

Brückenkurs Mathematik

Übungsblatt 3 (Vektoren)

Aufgabe 1. Berechnen Sie die Längen der Vektoren

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ -12 \end{pmatrix}, \vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix} \text{ und } \vec{w} = \begin{pmatrix} 11 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 2. Gegeben seien die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$,

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ 17 \end{pmatrix} \text{ und } \vec{d} = \begin{pmatrix} 8 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

(a) Berechnen und zeichnen Sie

(i) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$

(ii) $\vec{b} - \vec{d} + \vec{a}$

(iii) $\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{5}\vec{b} - 3\vec{d}$

(b) Berechnen Sie jeweils den Winkel φ zwischen den Vektoren

(i) \vec{a} und \vec{b}

(ii) \vec{a} und \vec{d}

(c) Wählen Sie zwei Vektoren in \mathbb{R}^2 mit dem Zwischenwinkel $\varphi = 45^\circ$. Was ist der Wert von $\cos \varphi$? Zeigen sie mit der Formel aus dem Brückenkurs, warum sich der Wert nicht verändert, wenn man die Vektoren mit unterschiedlichen Faktoren streckt.

Aufgabe 3. Berechnen Sie $\vec{u} \times \vec{v}$ für $\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$ und $\vec{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}$.

Aufgabe 4. Berechnen Sie jeweils die Seitenlängen und den Flächeninhalt des Dreiecks mit den Eckpunkten A, B und C :

(a) $A = (1, 0), B = (3, 5), C = (5, 0)$

(b) $A = (3, 5), B = (-4, 1), C = (5, 6)$

Aufgabe 5. Berechnen Sie die Fläche des durch \vec{u} und \vec{v} aufgespannten Dreiecks für $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\vec{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$.