

Brückenkurs Mathematik

Lösungen des Anfänger-Übungsblatts zur Differential- und Integralrechnung

Differenzieren Sie $f(x)$:

Aufgabe 1.

$$(a) f(x) = x^2 \Rightarrow f'(x) = 2x$$

$$(b) f(x) = 3x^2 \Rightarrow f'(x) = 6x$$

$$(c) f(x) = 2x^4 \Rightarrow f'(x) = 8x^3$$

$$(d) f(x) = x^2 + 2x^4 \Rightarrow f'(x) = 2x + 8x^3 \text{ (Summenregel)}$$

Aufgabe 2.

$$(a) f(x) = \ln x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x}$$

$$(b) f(x) = 5 \ln x \Rightarrow f'(x) = \frac{5}{x}$$

$$(c) f(x) = e^x \Rightarrow f'(x) = e^x$$

$$(d) f(x) = e^{2x} \Rightarrow f'(x) = 2e^{2x} \text{ (Kettenregel)}$$

Aufgabe 3.

$$(a) f(x) = \sin x \Rightarrow f'(x) = \cos x$$

$$(b) f(x) = \cos x \Rightarrow f'(x) = -\sin x$$

$$(c) f(x) = \sin x \cdot \cos x \Rightarrow f'(x) = \cos^2 x - \sin^2 x \text{ (Produktregel)}$$

$$(d) f(x) = \tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \Rightarrow f'(x) = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x} \text{ (Quotientenregel, Pythagoras)}$$

Integrieren Sie $f(x)$:

Aufgabe 4.

$$(a) f(x) = x^3 \Rightarrow F(x) = \frac{1}{4}x^4 + C$$

$$(b) f(x) = 2x^5 \Rightarrow F(x) = \frac{1}{3}x^6 + C$$

$$(c) f(x) = x^3 + 2x^5 \Rightarrow F(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^6 + C$$

Aufgabe 5.

$$(a) f(x) = \sin x \Rightarrow F(x) = -\cos x + C$$

$$(b) f(x) = \cos x \Rightarrow F(x) = \sin x + C$$

$$(c) f(x) = \sin^2 x - \cos^2 x \Rightarrow F(x) = -\sin x \cdot \cos x \\ \text{(Vgl. Aufgabe 3d)}$$

Aufgabe 6.

$$(a) f(x) = \frac{4}{x} \Rightarrow F(x) = 4 \ln x + C$$

$$(b) f(x) = e^{2x} \Rightarrow F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} + C$$