

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

А. И. МИТЮХИН

АЛГОРИТМ БЫСТРОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

Лабораторная работа

МИНСК 2021

1. Цель работы

Изучение алгоритма, позволяющего эффективно вычислять дискретное преобразование Фурье (ДПФ). При этом сокращается количество выполняемых операций, а также объем памяти, необходимый для вычисления ДПФ. В результате многие прикладные задачи спектрального анализа, обработки сигналов за счет уменьшения вычислительной сложности решаются в реальном времени.

2. АЛГОРИТМ БЫСТРОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ

Быстрый алгоритм Фурье позволяет эффективно вычислять дискретное преобразование Фурье. При этом сокращается количество выполняемых операций, а также объем памяти необходимый для вычисления ДПФ. В результате многие прикладные задачи спектрального анализа и обработки сигналов в частотной области решаются в реальном времени.

2.1. Вычислительная сложность дискретного преобразования Фурье

Ранее по формулам (см. курс лекций) было определено, соответственно, прямое и обратное ДПФ:

$$\begin{aligned} X(k) &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W^{kn}, k = 0, 1, \dots, N-1, \\ x(n) &= \sum_{k=0}^{N-1} X(k) W^{-kn}, n = 0, 1, \dots, N-1, \end{aligned}$$

где $x(n) = (x(0), x(1), \dots, x(N-1))$ это отсчеты сигнала, а последовательность $X(k) = (X(0), X(1), \dots, X(N-1))$ это отсчеты дискретного спектра. Можно записать ДПФ в матричной форме:

$$\begin{aligned} X &= Vx, \\ x &= N^{-1}V^*X, \end{aligned}$$

где $x = [x(0), x(1), \dots, x(N-1)]^T$, $X = [X(0), X(1), \dots, X(N-1)]^T$ – векторы столбцы отсчетов сигнала и спектральных коэффициентов.

Если $x(n)$ комплекснозначная последовательность, то для вычисления одного отсчета ДПФ потребуется $C_{MK} = N$ умножений комплексных чисел и $C_{AK} = N-1$ сложений комплексных чисел.

Пример 2.1. Вычислить преобразование Фурье длиной $N = 4$.

Решение. Ядро прямого преобразования имеет вид

$$V = \begin{bmatrix} W^0 & W^0 & W^0 & W^0 \\ W^0 & W^1 & W^2 & W^3 \\ W^0 & W^2 & W^0 & W^2 \\ W^0 & W^3 & W^2 & W^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -j & -1 & j \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & j & -1 & -j \end{bmatrix}.$$

В общем виде прямое ДПФ вычисляется из выражения

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -j & -1 & j \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & j & -1 & -j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(0) \\ x(1) \\ x(2) \\ x(3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x(0) + x(1) + x(2) + x(3) \\ x(0) - jx(1) - x(2) + jx(3) \\ x(0) - x(1) + x(2) - x(3) \\ x(0) + jx(1) - x(2) - jx(3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X(0) \\ X(1) \\ X(2) \\ X(3) \end{bmatrix}.$$

Оценим вычислительную сложность ДПФ для комплекснозначной последовательности.

Число действительных сложений.

Пусть $a + jb$ и $c + jd$ комплексные числа, где $j = \sqrt{-1}$. Сумма этих чисел равна

$$(a + c) + j(b + d).$$

На каждое сложение двух комплексных чисел затрачивается 2 сложения действительных чисел. Так как при вычислении одного коэффициента ДПФ нужно выполнить $N - 1$ комплексных сложений, то всего затрачивается

$$C_+^1 = 2(N - 1)$$

сложения действительных чисел.

Для полного вычисления N коэффициентов ДПФ необходимо выполнить

$$C_+^N = 2(N - 1)N = 2N^2 - 2N.$$

сложения действительных чисел.

Число действительных умножений.

Умножение комплексных чисел равно

$$(a + jb)(c + jd) = ac + jad + jbc - bd = (ac - bd) + j(ad + bc).$$

Как видно, на каждое комплексное умножение затрачивается 2 сложения действительных чисел и 4 умножения действительных чисел. Тогда при вычислении одного коэффициента ДПФ по операции умножения нужно выполнить $2N$ сложения действительных чисел. Для полного вычисления N коэффициентов ДПФ по операции умножения необходимо выполнить

$$C_{+M}^N = 2N^2$$

сложений действительных чисел.

Таким образом, вычислительная сложность ДПФ по действительным операциям сложения равна

$$C_{\Sigma+}^N = C_+^N + C_{+M}^N = (2N^2 - 2N) + 2N^2 = 4N^2 - 2N.$$

При прямом вычислении одного коэффициента ДПФ по операции умножения нужно выполнить $4N$ умножений действительных чисел. Для полного вычисления N коэффициентов ДПФ по операции умножения необходимо выполнить

$$C_{\times}^N = 4N^2$$

умножений действительных чисел.

При оценке качества вычислительного алгоритма оперируют понятием асимптотической сложности, т.е. величиной, которая получается при неограниченном увеличении размера входа N . Асимптотическая сложность определяет размер задач, которые можно решить алгоритмом. Асимптотическая сложность оценивается порядком роста функции без учета мультипликативных констант. Например, если N входных переменных обрабатывается за время cN^2 , где c – некоторая постоянная, то временная сложность алгоритма это $O(N^2)$, говорят порядка N^2 .

Существуют другие алгоритмы вычисления ДПФ, которые снижают вычислительную сложность до $N \log_2 N$ и даже до N . Такие алгоритмы называются быстрыми.

Впервые метод быстрого преобразования Фурье – БПФ (FFT – Fast Fourier Transform) был предложен в 1965 году Кули (Coolet) и Таки (Tukey). Однако метод БПФ неоднократно открывался до этого. Ряд исследователей приписывают изобретение алгоритма БПФ Рунге (Runge) (1903) и Кенигу (König) в 1924 году. Есть утверждения о том, что быстрый алгоритм типа БПФ открыл еще Гаусс (Gauss) еще 1805 году. Важность БПФ осозналась с появлением компьютеров. Начался поиск других эффективных алгоритмов.

2.2. Быстрое преобразование Фурье по основанию два

Метод БПФ основан на том, что вычисление ДПФ N -точечной последовательности сводится к вычислению ДПФ последовательности длиной меньшей чем N .

Пусть $N = 2^v, v \in \mathbb{Z}^+$. При вычислении ДПФ методом БПФ по основанию два N -точечная последовательность разделяется на две части, в каждой из которой $\frac{N}{2}$ отсчетов. Общее ДПФ всей N -точечной последовательности отсчетов вычисляется через ДПФ одной и другой ее частей. Каждая из выделенных $\frac{N}{2}$ -точечных последовательностей в свою очередь может быть разделена на две части, в которых будет уже по $\frac{N}{4}$

отсчетов. Применяя еще раз специальные формулы можно выразить ДПФ одной $\frac{N}{2}$ -точечной последовательности через соответствующие пары $\frac{N}{4}$ -точечных последовательностей. Далее действуя подобным образом, получаем ДПФ всей исходной N -точечной последовательности как функцию ДПФ только двухточечных последовательностей.

2.2.1. Разделение последовательности на части. Прореживание по времени

Пусть задана последовательность отсчетов $x(n) = (x(0), x(1), \dots, x(7))$, рисунок 2.1.

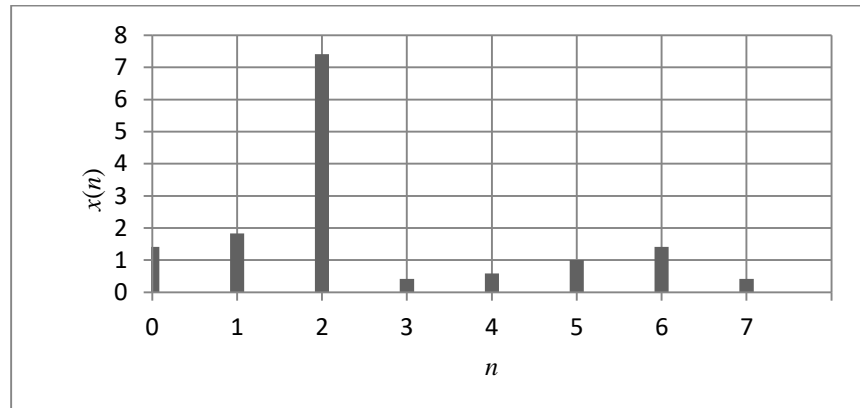


Рисунок 2.1.

Разделим N -точечную последовательность на две части: последовательность $x_1(n) = (x(0), x(2), x(4), x(6))$ с четными номерами и последовательность $x_2(n) = (x(1), x(3), x(5), x(7))$ с нечетными номерами. В каждой последовательности будет из $\frac{N}{2}$ отсчетов. На рисунках 2.2 и 2.3 изображены эти последовательности.

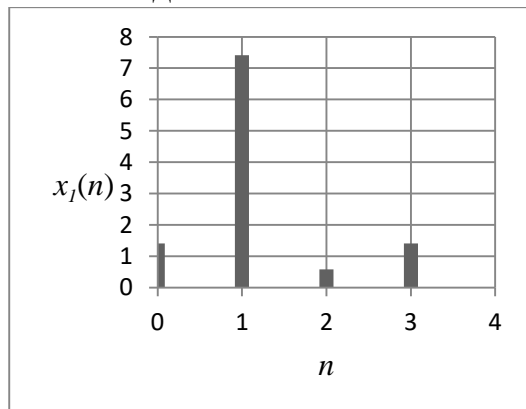


Рисунок 2.2

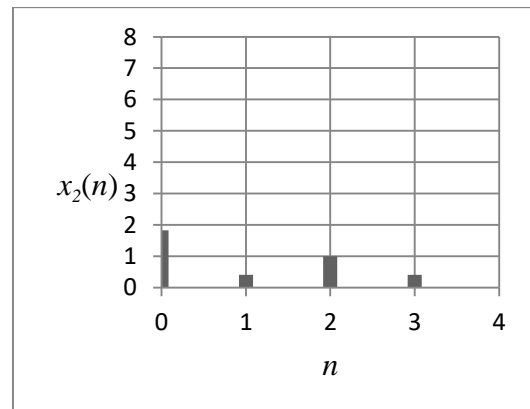


Рисунок 2.3

Далее каждую $\frac{N}{2}$ -точечную последовательность разделим на две части:

$x'_1 = (x(0), x(4))$ – последовательность четных отсчетов;

$x'_2 = (x(2), x(6))$ – последовательность нечетных отсчетов;

$x''_1 = (x(1), x(5))$ – последовательность четных отсчетов;

$x''_2 = (x(3), x(7))$ – последовательность нечетных отсчетов.

Изображения этих последовательностей показаны на рисунках 2.4, 2.5, 2.6, и 2.7.

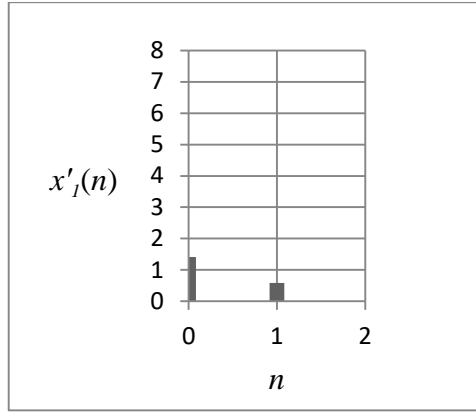


Рисунок 2.4

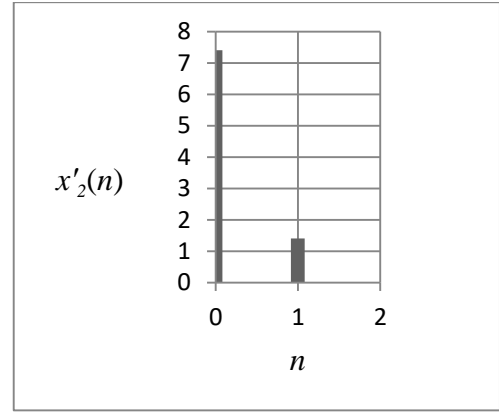


Рисунок 2.5

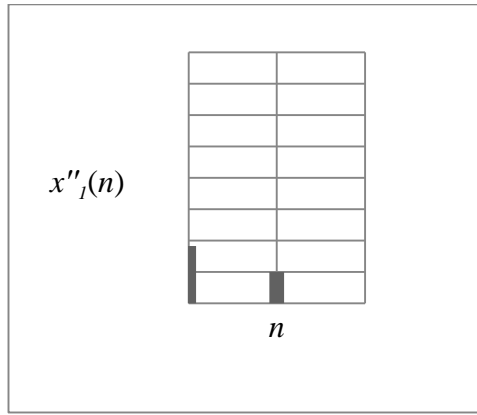


Рисунок 2.6

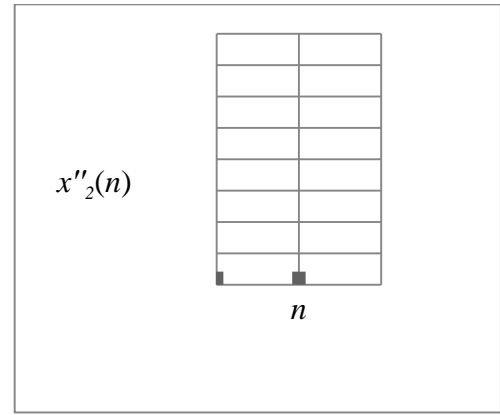


Рисунок 2.7

2.2.2. Алгоритм БПФ с прореживанием по времени

Разобьем последовательность $x(n) = (x(0), x(1), \dots, x(N-1))$ на две последовательности. Последовательность

$x_1(n) = x(2l) = (x(0), x(2), \dots, x(N-2)), l = 0, 1, \dots, \frac{N}{2} - 1$ содержит четные отсчеты. Последовательность $x_2(n) = x(2l+1) = (x(1), x(3), \dots, x(N-1)), l = 0, 1, \dots, \frac{N}{2} - 1$ состоит из нечетных отсчетов. N -точечное ДПФ последовательности $x(n)$ равно

$$\begin{aligned} X(k) &= \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{nk} = \sum_{l=0}^{\frac{N}{2}-1} x(2l) W_N^{2lk} + \sum_{l=0}^{\frac{N}{2}-1} x(2l+1) W_N^{(2l+1)k} = \\ &= \sum_{l=0}^{\frac{N}{2}-1} x(2l) (W_N^2)^{lk} + W_N^k \sum_{l=0}^{\frac{N}{2}-1} x(2l+1) (W_N^2)^{lk}. \end{aligned} \quad (2.1)$$

С учетом того, что

$$W_N^2 = \exp(-j \frac{2\pi}{N})^2 = e^{-j \frac{2\pi^2}{N}} = e^{-j \frac{2\pi}{N/2}} = W_{\frac{N}{2}}$$

– это значение поворачивающего множителя функции с периодом $\frac{N}{2}$, запишем выражение (2.1) в виде

$$X(k) = \sum_{l=0}^{\frac{N}{2}-1} x(2l)W_{\frac{N}{2}}^{lk} + W_N^k \sum_{l=0}^{\frac{N}{2}-1} x(2l+1)W_{\frac{N}{2}}^{lk} = G(k) + W_N^k H(k), \quad (2.2)$$

где $G(k)$ и $H(k)$ – есть $\frac{N}{2}$ -точечные ДПФ последовательностей с четными и нечетными номерами отсчетов.

Искомое ДПФ $X(k)$ содержит N спектральных коэффициентов. Но функции $G(k)$ и $H(k)$ содержат только $\frac{N}{2}$ коэффициентов и имеют период $\frac{N}{2}$. Для вычисления спектральных коэффициентов с номерами $0 \leq k \leq \frac{N}{2} - 1$ можно использовать непосредственно выражение (2.2). Для вычисления спектральных коэффициентов с номерами $\frac{N}{2} \leq k \leq N - 1$ воспользуемся свойством периодичности преобразования Фурье. Поскольку $\frac{N}{2}$ -точечные ДПФ $G(k)$ и $H(k)$ периодичны с периодом $\frac{N}{2}$, т.е.

$$G(k) = G\left(k + \frac{N}{2}\right) \text{ и } H(k) = H\left(k + \frac{N}{2}\right),$$

то составляющие выражения (2.2) достаточно вычислить для значений номеров $k = 0, 1, \dots, \frac{N}{2} - 1$. Заметим, что

$$W_N^{(k+\frac{N}{2})} = W_N^k W_N^{\frac{N}{2}} = W_N^k e^{-j\frac{2\pi N}{N^2}} = -W_N^k.$$

Тогда формулу (2.2) можно записать следующим образом:

$$X(k) = G(k) + W_N^k H(k), \quad 0 \leq k \leq \frac{N}{2} - 1;$$

$$X(k) = G(k) - W_N^k H(k), \quad \frac{N}{2} \leq k \leq N - 1.$$

Следовательно, значения $X(k)$ получаются вычислением двух $\frac{N}{2}$ -точечных преобразований и их весовым сложением. На рисунке 2.8 изображена базовая операция БПФ с прореживанием по времени. Кругок на рисунке можно интерпретировать как двухточечное ДПФ; узлы обозначают регистры, содержащие входные и выходные массивы данных.

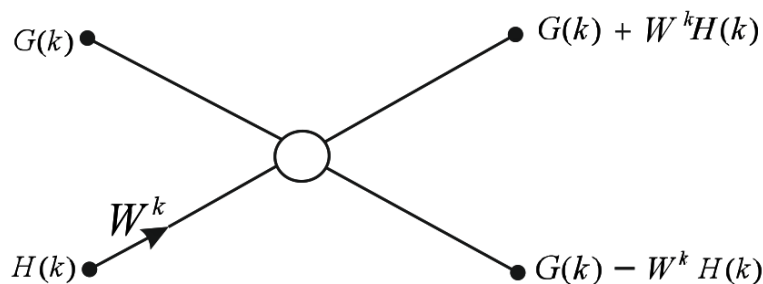


Рисунок 2.8

2.2.3. Структурная схема процессора для вычисления N -точечного ДПФ через два $\frac{N}{2}$ -точечные преобразования

На рисунке 2.9 показана структурная схема процессора для вычисления 8 точечного ДПФ через два 4-х точечные преобразования

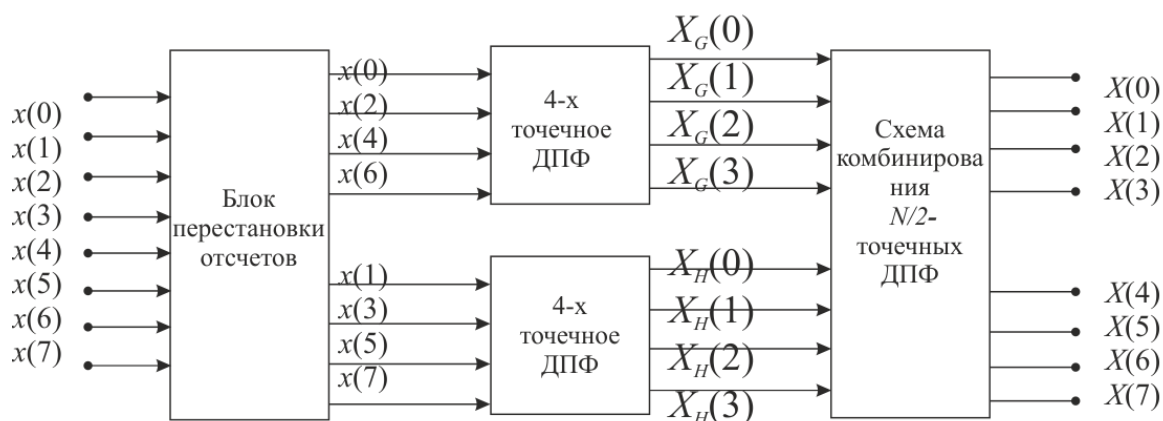


Рисунок 2.9

Рисунок 2.10 иллюстрирует процесс вычисления ДПФ с помощью алгоритма БПФ.

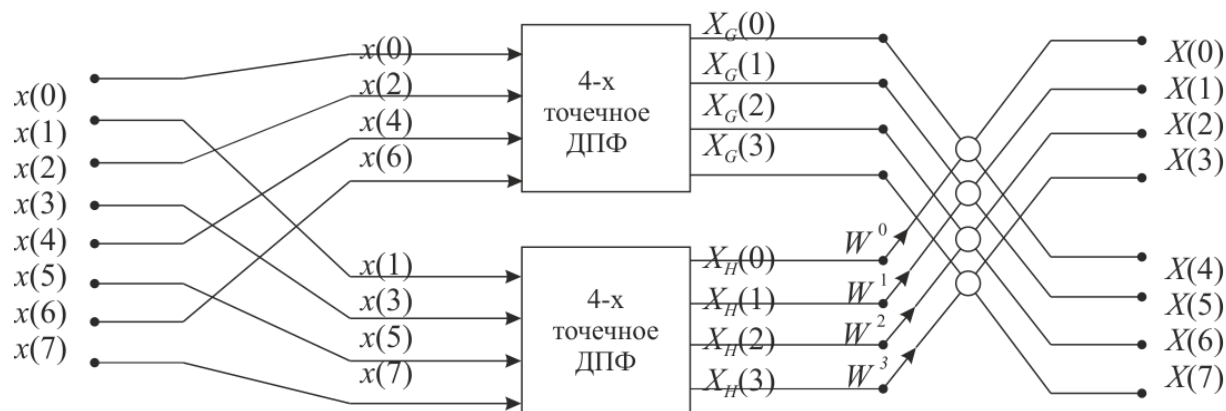


Рисунок 2.10 – Граф БПФ

2.4. Вычислительная сложность алгоритма БПФ

Для выполнения вычисления N -точечного ДПФ через два $\frac{N}{2}$ -точечные преобразования требуется затратить

$$C_M'^* = 2\left(\frac{N}{2}\right)^2 = \frac{N^2}{2}$$

комплексных умножений. Операция комбинирования требует умножений на W^k , $k = 0, 1, \dots, \frac{N}{2}$.

$$C_M''^* = \frac{N}{2}.$$

Всего необходимо выполнить

$$C_M^* = C_M'^* + C_M''^* = \frac{N^2}{2} + \frac{N}{2}$$

комплексных умножений.

Кроме того, для выполнения вычисления N -точечного ДПФ через два $\frac{N}{2}$ -точечные преобразования требуется затратить

$$C_A'^* = 2 \left(\frac{N}{2} \left(\frac{N}{2} - 1 \right) \right) = \frac{N^2}{2} - N$$

комплексных сложений. Операция комбинирования требует еще N комплексных сложений

$$C_A''^* = N.$$

Всего необходимо выполнить

$$C_A^* = C_A'^* + C_A''^* = \frac{N^2}{2}$$

комплексных сложений.

Дальнейшее сокращение количества операций произойдет, если для вычисления $G(k) + W_N^k H(k)$ и $G(k) - W_N^k H(k)$ опять сделать прореживание их входных последовательностей. В этом случае вычисляется 4-х точечное ДПФ через два 2-точечных ДПФ. На рисунке 2.11 показана структурная схема процессора 8-точечного ДПФ на основе такого алгоритма.



Рисунок 2.11

Вычислим двухточечное ДПФ.

$$\mathbf{X} = \mathbf{V}\mathbf{x} = \begin{bmatrix} W^0 & W^0 \\ W^0 & W^1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(0) \\ x(1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x(0) + x(1) \\ x(0) - x(1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X(0) \\ X(1) \end{bmatrix}.$$

Как видно, ДПФ двухточечной последовательности равно сумме и разности значений отсчетов последовательности. Следовательно, вычисление двухточечного ДПФ не требует операций умножений. Дискретное преобразование Фурье $\frac{N}{2}$ -точечной последовательности, записанное через комбинирование двух $\frac{N}{4}$ -точечных ДПФ имеет следующий вид:

$$\begin{cases} X_G(k) = G(k) + W_{\frac{N}{2}}^k H(k), & 0 \leq k \leq \frac{N}{4} - 1, \\ X_G(k) = G(k) - W_{\frac{N}{2}}^k H(k), & \frac{N}{4} \leq k \leq \frac{N}{2} - 1, \end{cases} \quad (2.5)$$

$$\text{где } W_{\frac{N}{2}} = \exp\left(-j \frac{2\pi}{\frac{N}{2}}\right) = W_N^2 \quad (2.6)$$

С учетом (2.6) выражение (2.5) запишется как

$$\begin{cases} X_G(k) = G(k) + W_N^{2k} H(k), & 0 \leq k \leq \frac{N}{4} - 1, \\ X_G(k) = G(k) - W_N^{2k} H(k), & \frac{N}{4} \leq k \leq \frac{N}{2} - 1. \end{cases}$$

Полный направленный граф вычисления ДПФ, полученный последовательным прореживанием имеет следующую структуру:

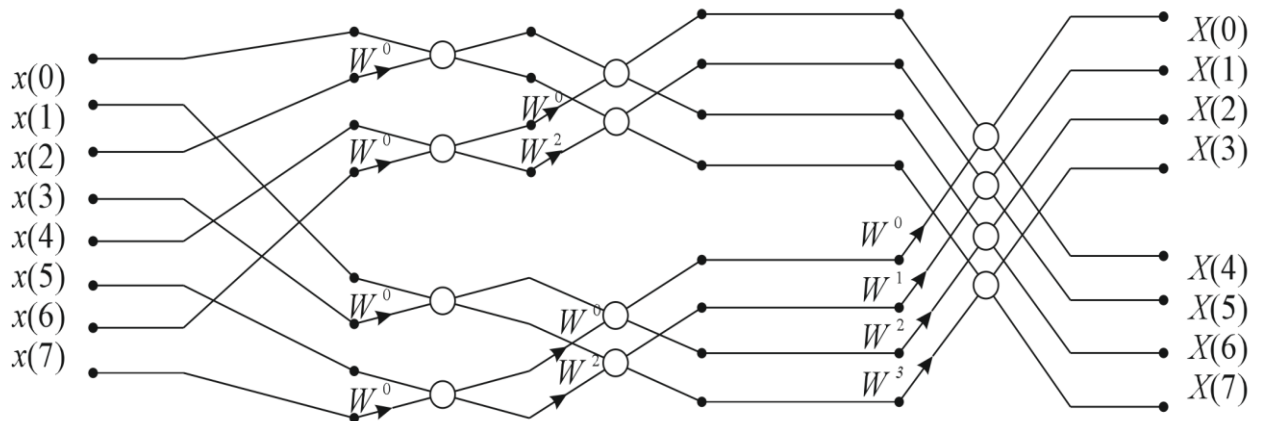


Рисунок 2.12 – Полный граф БПФ

Особенностью алгоритма БПФ с прореживанием по времени, как и большинства других алгоритмов БПФ, является необходимость такой перестановки отсчетов входной последовательности, чтобы выходная последовательность $X(k)$ имела естественный порядок. В случае, когда N степень двойки, входная последовательность должна быть расположена в двоично-инверсном порядке, чтобы выходная последовательность получалась

в прямом порядке. Двоично-инверсный порядок определяется следующим образом. Пусть $N = 2^l, l = 3$.

Таблица 2.1

Номер отсчета	Двоичное представление	Двоичная инверсия	Двоично-инверсный номер отсчета
0	000	000	0
1	001	100	4
2	010	010	2
3	011	110	6
4	100	001	1
5	101	101	5
6	110	011	3
7	111	111	7

Оценим вычислительную сложность алгоритма БПФ с прореживанием по времени.

1. Число итераций вычислительного процесса равно $\log_2 N$.
2. Граф содержит $N \log_2 N$ узлов; в каждом узле осуществляется суммирование или вычитание данных.

3. Аддитивная вычислительная сложность алгоритма БПФ

$$C_A = N \log_2 N.$$

4. Мультипликативная вычислительная сложность алгоритма БПФ

$$C_M = \frac{N}{2} \log_2 N.$$

В таблице 2.2 представлены данные, свидетельствующие об эффективности алгоритма БПФ.

Таблица 2.2

N	Количество умножений при вычислении ДПФ	Количество умножений при вычислении БПФ	Эффективность БПФ
256	65536	1024	64:1
512	262144	2304	114:1
1024	1048576	5120	205:1
2048	4194304	11264	372:1
4096	16777216	24576	683:1

2.2.5. Факторизация матрицы ядра ДПФ

Алгоритм БПФ имеет матричную трактовку. Для рассмотренного примера вычисления БПФ можно записать

$$X = Vx = \Phi_1 \Phi_2 \Phi_3 P x. \quad (2.7)$$

В матричном выражении (2.7) произведение матрицы P на вектор x соответствует операции перестановки отсчетов последовательности $x(n)$.

$$Px = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(0) \\ x(1) \\ x(2) \\ x(3) \\ x(4) \\ x(5) \\ x(6) \\ x(7) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x(0) \\ x(4) \\ x(2) \\ x(6) \\ x(1) \\ x(5) \\ x(3) \\ x(7) \end{bmatrix}.$$

Матрица P двоичной перестановки отсчетов последовательности $x(n)$ содержит в каждой строке (столбце) только одну единицу.

Далее по графу можно построить матрицы для каждой итерации. Первая итерация это вычисление двухточечных ДПФ. Для $N = 8$ выполняется следующее матричное выражение:

$$X' = \Phi_3 Px = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(0) \\ x(4) \\ x(2) \\ x(6) \\ x(1) \\ x(5) \\ x(3) \\ x(7) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x(0) + x(4) \\ x(0) - x(4) \\ x(2) + x(6) \\ x(2) - x(6) \\ x(1) + x(5) \\ x(1) - x(5) \\ x(3) + x(7) \\ x(3) - x(7) \end{bmatrix}.$$

Вторая итерация графа БПФ эквивалентна произведению матриц вида

$$X'' = \Phi_2 \Phi_3 Px = \begin{bmatrix} 1 & & & & & & & \\ & 1 & & & & & & \\ 1 & & -1 & & & & & \\ & 1 & & & & & & \\ & & & & & & 1 & \\ & & & & & & 1 & \\ & & & & & & 1 & -1 \\ & & & & & & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(0) + x(4) \\ x(0) - x(4) \\ x(2) + x(6) \\ x(2) - x(6) \\ x(1) + x(5) \\ x(1) - x(5) \\ x(3) + x(7) \\ x(3) - x(7) \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} x(0) + x(4) + x(2) + x(6) \\ x(0) - x(4) + (x(2) - x(6))W^2 \\ x(0) + x(4) - x(2) - x(6) \\ x(0) - x(4) - (x(2) - x(6))W^2 \\ x(1) + x(5) + x(3) + x(7) \\ x(1) - x(5) + (x(3) - x(7))W^2 \\ x(1) + x(5) - x(3) - x(7) \\ x(1) - x(5) - (x(3) - x(7))W^2 \end{bmatrix}.$$

На третьей итерации производится умножение матриц

$$\Phi_1 X'' = \Phi_1 \Phi_2 \Phi_3 P x,$$

где матрица Φ_1 имеет вид

$$\Phi_1 = \begin{bmatrix} 1 & & & & 1 & & & \\ & 1 & & & & W^1 & & \\ & & 1 & & & & W^2 & \\ & & & 1 & & & & W^3 \\ 1 & & & & -1 & & & \\ & 1 & & & & -W^1 & & \\ & & 1 & & & & -W^2 & \\ & & & 1 & & & & -W^3 \end{bmatrix}.$$

Особенностью матриц Φ_1, Φ_2, Φ_3 является то, что каждая имеет в строке и столбце только два ненулевых элемента, говорят «слабо заполнена». Алгоритм БПФ возможен из-за факторизации матрицы ДЭФ дискретного преобразования Фурье, т.е.

$$\Phi_1 \Phi_2 \Phi_3 = V.$$

Замечания.

1. Если необходимо вычислить N -точечное ДПФ последовательности сравнительно небольшого периода N , или когда последовательность содержит малое число ненулевых ее значений, целесообразно прямое использование для расчетов формул ДПФ.

2. Оценивая эффективность различных быстрых методов вычисления ДПФ, принимают во внимание:

- число ячеек памяти, необходимых для запоминания значений поворачивающих множителей W^{kn} и значений N комплексных чисел входной последовательности;
- процедуру обращения к памяти;

3. Особенностью БПФ является выигрыш в вычислении тем больший, чем больше N . Например, выполнение БПФ длиной $N = 2097152$ на персональном компьютере занимает ≈ 5 с. Вычисление ДПФ такой последовательности займет более двух недель.

4. Имеются другие алгоритмы быстрых спектральных преобразований, например, алгоритм Винограда.

3. Лабораторное задание

3.1. Используя исходные данные, полученные у преподавателя вычислить спектр дискретизированного сигнала с помощью алгоритма БПФ.

3.2. Изобразить граф БПФ.

3.3. По полученным значениям спектра с помощью ОБПФ восстановить значения отсчетов сигнала.

3.4. Изобразить граф ОБПФ.

3.5. Изобразить полный граф БПФ для $N = 16$.

3.6. Изобразить полный граф БПФ для $N = 32$.

3.7. Изобразить структурную схему процессора 16-точечного ДПФ на основе алгоритма БПФ.

3.8. Используя исходные данные, полученные у преподавателя, вычислить автокорреляционную функцию последовательности с помощью алгоритма БПФ. Построить график КФ.

4. Содержание отчета

4.1. Расчеты по лабораторному заданию.

4.2. Изображения полных графов БПФ

4.3. Структурная схема процессора БПФ

4.4. Анализ результатов и выводы.

5. Литература

1. Оппенгейм А., Шафер Р. Цифровая обработка сигналов. – М.: Техносфера, 2006.
2. Теория прикладного кодирования: Учеб. пособие. В 2 т. В.К. Конопелько,
3. Айфичер Э.С., Джервис Б.У. Цифровая обработка сигналов: практический подход: Пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2008.
4. Овсянников В.А. Методы формирования и цифровой обработки сигналов. Учебное пособие для студентов специальности «Радиосвязь, радиовещание и телевидение» в 2-ух частях. – Мн.: БГУИР 2010.
5. Лайонс Р. Цифровая обработка сигналов.- М.: Бином-Пресс, 2006.
6. Смит С. Цифровая обработка сигналов. Практическое руководство для инженеров и научных работников: Пер. с англ. – М.: Додека-XXI, 2008.
7. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов/ А.Б. Сергиенко-СПб.: Питер, 2003.
8. Основы цифровой обработки сигналов: Курс лекций. А.И. Солонина, Улахович Д.А. и др. - СПб: БХВ – Петербург, 2003.

9. Лосев В.В. Микропроцессорные устройства обработки информации. Алгоритмы цифровой обработки: Учебное пособие для вузов. – Мн: Выш. школа, 1990.