Санкт-Петербургский Политехнический Университет Петра Великого
Институт компьютерных наук и технологий

Кафедра компьютерных систем и программных технологий

Отчёт по лабораторной работе №1
Курс: «Основы Теории Управления»

Выполнил студент группы 43501/3 _______________ Круминьш Д.В.
(подпись)

Преподаватель _______________ Нестеров С.А.
(подпись)

Санкт-Петербург
2017 г.

1 Цель работы

Получение навыков по построению всех форм математических моделей, временных и частотных характеристик.

2 Программа работы

- Получить передаточную функцию.
- Решить ДУ.
- Получить частотные характеристики Найквиста и Боде.
- Получить переходную и весовую временные характеристики.
- Получить фазовую траекторию.

3 Индивидуальное задание

$a_0 = 0, a_1 = 10, b_0 = 10, b_1 = 0$

$x^{''} + 10x^{'} = 10u$
$x(0) = 0, x^{'}(0) = 0, u = 1(t)$

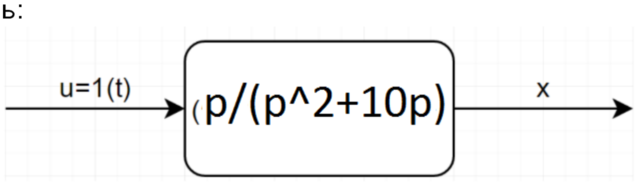
4 Ход работы

4.1 Получение передаточной функции

Уравнение уже приведено в линейный вид, следовательно можно сразу воспользоваться преобразованием Лапласа и получить передаточную функцию:

$x^{''} + 10x^{'} = 10u$
$xp^2 + 10xp = 10u$
$x(p^2 + 10p) = 10u$
$W(p) = \frac{x}{u} = \frac{10}{p^2+10p}$

Добавим входное воздействие, передаточную функцию и выходное воздействие на ВВ модель:



4.2 Решение дифференциального уравнения

$$u = 1(t) = \begin{cases} 1, t \geq 0 \\ 0, t < 0 \end{cases} \implies u' = \delta(t) = \begin{cases} \infty, t = 0 \\ 0, t \neq 0 \end{cases}$$

$$x'' + 10x' = \begin{cases} 10 \cdot 0, t < 0 \\ 10 \cdot 1, t \geq 0 \end{cases} = \begin{cases} 0, t < 0 \\ 10, t \geq 0 \end{cases}$$

Таким образом имеется два участка кусочной функции для решения ДУ.

Решим ДУ для случая $t < 0$ с помощью Matlab функции $dsolve$:

```
syms x(t) dx(t)
x(t) = dsolve(diff(x, t, 2) + 10 * diff(x, t) == 0)
```

В результате было получено:

$x(t < 0) = C_1 e^{-10t} + C_2 => x'(t < 0) = -10C_1 e^{-10t}$

Аналогичным образом решим ДУ для случая $t >= 0$:

```
syms x(t) dx(t)
x(t) = dsolve(diff(x, t, 2) + 10 * diff(x, t) == 10)
```

В результате было получено:

$x(t > 0) = C_1 e^{-10t} + C_2 + t => x'(t > 0) = 1 - 10C_1 e^{-10t}$

4.3 Частотные характеристики

$W(jf) = \frac{10}{10jf - f^2} = \frac{10(10jf + f^2)}{(10jf - f^2)(10jf + f^2)} = \frac{100jf + 10f^2}{-100f^2 - f^4} = \frac{100j + 10f}{-100f - f^3} = \frac{10}{-100 - f^2} + \frac{100j}{-100f - f^3}$

$u(f) = real(W(jf)) = \frac{10}{-100 - f^2}$

$v(f) = imagine(W(jf)) = \frac{100j}{-100f - f^3}$

$A(f) = \sqrt{u^2(f) + v^2(f)}$

$\alpha(f) = 20lgA(f)$

Построим диаграмму Найквиста с помощью Matlab функции $nyquist$:

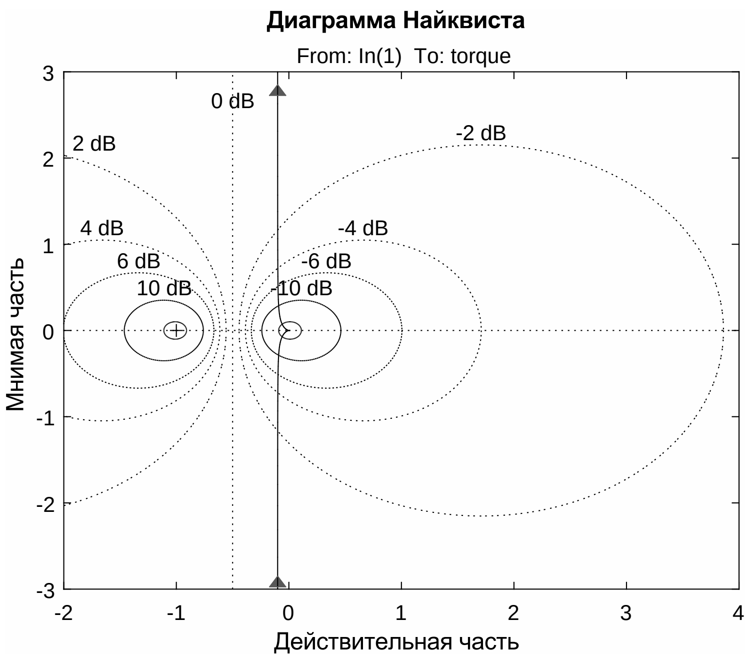


Рис. 1: Диаграмма Найквиста

Построим диаграмму Боде с помощью Matlab функции $bode$:

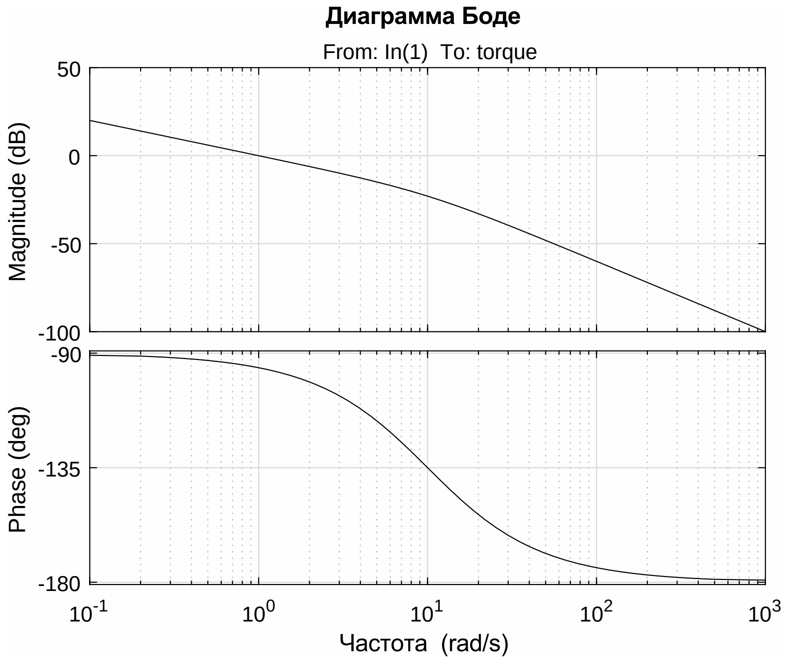


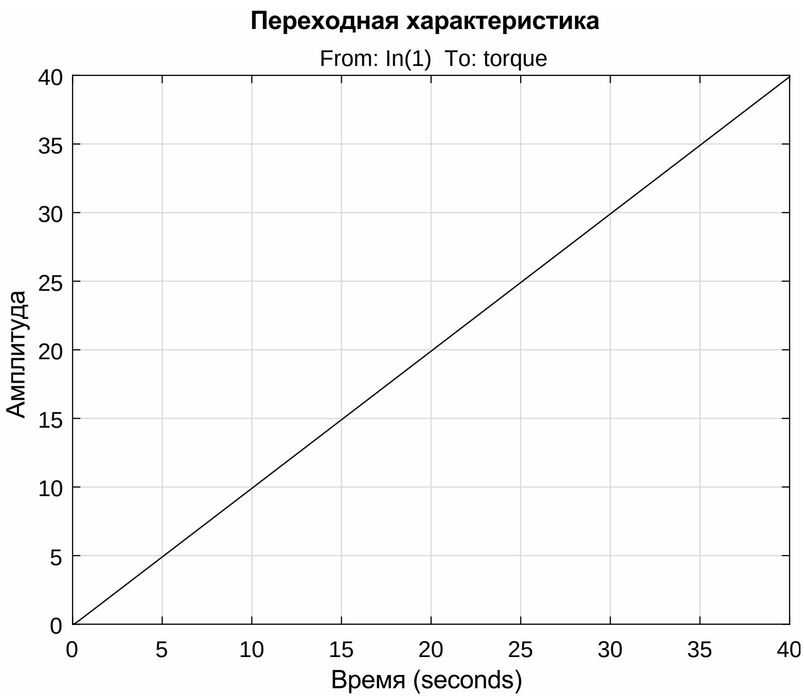
Рис. 2: Диаграмма Боде

Наблюдается наклон в -20 дБ/декаду, затем в точке среза с магнитудой -21.8 дБ, наклон стал равным -40 дБ/декаду.

4.4 Временные характеристики

$h(t) = L^{-1}(\frac{W(p)}{p}) = L^{-1}(\frac{10}{p^2(p+10)}) = L^{-1}(\frac{10}{10p^2} + \frac{10}{100(p+10)} - \frac{10}{100p}) = \frac{10t}{10} + \frac{10e^{-10t}}{100} - \frac{10}{100}$
$w(t) = \frac{dh(t)}{dt} = 1 - e^{-10t}$

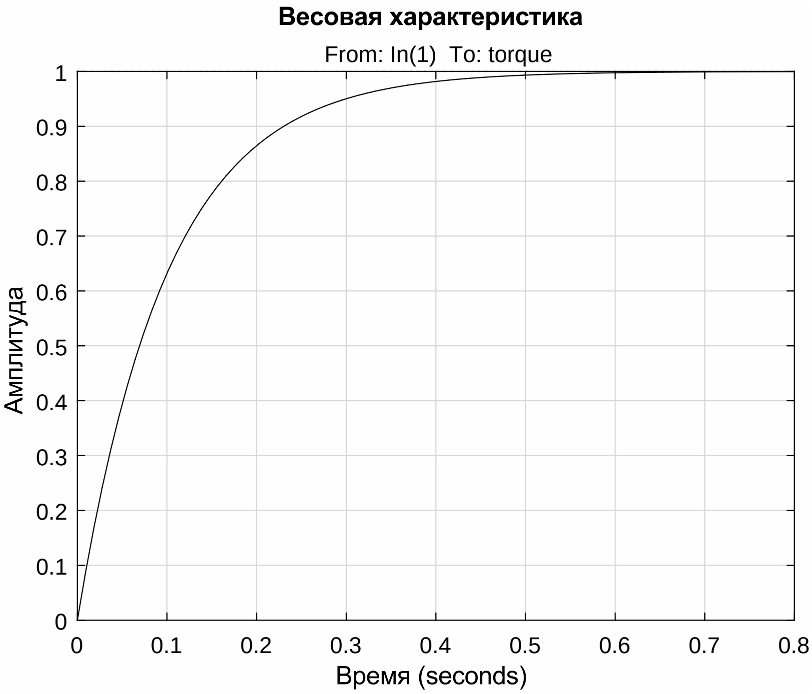
Построим переходную характеристика с помощью Matlab функции $step$:



Время	Амплитуда
0	0
5	4,9
10	9,9
15	14,9
20	19,9
25	24,9
30	29,9
35	34,9
40	39,9

Рис. 3: Переходная характеристика

Построим весовую характеристика с помощью Matlab функции $impulse$:



Время	Амплитуда
0	0
0,1	0,63
0,2	0,86
0,3	0,95
0,4	0,98
0,5	0,99
0,6	1
0,7	1
0,8	1

Рис. 4: Переходная характеристика

4.5 Фазовый портрет

Выполним замену переменной:

$Y = x'(t), X = x(t)$

Тогда ДУ преобразовывается к следующей системе

$$x'' + 10x' = 0 \Longrightarrow \begin{cases} Y' = -10Y \\ X' = Y \end{cases}$$

После этого преобразования можно рассчитать фазовый портрет системы. Расчет численных значений $x(t)$ и $x'(t)$ производится с помощью Matlab функции $ode45$:

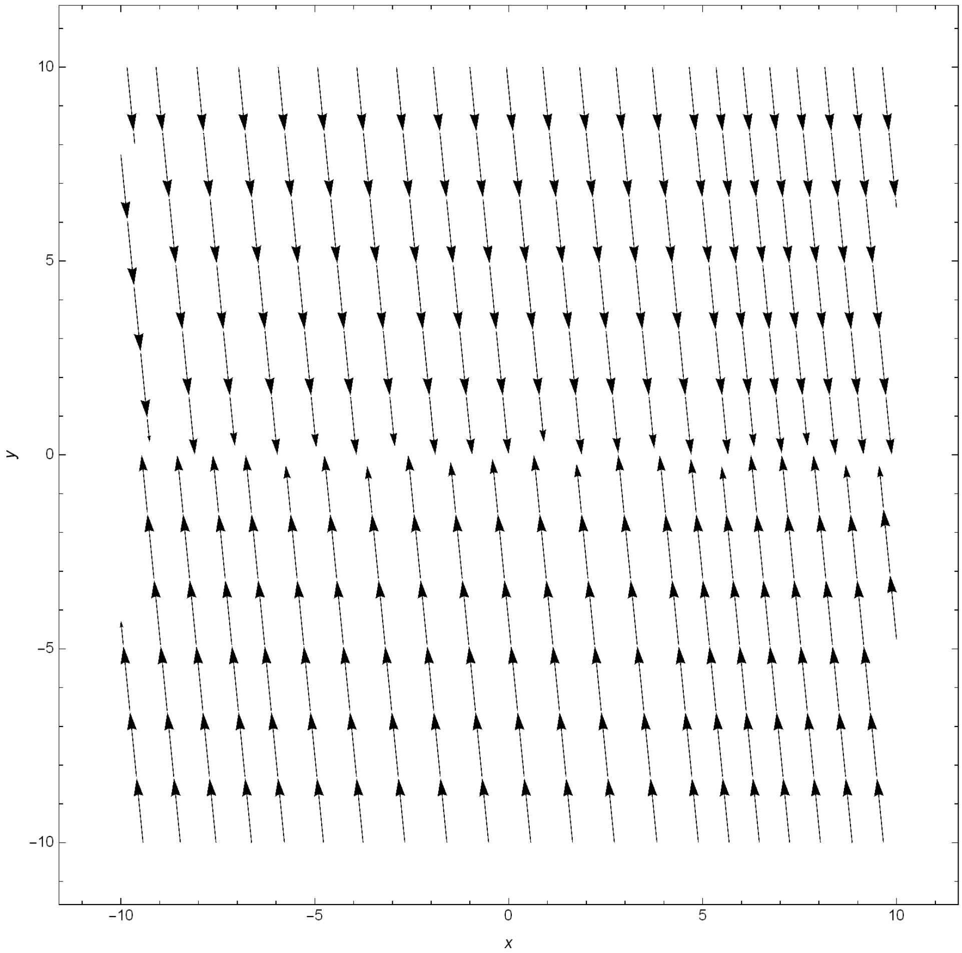


Рис. 5: Фазовый портрет траектории

Из графика видно, что фазовые траектории представляют собой прямые линии, докажем это. В результате решения ДУ было получено:

$x(t \leq 0) = C_1 e^{-10t} + C_2 => x'(t \leq 0) = -10 C_1 e^{-10t}$

Таким образом:

$x'(t \leq 0) = 10C_2 - 10x(t \leq 0)$

Тангенс наклона прямых линий равен $tg(k) = -10$.

5 Вывод

В ходе данной работы были получены функции и характеристики для системы, заданной линейным ДУ и начальными условиями.

Работа проводилась с использованием Matlab, из-за наличия в нем математических функций, методов симуляции и т.д.

Были получены:

- Диаграмма Найквиста (АФЧХ)
- Диаграмма Боде (ЛАФЧХ)
- Переходная функция
- Весовая функция
- Фазовый портрет траектории

Результаты показали что:

- Из диаграммы Найквиста следует что, заданная система является устойчивой;
- Передаточной функции соответствует инерционное интегрирующее звено;
- Фазовые траектории, также показали что система является устойчивой.