

Отчет по исследованию случайных графов

18 мая 2025 г.

Цель исследования

Целью исследования является построение случайных графов на основе выборок из распределений $Normal(0, 1)$ и $SkewNormal(1)$, а также анализ их числовых характеристик:

- максимальной степени вершины $\delta_{max}(G)$;
- размера максимального независимого множества $\alpha(G)$.

Также был проведен анализ зависимости характеристик графа от параметров построения (k для kNN-графов, d для дистанционных графов) и размера выборки n .

Описание реализации

Функции построения графов

- `build_knn_graph(data, k)` — строит KNN -граф на основе выборки. Каждая вершина соединяется с k ближайшими соседями.
- `build_distance_graph(data, d)` — строит дистанционный граф. Ребро добавляется, если $|x_i - x_j| \leq d$.

Числовые характеристики графа

- $\delta_{max}(G)$ — максимальная степень вершины.
- $\alpha(G)$ — размер максимального независимого множества.

Эксперименты

Были проведены два типа экспериментов:

1. Зависимость характеристик графа от распределений H_0 и H_1 при фиксированных параметрах построения графа ($k = 3$, $d = 0.5$) и размере выборки ($n = 100$).

2. Зависимость характеристик графа от параметров построения (k, d) и размера выборки n , при фиксированных распределениях $H_0 \sim Normal(0, 1)$ и $H_1 \sim SkewNormal(1)$.

Результаты

1. Зависимость от распределений

Результаты экспериментов показали:

- Для kNN-графов максимальная степень вершины $\delta_{max}(G)$ слабо зависит от распределения H_0 или H_1 . Размер независимого множества $\alpha(G)$ изменяется незначительно.
- Для дистанционных графов характеристики $\delta_{max}(G)$ и $\alpha(G)$ показывают сильную зависимость от распределений. При переходе от H_0 к H_1 максимальная степень увеличивается, а размер независимого множества уменьшается.

2. Зависимость от параметров графа и размера выборки

- В kNN-графах увеличение параметра k приводит к увеличению $\delta_{max}(G)$ и уменьшению $\alpha(G)$.
- В дистанционных графах аналогичная зависимость наблюдается при увеличении порога d .
- Увеличение размера выборки n в обоих типах графов приводит к росту $\delta_{max}(G)$ и уменьшению $\alpha(G)$.