ ,  $-2$ ,  $-1$ ,  $0$ ,  $1$ ,  $2$  y  $3$  como los valores originales del arreglo, siendo esta, a la vez, la sucesión ordenada de ellos.