

## Brückenkurs Mathematik

### Lösungen zum Übungsblatt 1

**Aufgabe 1.** *Multiplizieren Sie folgende Ausdrücke aus und fassen Sie sie dann zusammen:*

$$(a) \ a(b + c(a - b)) - b(a + c(1 + a)) - c(b - a(c - b)) = ac^2 + ca^2 - 3abc - 2bc$$

$$(b) \ (a + b + c)(a - b - c) + (a + b - c)(a - b + c) = 2a^2 - 2b^2 - 2c^2$$

**Aufgabe 2.** *Fassen Sie folgende Ausdrücke geschickt zusammen:*

$$(a) \ (4x - 2y)^2 + 16y(x - 5y) = 4(4x^2 - 19y^2)$$

$$(b) \ 3(\ln x + x^2) + x(\ln x + 9) = (\ln x + 3x)(3 + x)$$

$$(c) \ (3 \cos x + y)(3 \cos x - y) + (y + z)(y - z) = 9 \cos^2 x - z^2$$

**Aufgabe 3.** *Faktorisieren Sie mit Hilfe der binomischen Formeln oder des Satzes von Vieta:*

$$(a) \ x^2 - 169 = (x + 13)(x - 13)$$

$$(b) \ x^2 + 9x - 22 = (x + 11)(x - 2)$$

$$(c) \ 16x^2y^2 + 24xy^2z + 9y^2z^2 = y^2(4x + 3z)^2$$

$$(d) \ 5y \sin^2 x + 20y \sin x + 20y = 5y(\sin x + 2)^2$$

**Aufgabe 4.** *Kürzen Sie die Brüche:*

$$(a) \frac{4(x^2-16)(x-5)}{12(x-4)(x^2-10x+25)} = \frac{(x+4)}{3(x-5)}$$

$$(b) \frac{3a^2b^2}{9b^2} = \frac{a^2}{3}$$

$$(c) \frac{(\sin x)^2 + 17 \sin x}{(\sin x)^2} = 1 + \frac{17}{\sin x}$$

$$(d) \frac{4(\ln x + 3) - (2 - \ln x)}{4 + (\ln x)^2 + 4 \ln x} = \frac{5}{\ln x + 2}$$

**Aufgabe 5.** Addieren oder subtrahieren Sie folgende Brüche und kürzen Sie das Ergebnis:

$$(a) \frac{3}{5} + \frac{2}{9} = \frac{37}{45}$$

$$(c) \frac{x+1}{x-2} - \frac{3}{x+2} = \frac{x^2+8}{x^2-4}$$

$$(b) \frac{b}{a} + \frac{a}{b} = \frac{a^2+b^2}{ab}$$

$$(d) \frac{3 \cos x + (\sin x)^2}{\sin x \cos x} - \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{3}{\sin x}$$

**Aufgabe 6.** Multiplizieren oder dividieren Sie folgende Quotienten und kürzen Sie das Ergebnis:

$$(a) \frac{(a+b) \cdot a}{b} \cdot \frac{(a+b)}{a^2+ab} = \frac{a+b}{b}$$

$$(c) \frac{2x+8}{9} \div \frac{9}{x-4} = \frac{2x^2-32}{81}$$

$$(b) \frac{64}{15} \cdot \frac{105}{96} = 4\frac{2}{3}$$

$$(d) \frac{x(x-2)}{6(x+2)} \div \frac{(x^2-4)}{4} = \frac{2x}{3(x+2)^2}$$

**Aufgabe 7.** Vereinfachen Sie folgende Quotienten:

$$(a) \frac{\frac{a}{b}}{\frac{a}{b}} = b$$

$$(c) \frac{\frac{x+1}{x+3}}{\frac{x+1}{x-3} - \frac{x+1}{x+3}} = \frac{x-3}{6}$$

$$(b) \frac{\frac{4 \ln x}{2a}}{(\ln x)^2} = \frac{2(\ln x)^3}{a^2}$$

**Aufgabe 8.** Vereinfachen und kürzen Sie die Brüche:

$$(a) \frac{5(x+6)^8(x-7)^{11}}{5(x+6)^3(x-7)^{13}} = \frac{(x+6)^5}{(x-7)^2}$$

$$(b) \left( \frac{a^2b^3c^4}{3(bc)^3} \right)^2 = \frac{a^4c^2}{9}$$