

WYPEŁNIA ZDAJĄCY Miejsce na naklejkę. Sprawdź, czy kod na naklejce to M-100. Jeżeli tak – przyklej naklejkę. Jeżeli nie – zgłoś to nauczycielowi.

Egzamin maturalny

Formuła 2023

MATEMATYKA Poziom podstawowy

Symbol arkusza **M**MAP-P0-**100**-2306

DATA: 2 czerwca 2023 r.

GODZINA ROZPOCZĘCIA: 9:00

Czas trwania: 180 minut

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: 46

WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY Uprawnienia zdającego do: dostosowania zasad oceniania dostosowania w zw. z dyskalkulią nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę.

Przed rozpoczęciem pracy z arkuszem egzaminacyjnym

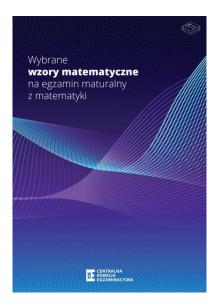
- Sprawdź, czy nauczyciel przekazał Ci właściwy arkusz egzaminacyjny, tj. arkusz we właściwej formule, z właściwego przedmiotu na właściwym poziomie.
- 2. Jeżeli przekazano Ci **niewłaściwy** arkusz natychmiast zgłoś to nauczycielowi. Nie rozrywaj banderol.
- 3. Jeżeli przekazano Ci **właściwy** arkusz rozerwij banderole po otrzymaniu takiego polecenia od nauczyciela. Zapoznaj się z instrukcją na stronie 2.





Instrukcja dla zdającego

- 1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 34 strony (zadania 1–33). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
- 2. Na pierwszej stronie arkusza oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
- 3. Symbol zamieszczony w nagłówku zadania oznacza, że rozwiązanie zadania zamkniętego musisz przenieść na kartę odpowiedzi.
- 4. Odpowiedzi do zadań zamkniętych zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz właściwe.
- 5. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
- 6. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
- 7. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
- 8. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
- 9. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
- 10. Możesz korzystać z *Wybranych wzorów matematycznych*, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego. Upewnij się, czy przekazano Ci broszurę z okładką taką jak widoczna poniżej.





Zadania egzaminacyjne są wydrukowane na następnych stronach.

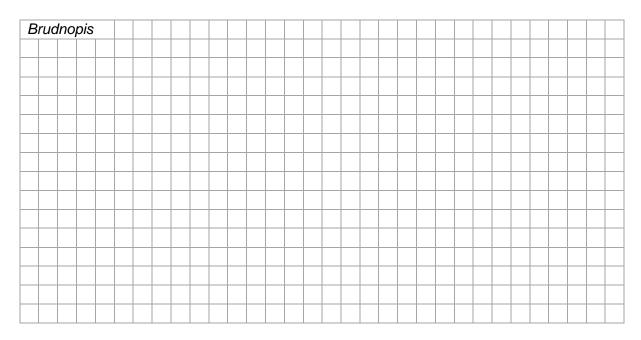
Zadanie 1. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich liczb całkowitych dodatnich spełniających nierówność |x + 5| < 15 jest

A. 9

- **B.** 10
- **C.** 20
- **D.** 21



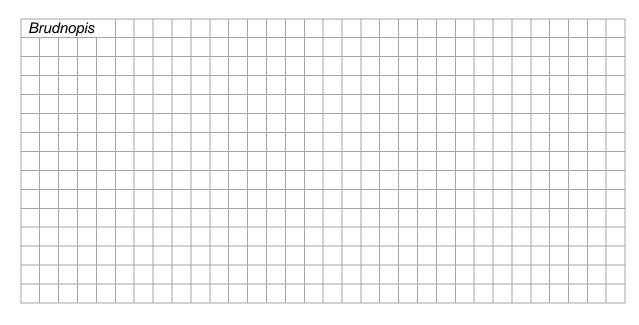
Zadanie 2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej dodatniej liczby rzeczywistej x iloczyn $\sqrt{x}\cdot \sqrt[3]{x}\cdot \sqrt[6]{x}$ jest równy

A. *x*

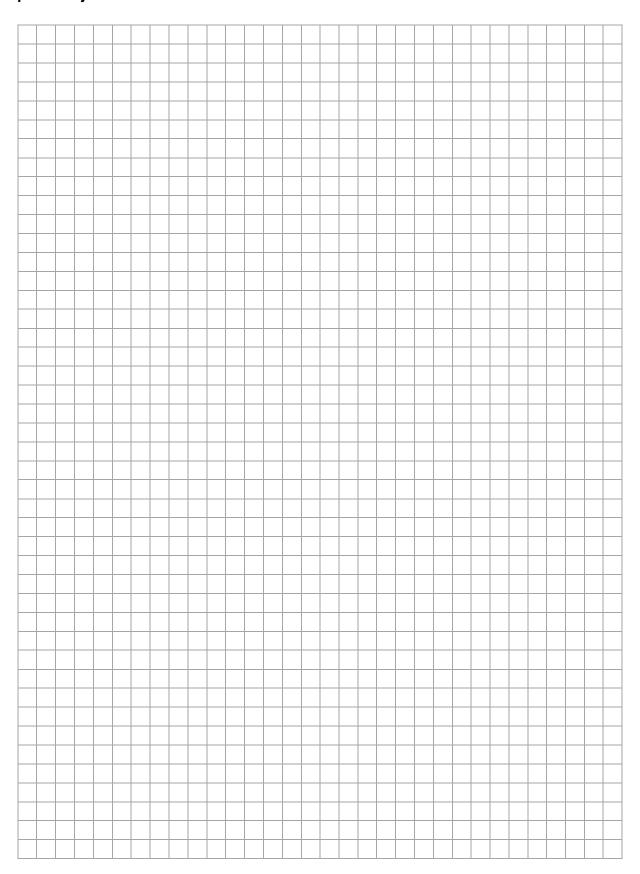
- **B.** $\sqrt[10]{x}$
- **C.** $\sqrt[18]{x}$
- **D.** x^{2}





Zadanie 3. (0-2)

Wykaż, że dla każdej liczby całkowitej k reszta z dzielenia liczby $49k^2 + 7k - 2$ przez 7 jest równa 5.



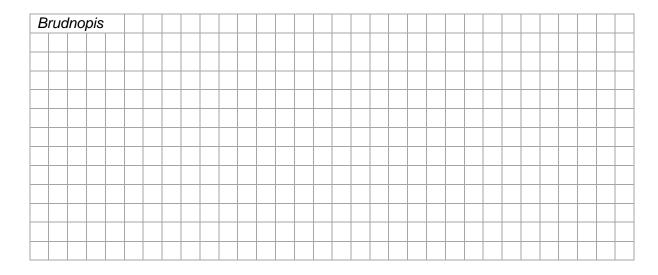
Zadanie 4. (0-1)

Klient wpłacił do banku $30\,000\,$ zł na lokatę dwuletnią. Po każdym rocznym okresie oszczędzania bank dolicza odsetki w wysokości $7\%\,$ od kwoty bieżącego kapitału znajdującego się na lokacie.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Po dwóch latach oszczędzania łączna wartość doliczonych odsetek na tej lokacie (bez uwzględniania podatków) jest równa

- **A.** 2100 zł
- **B.** 2247 zł
- **C.** 4200 zł
- **D.** 4347 zł



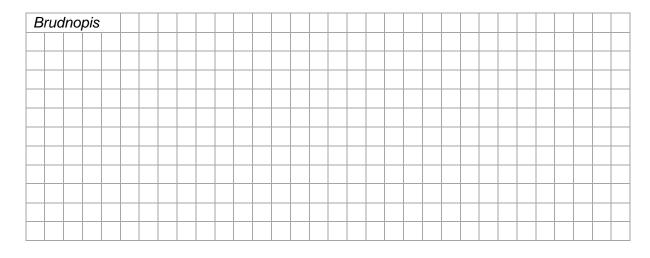
Zadanie 5. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\log_2 \frac{1}{8} + \log_2 4$ jest równa

- **A.** (-1)
- **B.** $\frac{1}{2}$

- **C.** 2
- **D.** 5



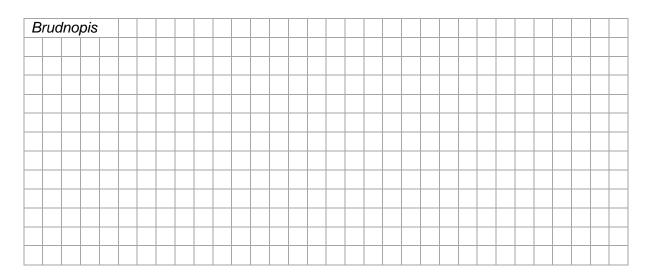


Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $(1+\sqrt{5})^2-(1-\sqrt{5})^2$ jest równa

A. 0

- **B.** (-10) **C.** $4\sqrt{5}$
- **D.** $2 + 2\sqrt{5}$



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej x różnej od 0 i 2 wyrażenie $\frac{x^2+x}{(x-2)^2} \cdot \frac{x-2}{x}$ jest równe

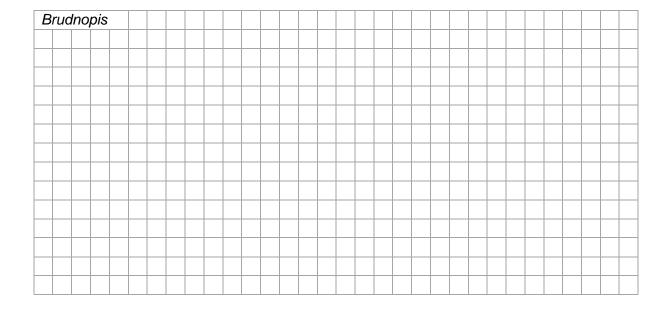
A.
$$\frac{x^2+1}{x-2}$$

Więcej arkuszy znajdziesz na stronie: arkusze.pl

B.
$$\frac{x+1}{2}$$

C.
$$\frac{x^2}{(x-2)^2}$$
 D. $\frac{x+1}{x-2}$

D.
$$\frac{x+1}{x-2}$$

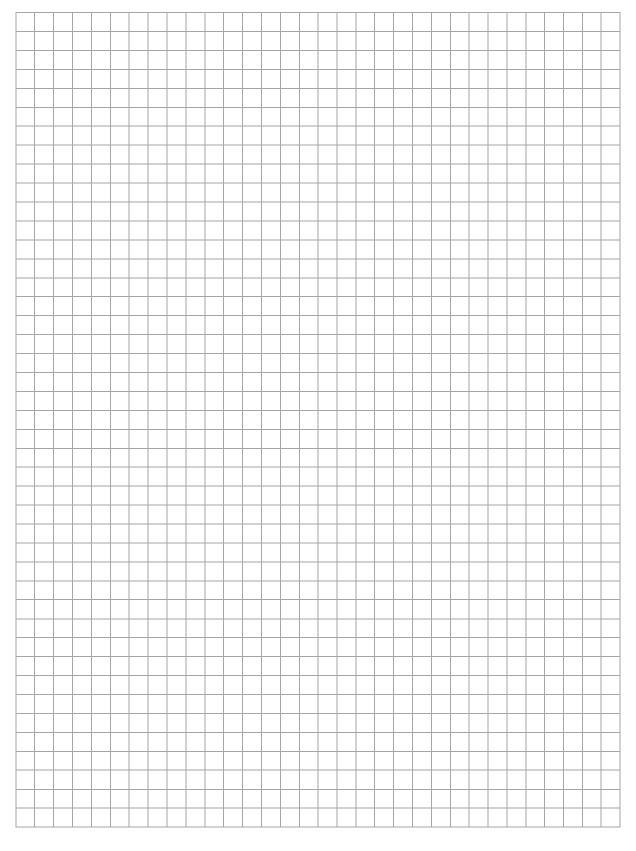


Zadanie 8. (0-2)

Rozwiąż nierówność

$$x(2x-1)<2x$$

Zapisz obliczenia.



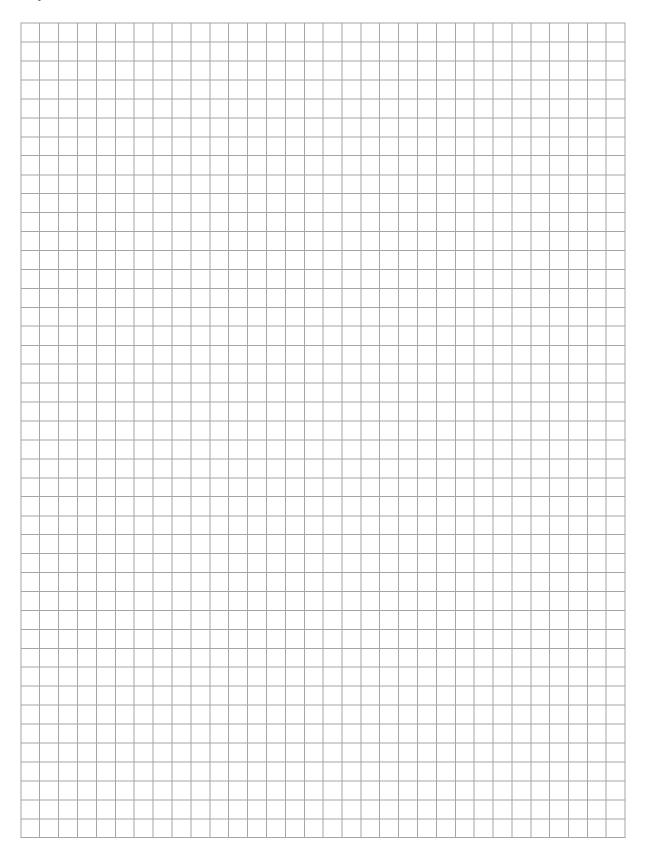


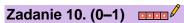
Zadanie 9. (0-3)

Rozwiąż równanie

$$x^3 + 4x^2 - 9x - 36 = 0$$

Zapisz obliczenia.

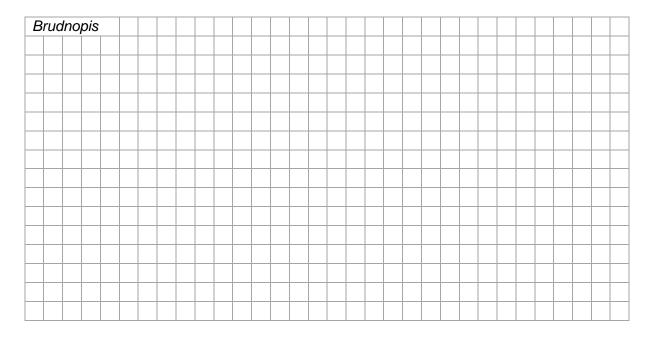




Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Równanie $\frac{(x^2-3x)(x+2)}{x^2-4}=0$ w zbiorze liczb rzeczywistych ma dokładnie

- A. jedno rozwiązanie.
- B. dwa rozwiązania.
- C. trzy rozwiązania.
- **D.** cztery rozwiązania.



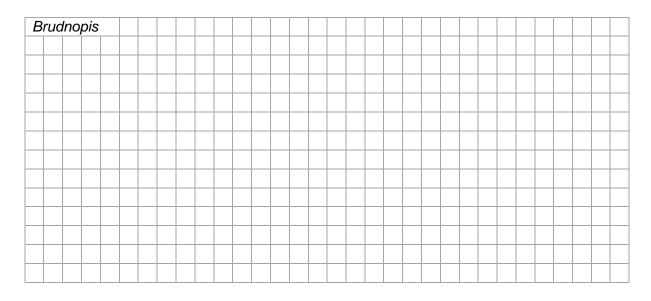


Zadanie 11. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x,y) wykresy funkcji liniowych f(x)=(2m+3)x+5 oraz g(x)=-x nie mają punktów wspólnych dla

- **A.** m = -2
- **B.** m = -1
- **C.** m = 1
- **D.** m = 2



Zadanie 12. (0-1)

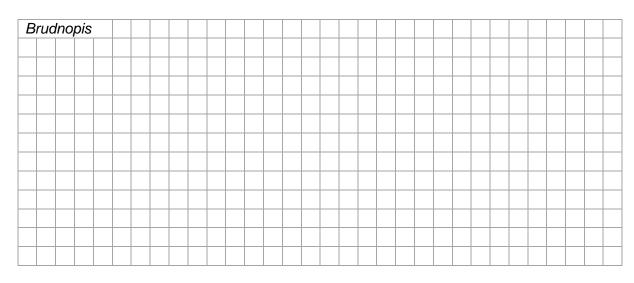
W kartezjańskim układzie współrzędnych (x,y) prosta o równaniu y=ax+b przechodzi przez punkty A=(-3,-1) oraz B=(4,3).

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Współczynnik a w równaniu tej prostej jest równy

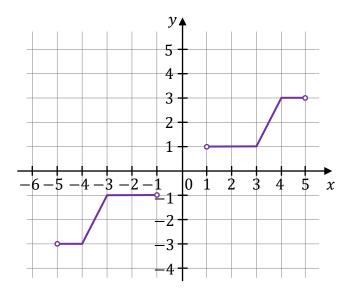
- **A.** (-4)
- **B.** $\left(-\frac{1}{2}\right)$
- **C.** 2

D. $\frac{4}{7}$



Zadanie 13.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) narysowano wykres funkcji y = f(x) (zobacz rysunek).



Zadanie 13.1. (0-2)

Uzupełnij tabelę. Wpisz w każdą pustą komórkę tabeli właściwą odpowiedź, wybraną spośród oznaczonych literami A–F.

Dziedziną funkcji f jest zbiór	
Zbiorem wartości funkcji f jest zbiór	

- **A.** $[-3, -1] \cup [1, 3]$
- **B.** (-3,3)
- **C.** $(-3,-1) \cup (1,3)$
- **D.** $[-5, -1] \cup [1, 5]$
- **E.** (-5,5)
- **F.** $(-5, -1) \cup (1, 5)$

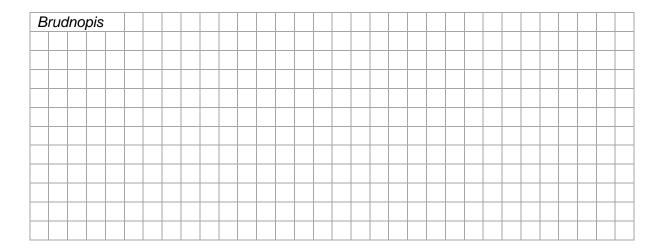




Zadanie 13.2. (0-1)

Zapisz poniżej zbiór wszystkich rozwiązań nierówności f(x) < -1.

.....



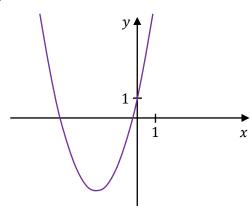
Zadanie 14. (0-1)

Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x) = ax^2 + bx + 1$, gdzie a oraz b są pewnymi liczbami rzeczywistymi, takimi, że a < 0 i b > 0. Na jednym z rysunków A–D przedstawiono fragment wykresu tej funkcji w kartezjańskim układzie współrzędnych (x,y).

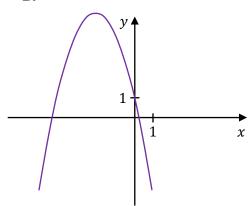
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Fragment wykresu funkcji f przedstawiono na rysunku

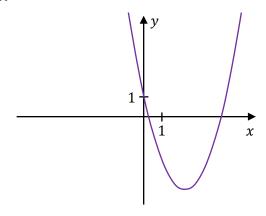
A.



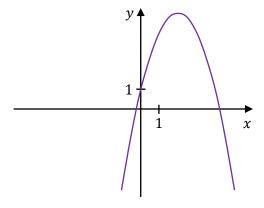
B.

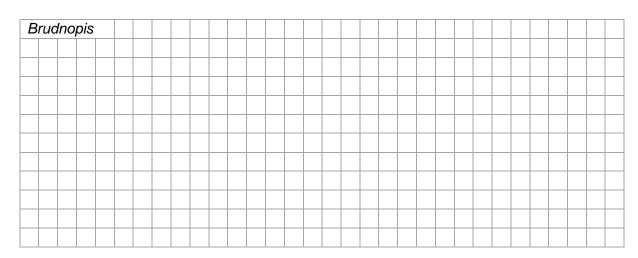


C.



D.







Zadanie 15.

Masa m leku $\mathcal L$ zażytego przez chorego zmienia się w organizmie zgodnie z zależnością wykładniczą

$$m(t) = m_0 \cdot (0.6)^{0.25t}$$

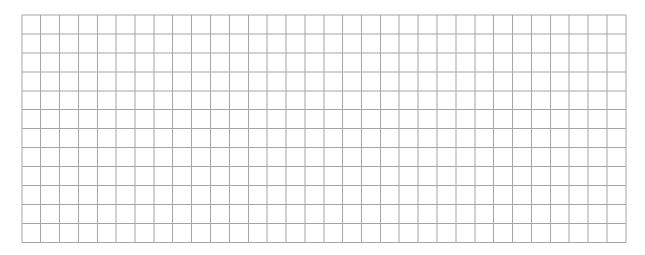
gdzie:

 m_0 – masa (wyrażona w mg) przyjętej w chwili $t=0\,$ dawki leku, t – czas (wyrażony w godzinach) liczony od momentu $t=0\,$ zażycia leku.

Zadanie 15.1. (0-1)

Chory przyjął jednorazowo lek \mathcal{L} w dawce 200 mg.

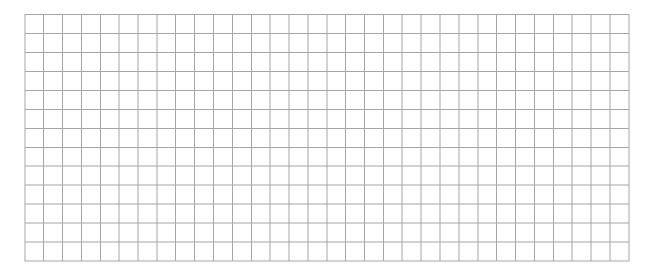
Oblicz, ile mg leku \mathcal{L} pozostanie w organizmie chorego po 12 godzinach od momentu przyjęcia dawki. Zapisz obliczenia.



Zadanie 15.2. (0-1)

Liczby m(2,5), m(4,5), m(6,5) w podanej kolejności tworzą ciąg geometryczny.

Oblicz iloraz tego ciągu. Zapisz obliczenia.



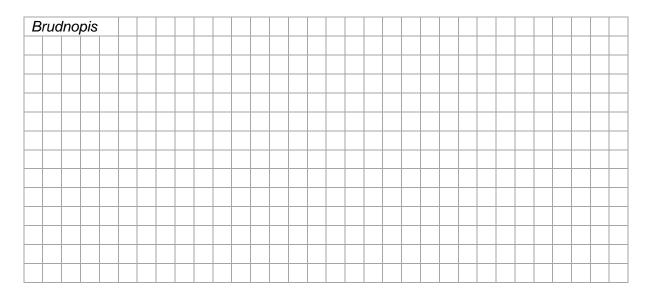
Zadanie 16. (0-1)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n=\frac{n-2}{3}$ dla każdej liczby naturalnej $n\geq 1.$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba wyrazów tego ciągu mniejszych od 10 jest równa

- **A.** 28
- **B.** 31
- **C.** 32
- **D.** 27



Zadanie 17. (0-1)

Trzywyrazowy ciąg (1, 4, a + 5) jest arytmetyczny.

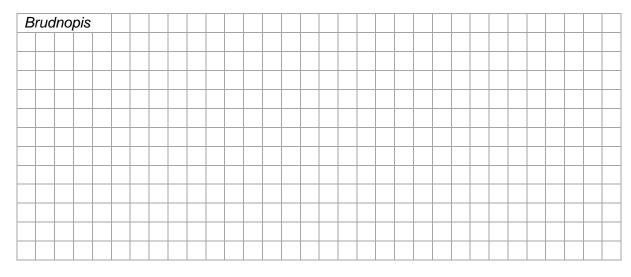
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba a jest równa

A. 0

- **B.** 7
- **C.** 2

D. 11





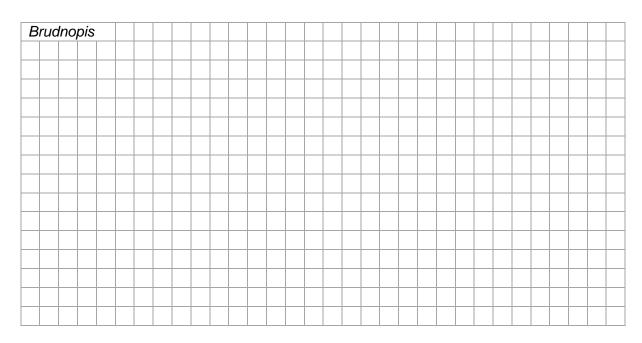
Zadanie 18. (0-1)

Ciąg geometryczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. W tym ciągu $a_1 = 3,75$ oraz $a_2 = -7,5$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Suma trzech początkowych wyrazów ciągu (a_n) jest równa

- **A.** 11,25
- **B.** (-18,75)
- **C.** 15
- **D.** (-15)

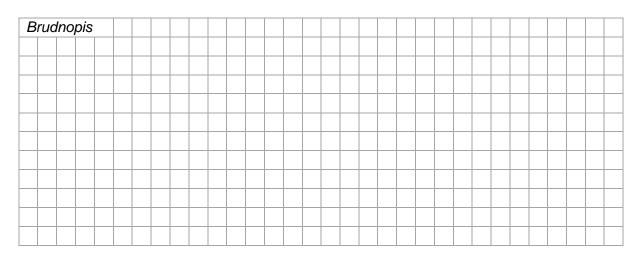


Zadanie 19. (0-1) □□□□ <

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

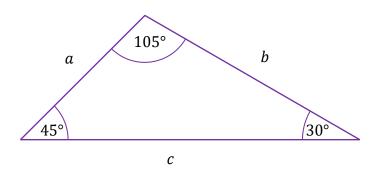
Dla każdego kąta ostrego α wyrażenie $\cos \alpha - \cos \alpha \cdot \sin^2 \alpha$ jest równe

- **A.** $\cos^3 \alpha$
- **B.** $\sin^2 \alpha$ **C.** $1 \sin^2 \alpha$ **D.** $\cos \alpha$



Zadanie 20. (0-2)

Dany jest trójkąt, którego kąty mają miary 30° , 45° oraz 105° . Długości boków trójkąta, leżących naprzeciwko tych kątów są równe – odpowiednio – a, b oraz c (zobacz rysunek).



Uzupełnij zdanie. Wybierz <u>dwie</u> właściwe odpowiedzi spośród oznaczonych literami A–F i wpisz te litery w wykropkowanych miejscach.

Pole tego trójkąta poprawnie określają wyrażenia oznaczone literami:

..... oraz

A.
$$\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot a \cdot c$$

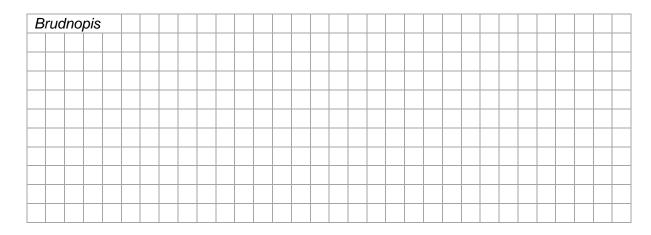
B.
$$\frac{1}{4} \cdot a \cdot c$$

C.
$$\frac{\sqrt{2}}{4} \cdot a \cdot c$$

D.
$$\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot b \cdot c$$

E.
$$\frac{1}{2} \cdot b \cdot c$$

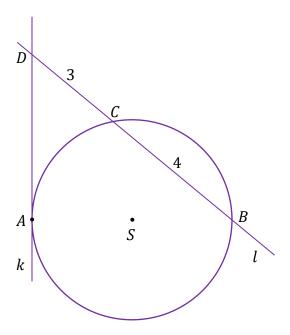
F.
$$\frac{1}{4} \cdot b \cdot c$$





Zadanie 21. (0-1)

Odcinek AB jest średnicą okręgu o środku S. Prosta k jest styczna do tego okręgu w punkcie A. Prosta l przecina ten okrąg w punktach B i C. Proste k i l przecinają się w punkcie D, przy czym |BC|=4 i |CD|=3 (zobacz rysunek).



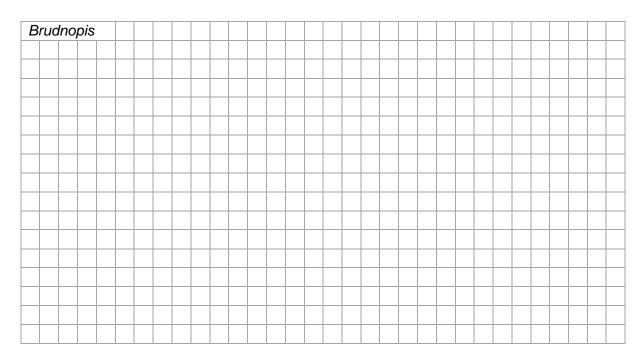
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Odległość punktu $\it A$ od prostej $\it l$ jest równa

A.
$$\frac{7}{2}$$

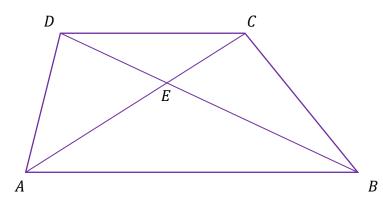
C.
$$\sqrt{12}$$

D.
$$\sqrt{3} + 2$$



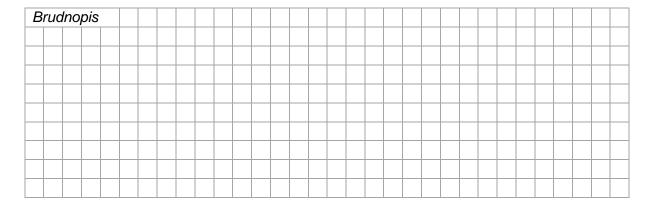
Zadanie 22. (0-1)

W trapezie ABCD o podstawach AB i CD przekątne przecinają się w punkcie E (zobacz rysunek).



Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

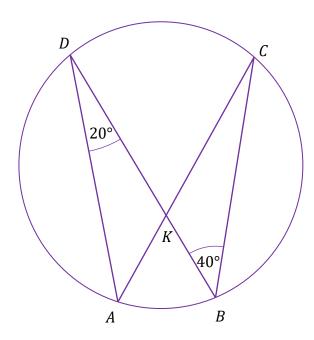
Trójkąt <i>ABE</i> jest podobny do trójkąta <i>CDE</i> .	P	F	
Pole trójkąta ACD jest równe polu trójkąta BCD .			





Zadanie 23. (0-1)

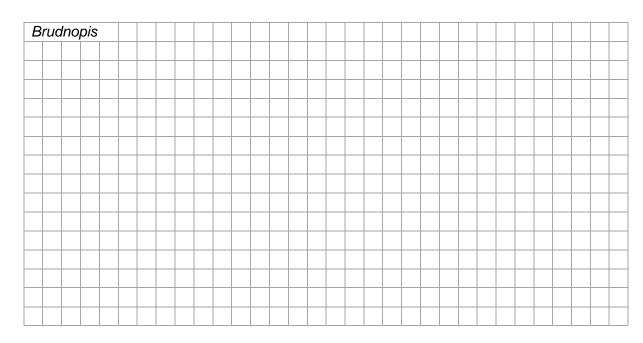
Na łukach AB i CD okręgu są oparte kąty wpisane ADB i DBC, takie, że $| \not \triangle ADB | = 20^\circ$ i $| \not \triangle DBC | = 40^\circ$ (zobacz rysunek). Cięciwy AC i BD przecinają się w punkcie K.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta DKC jest równa

- **A.** 80°
- **B.** 60°
- **C.** 50°
- **D.** 40°



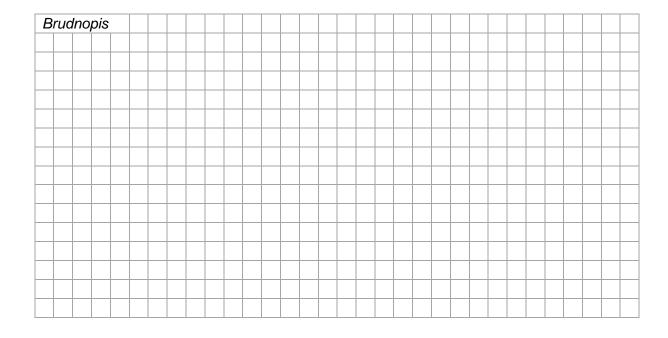
Zadanie 24. (0-1)

Pole trójkąta równobocznego T_1 jest równe $\frac{(1,5)^2\cdot\sqrt{3}}{4}$. Pole trójkąta równobocznego T_2 jest równe $\frac{(4,5)^2\cdot\sqrt{3}}{4}$.

Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A albo B oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

Trójkąt T_2 jest podobny do trójkąta T_1 w skali

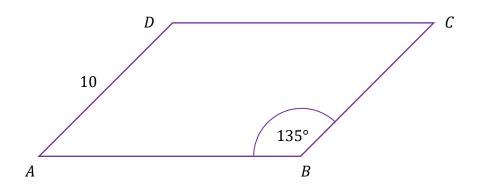
A.	3,	ponieważ	1.	każdy z tych trójkątów ma dokładnie trzy osie symetrii.
			2.	pole trójkąta T_2 jest 9 razy większe od pola trójkąta T_1 .
B.	9,		3.	bok trójkąta T_2 jest o 3 dłuższy od boku trójkąta T_1 .





Zadanie 25. (0-1)

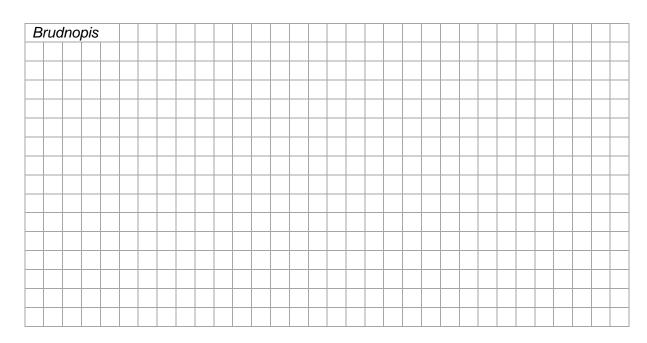
Pole równoległoboku ABCD jest równe $40\sqrt{6}$. Bok AD tego równoległoboku ma długość 10, a kąt ABC równoległoboku ma miarę 135° (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Długość boku AB jest równa

- **A.** $8\sqrt{3}$
- **B.** $8\sqrt{2}$
- **C.** $16\sqrt{2}$
- **D.** $16\sqrt{3}$



Zadanie 26. (0-1)

Funkcja liniowa f jest określona wzorem f(x) = -x + 1. Funkcja g jest liniowa. W kartezjańskim układzie współrzędnych (x,y) wykres funkcji g przechodzi przez punkt P = (0,-1) i jest prostopadły do wykresu funkcji f.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

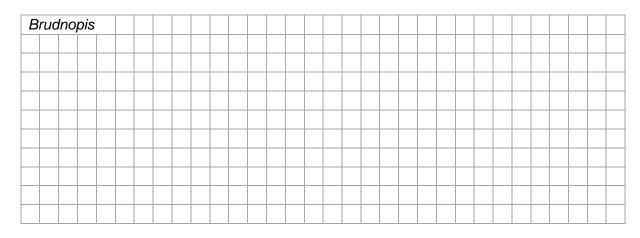
Wzorem funkcji g jest

A.
$$g(x) = x + 1$$

B.
$$g(x) = -x - 1$$

C.
$$g(x) = -x + 1$$

D.
$$g(x) = x - 1$$



Zadanie 27. (0-1)

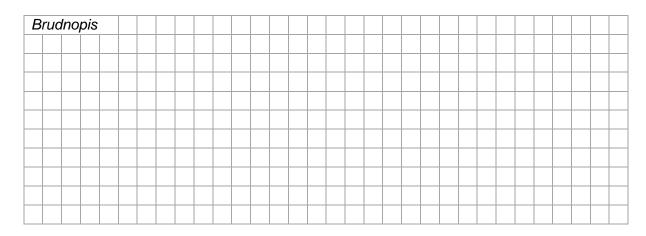
W kartezjańskim układzie współrzędnych (x,y) punkty A=(-1,5) oraz C=(3,-3) są przeciwległymi wierzchołkami kwadratu ABCD.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole kwadratu ABCD jest równe

A.
$$8\sqrt{10}$$

B.
$$16\sqrt{5}$$





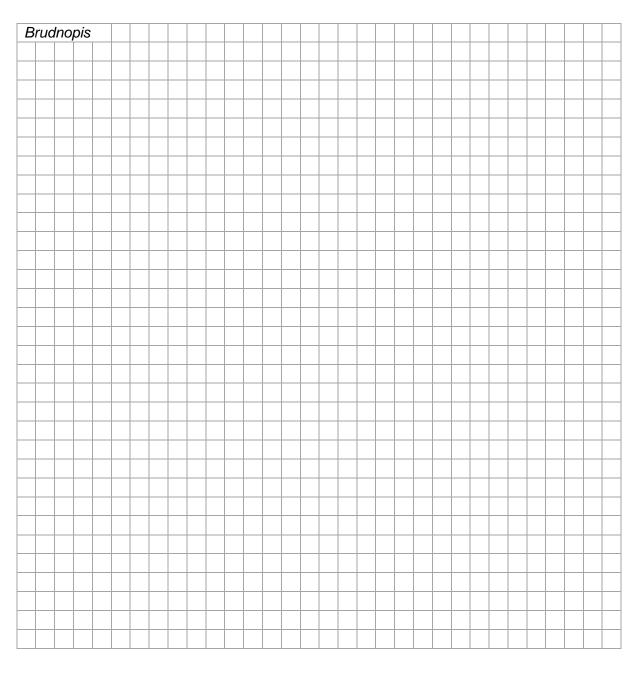
Zadanie 28. (0-1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x,y) dane są punkty A=(1,7) oraz P = (3, 1). Punkt P dzieli odcinek AB tak, że |AP| : |PB| = 1 : 3.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Punkt B ma współrzędne

- **A.** (9, -5)
- **B.** (9,-17) **C.** (7,-11) **D.** (5,-5)



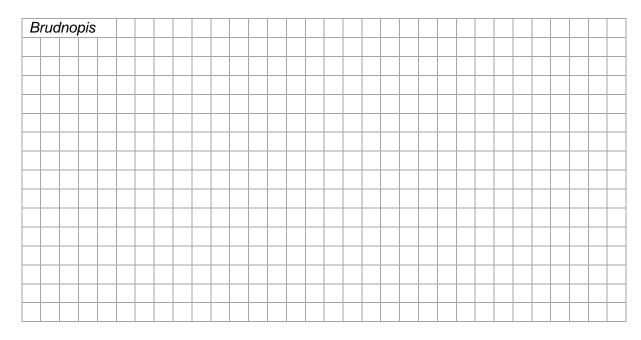
Zadanie 29.

Dany jest ostrosłup, którego podstawą jest kwadrat o boku 6. Jedna z krawędzi bocznych tego ostrosłupa ma długość 12 i jest prostopadła do płaszczyzny podstawy.

Zadanie 29.1. (0-1)

Uzupełnij zdanie. Wpisz odpowiednią wartość liczbową w wykropkowanym miejscu.

Objętość tego ostrosłupa jest równa



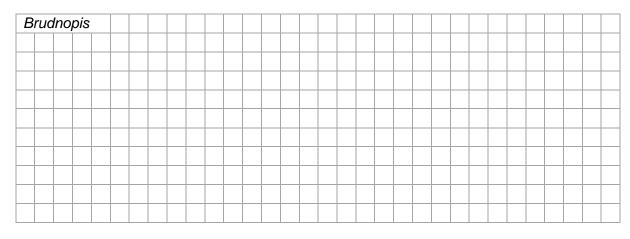
Zadanie 29.2. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Tangens kata nachylenia najdłuższej krawędzi bocznej tego ostrosłupa do płaszczyzny podstawy jest równy

A. $\sqrt{2}$

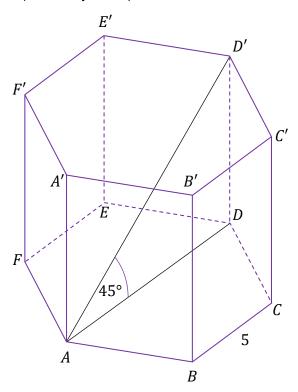
B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ **C.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **D.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$





Zadanie 30. (0-1)

Dany jest graniastosłup prawidłowy sześciokątny ABCDEFA'B'C'D'E'F', w którym krawędź podstawy ma długość 5. Przekątna AD' tego graniastosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 45° (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

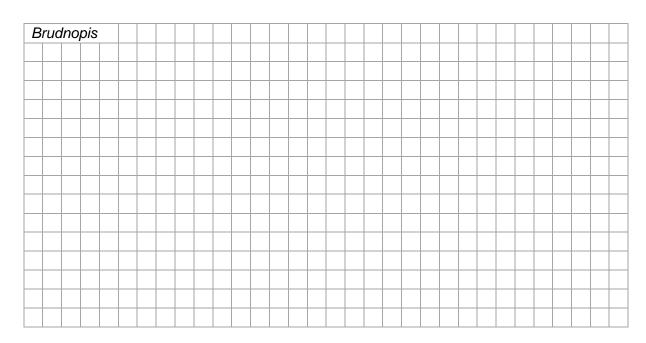
Pole ściany bocznej tego graniastosłupa jest równe

A. 12,5

B. 25

C. 50

D. 100



Zadanie 31. (0-1)

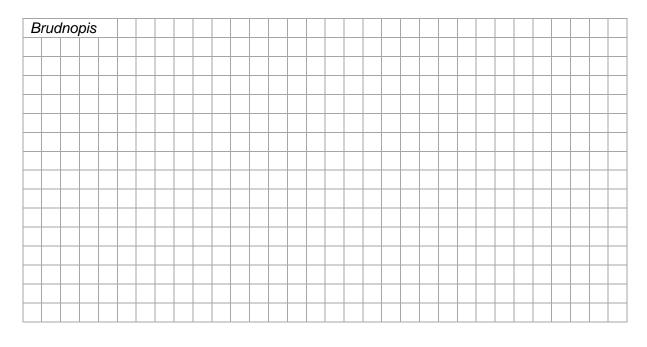
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich liczb naturalnych trzycyfrowych o sumie cyfr równej 3 jest

A. 8

- **B.** 4
- **C.** 5

D. 6



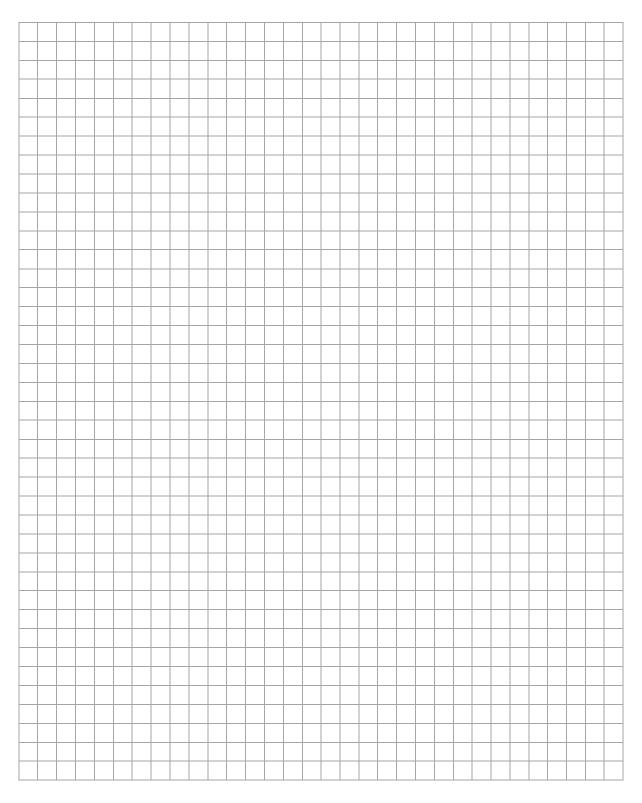


Zadanie 32. (0-2)

Ze zbioru ośmiu kolejnych liczb naturalnych – od 1 do 8 – losujemy kolejno bez zwracania dwa razy po jednej liczbie.

Niech $\it A$ oznacza zdarzenie polegające na tym, że suma wylosowanych liczb jest dzielnikiem liczby 8.

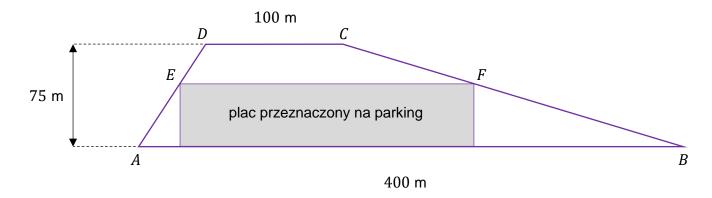
Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A. Zapisz obliczenia.



Zadanie 33. (0-4)

Działka ma kształt trapezu. Podstawy AB i CD tego trapezu mają długości |AB|=400 m oraz |CD|=100 m. Wysokość trapezu jest równa 75 m, a jego kąty DAB i ABC są ostre.

Z działki postanowiono wydzielić plac w kształcie prostokąta z przeznaczeniem na parking. Dwa z wierzchołków tego prostokąta mają leżeć na podstawie AB tego trapezu, a dwa pozostałe -E oraz F – na ramionach AD i BC trapezu (zobacz rysunek).

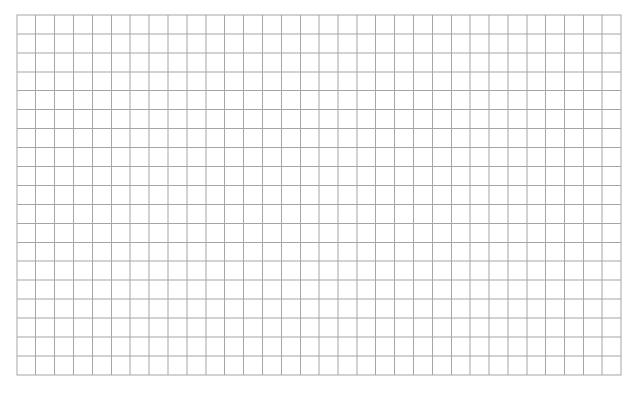


Wyznacz długości boków prostokąta, dla których powierzchnia wydzielonego placu będzie największa. Wyznacz tę największą powierzchnię. Zapisz obliczenia.

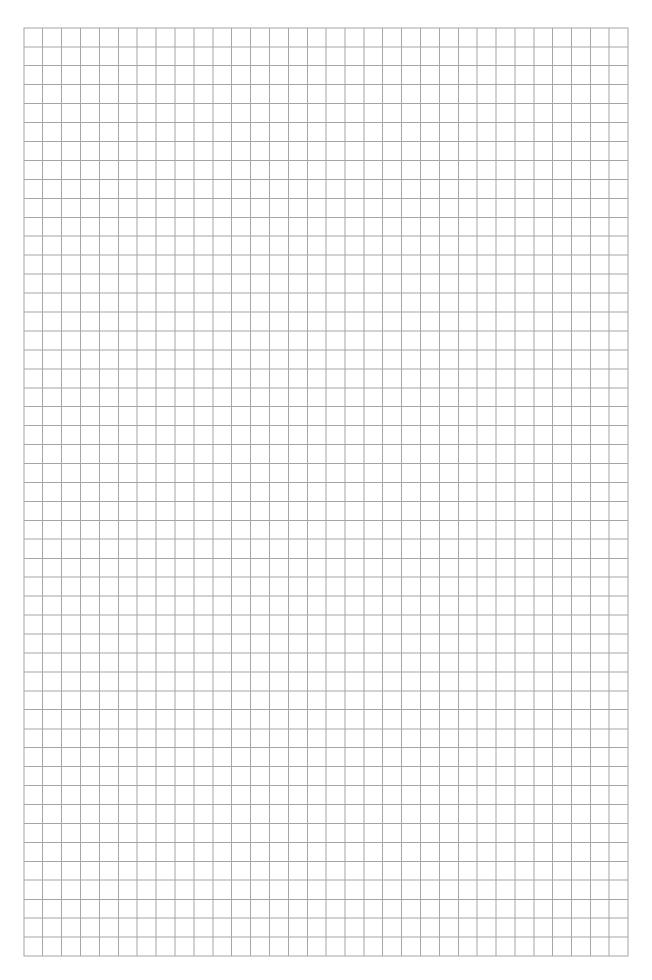
Wskazówka:

Aby powiązać ze sobą wymiary prostokąta, skorzystaj z tego, że pole trapezu ABCD jest sumą pól trapezów ABFE oraz EFCD:

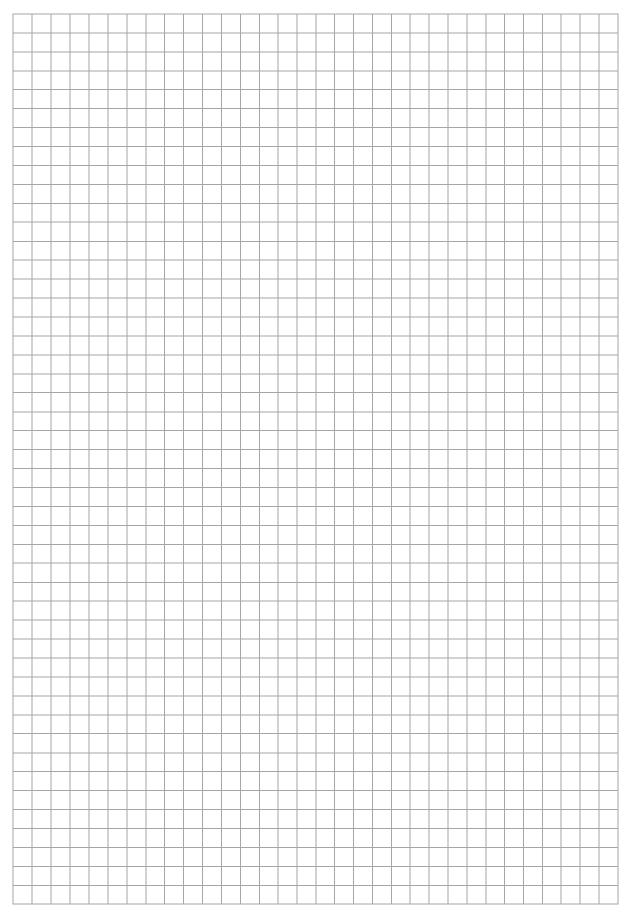
$$P_{ABCD} = P_{ABFE} + P_{EFCD}$$



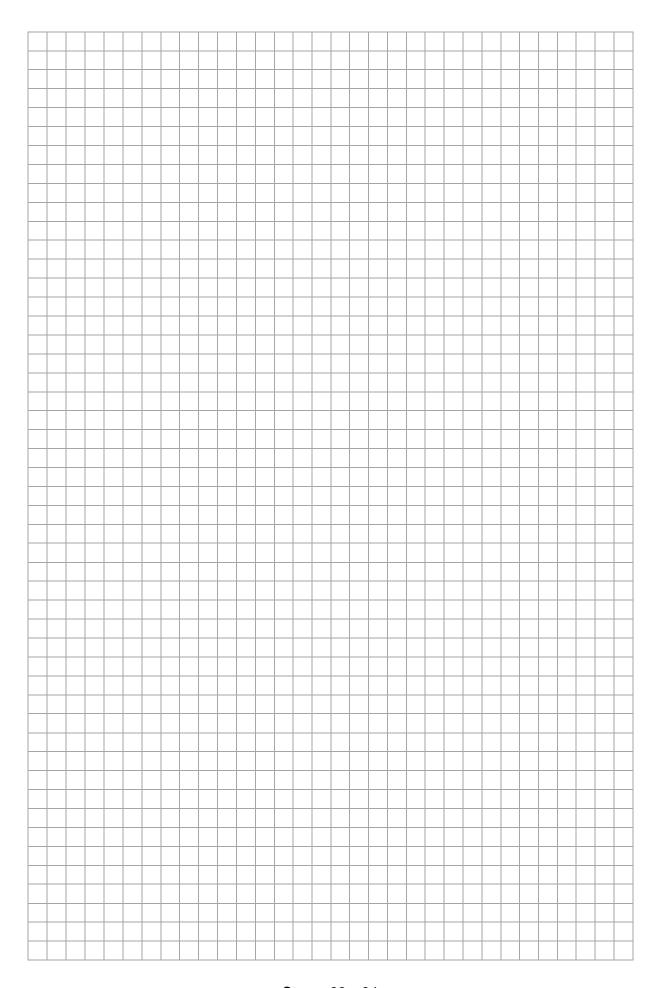


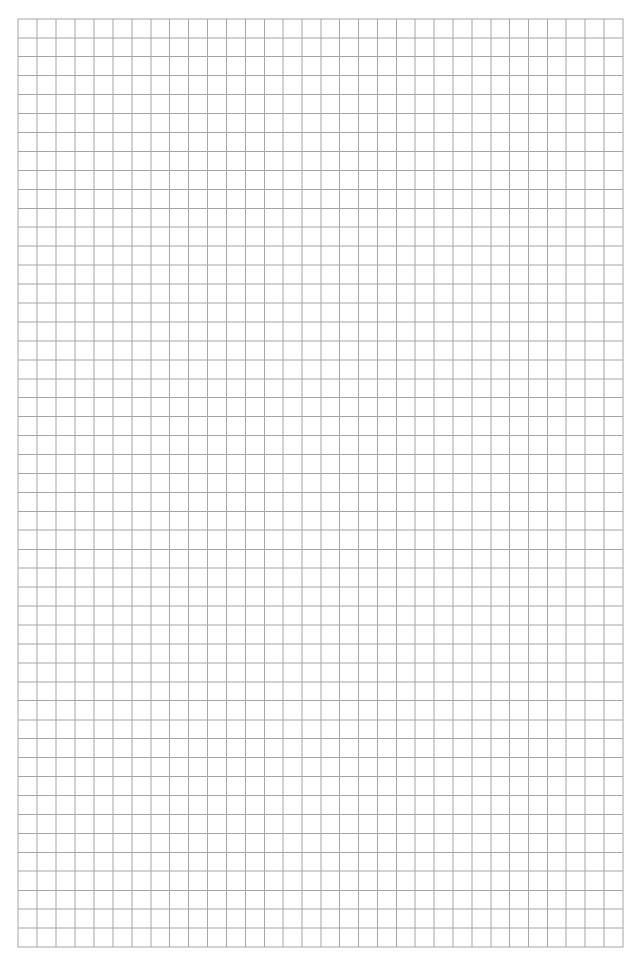


BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)











MATEMATYKA Poziom podstawowy

Formula 2023

MATEMATYKA Poziom podstawowy Formula 2023

MATEMATYKA Poziom podstawowy

Formula 2023