

Brückenkurs Mathematik

Lösungen zum Übungsblatt 2

Aufgabe 1. Vereinfachen Sie folgende Potenzen ohne Taschenrechner:

$$(a) \ 3000^4 = 81 \cdot 10^{12}$$

$$(c) \ 5(ac)^6 \cdot 12c^3 \cdot a^3 = 60a^9b^6c^3$$

$$(b) \ (-2x)^3(-0,5y)^3 = x^3y^3$$

$$(d) \ \left(\frac{1}{5}\right)^4 \cdot 5^{-3} \cdot (-5)^6 = \frac{1}{5}$$

Aufgabe 2. Fassen Sie folgende Summen geschickt zusammen:

$$(a) \ 4a^3 + 6a - 2a^2 + 2a^3 + 8a^2 = 6a(a^2 + a + 1)$$

$$(b) \ \left(\frac{1}{x}\right)^{-8} + (x^2)^4 + 3x^8 = 5x^8$$

$$(d) \ (-3)^3 + 4(-6)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} = 144$$

Aufgabe 3. Vereinfachen Sie die Quotienten:

$$(a) \ \left(\frac{a^8}{a^{-9}}\right)^{-1} = \frac{1}{a^{17}}$$

$$(c) \ \frac{c^7 x \ln^3 x}{3(c \ln x)^8} = \frac{1}{3c(\ln x)^5}$$

$$(b) \ \frac{15x^9y^{11}}{3x^4y^5} = 5x^5y^6$$

Aufgabe 4. Vereinfachen Sie die Wurzeln:

$$(a) \ \sqrt{x^{12}} = x^6$$

$$(d) \ \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[7]{a^2} = \sqrt[21]{a^{13}}$$

$$(b) \ \sqrt[3]{x^9(x+2)^4} = x^3(x+2)^{\frac{4}{3}}$$

$$(e) \ \frac{(x+1)^4 \cdot \sqrt{(x^2+4)x^3}}{\sqrt{(x+1)^3 \cdot x^2 \cdot (x^2+4)^2}} = \frac{\sqrt{(x+1)^5}}{\sqrt{(x^2+4)^3 \cdot \sqrt{x}}}$$

$$(c) \ \sqrt[4]{\sqrt{x^3}} = x^{\frac{3}{8}}$$

Aufgabe 5. Kürzen Sie die folgenden Brüche:

$$(a) \frac{a^6 c^2 + a^{13} c^5}{a^6 c^2} = 1 + a^7 c^3 \qquad (c) \frac{x^{m-4}}{x^{m+2} - x^2} = \frac{x^{m-6}}{x^m - 1}$$
$$(b) \frac{z^{n-5} - z^{n+3}}{z^n} = z^{-5} - z^3$$

Aufgabe 6. Berechnen Sie x (bei b) und c) ist ein Taschenrechner erlaubt):

$$(a) x = \lg 1000 \Leftrightarrow x = 3$$
$$(b) x = \log_7 33 \Leftrightarrow x = \frac{\lg 33}{\lg 7} \Leftrightarrow x \approx 1,7568$$
$$(c) 2^x = 14 \Leftrightarrow x = \frac{\lg 14}{\lg 2} \Leftrightarrow x \approx 3,8074$$
$$(d) 2^{x+1} = 16 \Leftrightarrow x = 3$$
$$(e) e^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$$
$$(f) 3^x = 27^2 \Leftrightarrow x = 6$$
$$(g) 5^x = \frac{1}{\sqrt[3]{5}} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{3}$$

Aufgabe 7. Berechnen Sie die Terme:

$$(a) \lg (100)^5 = 5 \lg (10^2) = 5 \cdot 2 \lg (10) = 10$$
$$(b) 2 \log_{12} 3 + 4 \log_{12} 2 = \log_{12} (3^2 \cdot 2^4) = \log_{12} (3 \cdot 2^2)^2 = \log_{12} (12)^2 = 2$$

Aufgabe 8. Setzen Sie $<$, $>$ oder $=$ ein, damit folgende Aussagen wahr sind:

$$(a) \text{ Wenn } p < q \text{ und } a = 1, \text{ dann gilt } a^p = a^q.$$
$$(b) \text{ Wenn } p > q \text{ und } c = 0, \text{ dann gilt } c^p = c^q.$$
$$(c) \text{ Wenn } p < q \text{ und } x > 1, \text{ dann gilt } x^p < x^q.$$
$$(c) \text{ Wenn } p > q \text{ und } 0 < c < 1, \text{ dann gilt } c^p < c^q.$$