K20 - Dynamiki kombi

Friday, 25 March 2022 16:39

Zadanie przystawka

Rozważmy chyba najbardziej znany problem ze zliczaniem. Na taras wieży widokowej prowadzą schody o n stopniach. Turysta wchodzi na taras wykonując kroki co 1 lub co 2 stopnie. Na ile sposobów turysta może przejść schody?.

$dp[0] = dp[1] = 1$

$dp[n] = dp[n-1] + dp[n-2]$

Mamy monety o nominałach $1, k, k^2, k^3, \ldots$ (k jest stałe). Na ile sposobów możemy rozmienić nimi kwotę n?

$1 \to dp(n-1)$

$\cancel{k} \to dp(n/k)$, gdy $k | n$

0, inaczej

$n = k \cdot \frac{n}{k}$

$\underline{\frac{n}{k}}$

$(k, k^2, k^3 \ldots)$

$\underbrace{(1, k, k^2, \ldots)}$

$x_1 \cdot 1 + x_2 \cdot k + x_3 \cdot k^2 + \ldots = \frac{n}{k} \quad / \cdot k$

$x_1 \cdot k + x_2 \cdot k^2 + x_3 \cdot k^3 + \ldots = n$

```
dp[0] = dp[1] = 1
if k <= 1
    ret 1
for (i = 2  i <= n  i++)
    if (i % k == 0)
        dp[i] = dp[i-1] + dp[i/k]
    else
        dp[i] = dp[i-1]
ret dp[n]
```

k-ta liczba podzielna przez 3 $\quad 3 \cdot k$ ✓

$dp[n][k]$

n cyfrowa liczba

reszty $(0, 1, 2)$

$n \leq 20$

$\underbrace{\quad\quad}_{n \text{ cyfr}} \to r = 1$

$\underbrace{2\underline{\quad\quad}}_{n+1 \text{ cyfr}} \to r = 0$

$n \leq 20$ $\quad\quad$ $\overset{\vee}{n+1}$ cyfr

dp[0][0] = 1

for $i \in [0, 9]$ $\quad$ 0 → podzielna przez 3
    dp[1][i%3] ++;

for $i \in [2, N]$
    for $j \in [0, 2]$
        for $c \in [0, 9]$
            dp[i][j] += dp[i-1][(j - c + 333) % 3]
            dp[i][j] = min(dp[i][j], K + 1);

r = 0
vector<int> res

for i = N i > 0 i--
    for c = 0 c <= 9 c++
        LL ct = dp[i-1][(3 - c - r + 333) % 3]
        if (ct >= k)
            res.pB(c)
            r += c
            r %= 3
            break;
        else
            k -= ct

int st = -1;
while (res[++st] == 0);
for i = st i < res.size() i++
    cout << res[i]

---

a_i - wielkości

$$a_1 \cdot (a_2 - 1)(a_3 - 2) \ldots (a_n - n + 1)$$

$a_1 \cdot (a_2 - 1)(a_3 - 2) \dots (a_n - n + 1)$

$5 - 2$

$a_1 = 2 \quad a_2 = 2 \qquad a_5 = 2$

$a_1 (a_2 - 1) \dots$

$dp[i-m] \quad + \quad dp[i-1]$

$dp[i-m]$ for $j = 0$ $j < m$

$dp[i] \mathrel{+}= dp[i-j-m];$

$\underbrace{\qquad\qquad}_{m} \; 1 \; 1 \; 1$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 b_1 + a_2 b_3 & a_1 b_2 + a_2 b_4 \\ a_3 b_1 + a_4 b_3 & a_3 b_2 + a_4 b_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} f_{n+1} & f_n \\ f_n & f_{n-1} \end{matrix}$$

$$F_n \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{n+1} \cdot 1 + f_n \cdot 1 & f_{n+1} + 0 \\ f_n \cdot 1 + f_{n-1} \cdot 1 & f_n \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} f_{n+2} & f_{n+1} \\ f_{n+1} & f_n \end{bmatrix}$$