

Brückenkurs Mathematik

Übungsblatt 5 (Gleichungen und Ungleichungen)

Aufgabe 1. *Bestimmen Sie die Lösungsmengen folgender Gleichungen:*

(a) $x^2 + 5x - 14 = 0$

(e) $v(v^{x-3})^{x+2} = v^4(v^{3x+1})^{x-3}$

(b) $\sqrt{81x^2 + 36x + 4} = 11$

(f) $6 + 2 \lg x = 2$

(c) $3^x = 243$

(d) $a^{x+15} = a^8$

(g) $\lg \sqrt[3]{4x} = \frac{1}{2}$

Aufgabe 2. *Suchen Sie nach Nullstellen folgender Polynomfunktionen, indem Sie sie (wenn möglich) in Linearfaktoren zerlegen:*

Frage: Ist das für jedes Polynom möglich?

Hinweis: Nullstellen müssen Faktoren des konstanten Gliedes sein.

(a) $f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

(b) $f(x) = 2x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 2x$

Aufgabe 3. *Lösen Sie die folgenden Gleichungen und prüfen Sie, für welche x sie definiert sind:*

(a) $\frac{4}{x^2-4} + \frac{1}{x-2} = \frac{2x-4}{2(x+2)}$

(b) $\sqrt{\frac{4}{9}x^2 + \frac{4}{3}x + 1} + 2x = 7$

Aufgabe 4. Lösen Sie die Gleichungen mit dem Substitutionsverfahren und prüfen Sie die Lösungen:

(a) $x^6 - 16x^3 = -64$

(b) $e^x + e^{-x} = 2$

(c) $(\ln x)^2 - 9 \ln x = -20$

Aufgabe 5. Bestimmen Sie jeweils den Definitionsbereich von $f(x)$, die Umkehrfunktion $f^{-1}(x)$ und den Definitionsbereich von $f^{-1}(x)$:

(a) $f(x) = 6x + 3$

(b) $f(x) = \frac{1}{25}x^2$

(c) $f(x) = \frac{x-1}{x+4}$

Aufgabe 6. Bestimmen Sie die Lösungsmengen der Ungleichungen und der Gleichung:

(a) $x + 2 < 5x - 8$

(b) $(x - 3)^2 < 4$

(c) $x^2 + 3 \leq 2$

(d) $|\frac{x}{5} - 2| \leq 3$

(e) $|x^2 - 2x| = 1$