

Politecnico di Milano
Facoltà di Ingegneria dei Sistemi
I APPELLO DI STATISTICA APPLICATA
12 Febbraio 2008

©I diritti d'autore sono riservati. Ogni sfruttamento commerciale non autorizzato sarà perseguito.

Nome e cognome:
Numero di matricola:

Problema 1

In un centro di ricerca medica vengono misurate le concentrazioni di Interferone γ -6 e di Interferone γ -7 nel sangue di alcune pazienti che risultano essere state infettate da Human Papilloma Virus (file `PV.txt`). Nell'esperimento sono state inserite pazienti caratterizzate da diversi profili medici in termini di Relapse ed HPV-Clearance:

Relapse: infezione estinta (A) o infezione ancora in corso (B);

HPV-Clearance: virus estinto (+) o virus ancora presente (−).

Tramite una MANOVA si vuole scoprire se i fattori Relapse e Clearance hanno un effetto sulle distribuzioni dell'Interferone γ -6 e dell'Interferone γ -7.

- a) Si introduca un opportuno modello statistico che giustifichi l'utilizzo della MANOVA come strumento per l'analisi di questi dati.
- b) Si esegua un test per verificare l'interazione tra i fattori.
- c) Si identifichino il fattore o i fattori che generano effetti statisticamente significativi.
- d) Si costruiscano degli intervalli di Bonferroni di confidenza globale 90% che chiariscano le conclusioni dedotte al punto (c).

Problema 2

La PoliTermos produce termostati per il mercato italiano. Nell'ultimo mese sono stati immessi accidentalmente sul mercato alcuni termostati difettosi; si stima che questi siano circa il 10% del venduto. Test di laboratorio dimostrano che, messi in un ambiente a temperatura di $1^{\circ}C$, i termostati non difettosi rilevano una temperatura distribuita secondo una legge normale di media 1 e varianza $1/2$ mentre i termostati difettosi secondo una legge esponenziale di media 1 e varianza 1. Tutti termostati venduti nell'ultimo mese sono stati richiamati per un'eventuale sostituzione e sottoposti al precedente test.

Tenendo conto che la sostituzione di un termostato in realtà non difettoso produce un danno all'azienda di 1 €, e che la mancata sostituzione di un termostato difettoso crea un danno d'immagine stimato in 9 €:

- a) Formulate un criterio per la sostituzione, basato sulla temperatura misurata durante il test, che minimizzi il danno atteso dell'azienda.

Due termostati di vostra proprietà sono stati richiamati per il controllo. Il primo durante l'esperimento ha rivelato una temperatura pari a $-1^{\circ}C$, il secondo pari a $3^{\circ}C$:

- b) Il primo termostato sarà sostituito? Con che probabilità sarà difettoso?
- c) Il secondo termostato sarà sostituito? Con che probabilità sarà difettoso?

Problema 3

Easyjet e Ryanair volano quotidianamente da Milano a Londra. Sulla base dei dati raccolti nel 2007, Ryanair vi incarica di confrontare, per i 7 giorni della settimana, i prezzi dei propri biglietti aerei con quelli di Easyjet. Nei file `Easyjet.txt` e `Ryanair.txt` sono riportati, settimana per settimana, i 7 prezzi giornalieri. Per entrambe le compagnie aeree, si assume che per ogni settimana la distribuzione congiunta del vettore dei sette prezzi giornalieri sia normale. Inoltre, per la stessa compagnia, si assumono indipendenti ed identicamente distribuite le osservazioni relative a settimane differenti. NON si assumono invece indipendenti le osservazioni, delle due compagnie, relative alla stessa settimana.

- a) Ammettendo un errore del primo tipo al più del 10%, vi è evidenza del fatto che almeno in un giorno della settimana il prezzo medio delle due compagnie sia diverso?
- b) Si costruiscano degli intervalli di Bonferroni di confidenza globale 90% per la differenza delle medie dei prezzi delle due compagnie al sabato ed alla domenica.
- c) Ryanair vi chiede di provare che almeno in un giorno della settimana i suoi prezzi sono in media inferiori a quelli di Easyjet. Ricorrendo alla disuguaglianza di Bonferroni ed ammettendo al più un errore del primo tipo del 10%, vi è evidenza statistica di quanto affermato da Ryanair?
- d) Si verifichino le assunzioni necessarie allo svolgimento dei punti precedenti.

Problema 4

Il fisico Van Glass ha eseguito una serie di esperimenti (file **Spectrum.txt**) per trovare una legge che, in un intorno destro dello spettro visibile, descriva il legame tra l'indice di rifrazione n [adimensionale] di due diverse tipologie di vetri (BK7 e FK51A) e la lunghezza d'onda λ [μm] della radiazione incidente. La relazione empirica ipotizzata per ciascuna tipologia di vetro è della seguente forma:

$$n(\lambda) = A_{const} + A_{lin}\lambda + A_{exp}e^{-8(\lambda-0.4)}$$

- a) Si introduca un modello statistico atto a descrivere i dati raccolti.
- b) Sulla base del precedente modello statistico, ha senso utilizzare la medesima curva empirica per BK7 e FK51A?
- c) Si individui un opportuno modello ridotto per descrivere i dati.
- d) Sulla base del modello ridotto individuato al punto (c), si costruiscano due intervalli di confidenza globale 90% per la media e la varianza dell'indice di rifrazione di BK7 in corrispondenza di $\lambda = 0.4$.