HOCHSCHULE HANNOVER
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES AND ARTS

Dipl.-Math. Xenia Bogomolec

Brückenkurs Mathematik zum Sommersemester 2015

Übungsblatt 5 (Differentialrechnung, Vektoren)

Aufgabe 1. *Differenzieren Sie $f(x)$ nach der Summenregel:*

(a) $f(x) = \frac{3}{4}x^6 + \frac{1}{2}x^3 - 5x + 8$

(b) $f(x) = ax^4 - 2bx^3 + cx^2 - 4dx$

(c) $f(x) = a\sin x + b\cos x + cx$

(d) $f(x) = 2\sqrt{x^5} - 5\sqrt[4]{x}$

(e) $f(x) = x^{-3} - x^{-7}$

(f) $f(x) = e^x + e^{3x} - \ln x$

Aufgabe 2. *Differenzieren Sie $f(x)$ nach der Produktregel:*

(a) $f(x) = \sin x \cdot \cos x$

(b) $f(x) = x^3 \cdot \ln x$

(c) $f(x) = (4x^3 - 2x + 1) \cdot (x^2 - 2x + 5)$

(d) $f(x) = e^{2x} \cdot \sin x$

Aufgabe 3. *Differenzieren Sie $f(x)$ nach der Quotientenregel:*

(a) $f(x) = \frac{x}{x+1}$

(b) $f(x) = \frac{\ln x}{x^4}$

(c) $f(x) = \frac{\cos x}{e^{2x}}$

Aufgabe 4. *Differenzieren Sie $f(x)$ nach der Kettenregel:*

(a) $f(x) = 3(5x^2 + 2x + 3)^4$

(b) $f(x) = \sin(3x + 12)$

(c) $f(x) = \ln e^{2x} + x^2$

(d) $f(x) = e^{\cos x}$

Aufgabe 5. *(Zusatzaufgabe) Differenzieren Sie geschickt:*

(a) $f(x) = e^{\ln(\sin x)}$

(b) $f(x) = \cos^2(2x + 3)$

(c) $f(x) = \ln \frac{1}{x^2} + \ln \frac{x+4}{x}$

(d) $f(x) = \ln(\tan x)$

Aufgabe 6. *Gegeben seien die Vektoren* $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ 17 \end{pmatrix}$ *und* $\vec{d} = \begin{pmatrix} 8 \\ -4 \end{pmatrix}$.

(a) *Berechnen und zeichnen Sie*

(i) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$

(ii) $\vec{b} - \vec{d} + \vec{a}$

(iii) $\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{5}\vec{b} - 3\vec{d}$

(b) *Berechnen Sie jeweils den Winkel φ zwischen den Vektoren*

(i) $\vec{a}$ *und* $\vec{b}$

(ii) $\vec{a}$ *und* $\vec{d}$

(c) *Wählen Sie zwei Vektoren in $\mathbb{R}^2$ mit dem Zwischenwinkel $\varphi = 45°$. Was ist der Wert von $\cos\varphi$? Zeigen sie mit der Formel aus dem Brückenkurs, warum sich der Wert nicht verändert, wenn man die Vektoren mit unterschiedlichen Faktoren streckt.*

Aufgabe 7. *Berechnen Sie $\vec{u} \times \vec{v}$ für* $\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$ *und* $\vec{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}$.

Aufgabe 8. *Berechnen Sie jeweils die Seitenlängen und den Flächeninhalt des Dreiecks mit den Eckpunkten A,B und C:*

(a) $A = (1, 0), B = (3, 5), C = (5, 0)$

(b) $A = (3,5), B = (-4,1), C = (5,6)$

Aufgabe 9. *Berechnen Sie die Fläche des durch $\vec{u}$ und $\vec{v}$ aufgespannten Dreiecks und das Volumen des durch $\vec{u}, \vec{v}$ und $\vec{w}$ aufgespannten Spates für* $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ *und* $\vec{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.