

Algoritma Strategi *Greedy*

Dr. Achmad Ridok, M.Kom dan Tim DAA

Bahasan

- **Definisi Algoritma Strategi Greedy**
- **Contoh-contoh Strategi Greedy**
 - Contoh 1. Masalah penukaran uang
 - Contoh 2. Penjadwalan Sistem
 - Contoh 3. *Integer Knapsack*
 - Contoh 4. Fractional Knapsack
 - Contoh 5. Pohon Merentang Minimum (MST)
 - Contoh 6. Lintasan Terpendek
 - Contoh 7. Huffman Code
- **Latihan**

Metode Greedy : Definisi

- **Algoritme yang selalu mengambil solusi langsung, atau lokal, terbaik saat menemukan jawaban. Algoritme Greedy (serakah) akan selalu menemukan solusi optimal secara keseluruhan atau global untuk beberapa masalah pengoptimalan, tetapi mungkin menemukan solusi yang kurang optimal untuk beberapa contoh masalah lainnya.**

Metode Greedy : Definisi

- Greedy = rakus, tamak, loba, ...
- Prinsip greedy: “take what you can get now!”.
- Algoritma greedy membentuk solusi langkah per langkah (step by step).
- Pada setiap langkah, terdapat banyak pilihan yang perlu dieksplorasi.
- Oleh karena itu, pada setiap langkah harus dibuat keputusan yang terbaik dalam menentukan pilihan.
- Pada setiap langkah, kita membuat pilihan optimum lokal (local optimum)
- dengan harapan bahwa langkah sisanya mengarah ke solusi optimum global (global optimum).

Metode Greedy : Definisi

- Algoritma *greedy* merupakan metode yang paling populer untuk memecahkan persoalan optimasi.
- Persoalan optimasi (*optimization problems*):
 - ➔ persoalan mencari solusi optimum.
- Hanya ada dua macam persoalan optimasi:
 1. Maksimasi (*maximization*)
 2. Minimasi (*minimization*)

Metode Greedy : Definisi

- **Jika tidak ada algoritma Greedy yang selalu menemukan solusi optimal untuk suatu masalah, seseorang mungkin harus mencari (secara eksponensial) banyak solusi yang mungkin untuk menemukan solusi optimal.**
- **Algoritme greedy biasanya lebih cepat, karena tidak mempertimbangkan alternatif yang mungkin.**

Elemen-elemen algoritma greedy:

1. Himpunan kandidat, C .
2. Himpunan solusi, S
3. Fungsi seleksi (*selection function*)
4. Fungsi kelayakan (*feasible*)
5. Fungsi obyektif

Dengan kata lain:

algoritma *greedy* melibatkan pencarian sebuah himpunan bagian, S , dari himpunan kandidat, C ; yang dalam hal ini, S harus memenuhi beberapa kriteria yang ditentukan, yaitu menyatakan suatu solusi dan S dioptimisasi oleh fungsi obyektif.

Pada masalah penukaran uang:

- ▣ *Himpunan kandidat*: himpunan koin yang merepresentasikan nilai 1, 5, 10, 25, paling sedikit mengandung satu koin untuk setiap nilai.
- ▣ *Himpunan solusi*: total nilai koin yang dipilih tepat sama jumlahnya dengan nilai uang yang ditukarkan.
- ▣ *Fungsi seleksi*: pilihlah koin yang bernilai tertinggi dari himpunan kandidat yang tersisa.
- ▣ *Fungsi layak*: memeriksa apakah nilai total dari himpunan koin yang dipilih tidak melebihi jumlah uang yang harus dibayar.
- ▣ *Fungsi obyektif*: jumlah koin yang digunakan minimum.

Algoritma greedy

```
function greedy(input C: himpunan_kandidat) → himpunan_kandidat
```

Deklarasi

```
  x : kandidat
```

```
  S : himpunan_kandidat
```

Algoritma:

```
  S ← {}    { inisialisasi S dengan kosong }
```

```
  while (not SOLUSI(S)) and (C ≠ {} ) do
```

```
    x ← SELEKSI(C) {pilih sebuah kandidat dari C}
```

```
    C ← C - {x} {elemen himpunan kandidat berkurang satu }
```

```
    if LAYAK(S ∪ {x}) then
```

```
      S ← S ∪ {x}
```

```
    endif
```

```
  endwhile {SOLUSI(S) or C = {}}
```

```
  if SOLUSI(S) then return S
```

```
  else output('tidak ada solusi')
```

```
endif
```


Contoh persoalan optimasi

(Masalah Penukaran Uang):
Diberikan uang senilai A . Tukar A dengan koin-koin uang yang ada. Berapa jumlah minimum koin yang diperlukan untuk penukaran tersebut?

➔ Persoalan minimasi

Contoh 1: tersedia banyak koin 1, 5, 10, 25

- Uang senilai $A = 32$ dapat ditukar dengan banyak cara berikut:

$$32 = 1 + 1 + \dots + 1 \quad (32 \text{ koin})$$

$$32 = 5 + 5 + 5 + 5 + 10 + 1 + 1 (7 \text{ koin})$$

$$32 = 10 + 10 + 10 + 1 + 1 (5 \text{ koin})$$

... dst

- Minimum: $32 = 25 + 5 + 1 + 1$ (4 koin)

Algoritma Strategi Greedy

Algoritma *greedy* : memecahkan masalah langkah per Langkah, pada setiap langkah:

1. mengambil pilihan yang terbaik yang dapat diperoleh pada saat itu tanpa memperhatikan konsekuensi ke depan (prinsip "*take what you can get now!*")
2. berharap bahwa dengan memilih optimum lokal pada setiap langkah akan berakhir dengan optimum global.

- Contoh masalah penukaran uang:
Strategi *greedy*:

Pada setiap langkah, pilihlah koin dengan nilai terbesar dari himpunan koin yang tersisa.

- Misal: $A = 32$, tersedia koin: 1, 5, 10, dan 25

Langkah 1: pilih 1 buah koin 25 (Total = 25)

Langkah 2: pilih 1 buah koin 5

(Total = $25 + 5 = 30$)

Langkah 3: pilih 2 buah koin 1

(Total = $25+5+1+1= 32$)

- Solusi: Jumlah koin minimum = 4 (solusi optimal!)

Contoh 1. Masalah penukaran uang

- ▣ **Warning:** Optimum global belum tentu merupakan solusi optimum (terbaik), tetapi *sub-optimum* atau *pseudo-optimum*.
- ▣ Alasan:
 1. Algoritma *greedy* tidak beroperasi secara menyeluruh terhadap semua alternatif solusi yang ada (sebagaimana pada metode *exhaustive search*).
 2. Terdapat beberapa fungsi SELEKSI yang berbeda, sehingga kita harus memilih fungsi yang tepat jika kita ingin algoritma menghasilkan solusi optimal.
- ▣ Jadi, pada sebagian masalah algoritma *greedy* tidak selalu berhasil memberikan solusi yang optimal.

Contoh : tinjau masalah penukaran uang.

- Koin: 5, 4, 3, dan 1
Uang yang ditukar = 7.
Solusi *greedy*: $7 = 5 + 1 + 1$ (3 koin)
Solusi optimal: $7 = 4 + 3$ (2 koin)
- Koin: 10, 7, 1
Uang yang ditukar: 15
Solusi *greedy*: $15 = 10 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$ (6 koin)
Solusi optimal: $15 = 7 + 7 + 1$ (3 koin)
- Koin: 15, 10, dan 1
Uang yang ditukar: 20
Solusi *greedy*: $20 = 15 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$ (6 koin)
Solusi optimal: $20 = 10 + 10$ (2 koin)

Contoh 1. Masalah penukaran uang (Injt)

▣ Untuk sistem mata uang dollar AS, euro Eropa, dan *crown* Swedia, algoritma *greedy* selalu memberikan solusi optimum.

▣ Contoh: Uang \$6,39 ditukar dengan uang kertas (*bill*) dan koin sen (*cent*), kita dapat memilih:

- Satu buah uang kertas senilai \$5
- Satu buah uang kertas senilai \$1
- Satu koin 25 sen
- Satu koin 10 sen
- Empat koin 1 sen

$$\begin{aligned} \$5 + \$1 + 25c + 10c + 1c + 1c + 1c + 1c = \\ \$6,39 \end{aligned}$$

- Jika jawaban terbaik mutlak tidak diperlukan, maka algoritma *greedy* sering berguna untuk menghasilkan solusi hampiran (*approximation*), daripada menggunakan algoritma yang lebih rumit untuk menghasilkan solusi yang eksak.
- Bila algoritma *greedy* optimum, maka keoptimalannya itu dapat dibuktikan secara matematis

Contoh 1. Masalah penukaran uang (Injt)

Masalah penukaran uang

- Nilai uang yang ditukar: A
- Himpunan koin : $\{d_1, d_2, \dots, d_n\}$.
- Himpunan solusi: $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$,
- $x_i = 1$ jika d_i dipilih, $x_i = 0$ jika d_i tidak dipilih.

Obyektif persoalan adalah

Minimisasi $F = \sum_{i=1}^n x_i$ (fungsi obyektif)

dengan kendala $\sum_{i=1}^n d_i x_i = A$

Penyelesaian dengan *exhaustive search*

- Terdapat 2^n kemungkinan solusi (nilai-nilai $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$)
- Untuk mengevaluasi fungsi obyektif $= O(n)$
- Kompleksitas algoritma *exhaustive search* seluruhnya $= O(n \cdot 2^n)$.

Contoh 1. Masalah penukaran uang (Injt)

Strategi *greedy*:

- Pada setiap langkah, pilih koin dengan nilai terbesar dari himpunan koin yang tersisa.
- urutkan himpunan koin dalam urutan yang menurun : $O(n)$.
- tidak selalu optimal

```
function TukarCoin(input C : koinSet, A : integer) → koinSet
```

```
Deklarasi
```

```
    S : koinSet
```

```
    x : koin
```

```
Algoritma
```

```
    S ← {}
```

```
    while ( $\sum(\text{nilai2 semua koin di S}) \neq A$ ) and ( $C \neq \{\}$ ) do
```

```
        x ← koin dengan nilai terbesar
```

```
        C ← C - {x}
```

```
        if ( $\sum(\text{nilai koin di S}) + \text{nilai koin x} \leq A$ ) then
```

```
            S ← S ∪ {x}
```

```
        endif
```

```
    endwhile
```

```
    if ( $\sum(\text{nilai2 koin di dalam S}) = A$ ) then return S
```

```
    else output('tidak ada solusi')
```

```
    endif
```

Contoh 2. Penjadwalan Sistem

- **Persoalan:** Sebuah *server* (dapat berupa *processor*, pompa, kasir di bank, dll) mempunyai n pelanggan (*customer*, *client*) yang harus dilayani. Waktu pelayanan untuk setiap pelanggan i adalah t_i .

Minimumkan total waktu di dalam sistem:

$$T = \sum_{i=1}^n t_i \quad (\text{waktu di dalam sistem})$$

- Ekuivalen dengan meminimumkan waktu rata-rata pelanggan di dalam sistem.

Contoh 3: Tiga pelanggan dengan

$$t_1 = 5, \quad t_2 = 10, \quad t_3 = 3,$$

Enam urutan pelayanan yang mungkin:

=====

Urutan T

=====

$$1, 2, 3: \quad 5 + (5 + 10) + (5 + 10 + 3) = 38$$

$$1, 3, 2: \quad 5 + (5 + 3) + (5 + 3 + 10) = 31$$

$$2, 1, 3: \quad 10 + (10 + 5) + (10 + 5 + 3) = 43$$

$$2, 3, 1: \quad 10 + (10 + 3) + (10 + 3 + 5) = 41$$

$$\underline{3, 1, 2: \quad 3 + (3 + 5) + (3 + 5 + 10) = 29 \leftarrow (\text{optimal})}$$

$$3, 2, 1: \quad 3 + (3 + 10) + (3 + 10 + 5) = 34$$

=====

Contoh 2. Penjadwalan Sistem

Solusi Exhaustive Search:

- Urutan pelanggan yang dilayani oleh server merupakan suatu permutasi . Jika ada n orang pelanggan, maka terdapat $n!$
- urutkan pelanggan untuk mengevaluasi fungsi obyektif : $O(n)$
- Kompleksitas algoritma *exhaustive search* = $O(nn!)$

Solusi Greedy :

Strategi greedy: Pada setiap langkah, pilih pelanggan yang membutuhkan waktu pelayanan terkecil di antara pelanggan lain yang belum dilayani.

Contoh 2. Penjadwalan Sistem (lanjt)

- Algoritma *greedy* untuk penjadwalan pelanggan akan selalu menghasilkan solusi optimum.
- Teorema. Jika $t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_n$ maka pengurutan $i_j = j$, $1 \leq j \leq n$ meminimumkan

$$T = \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^k t_{i_j}$$

untuk semua kemungkinan permutasi i_j .

```
function Penjadwalan (input C :  
objekSet) → objekSet
```

Deklarasi

S : objekSet

i : Objek

Algoritma

S ← {}

while (C ≠ {}) do

 i ← objek dengan t[i] terkecil

 C ← C - {i}

 S ← S ∪ {i}

endwhile

return S

Contoh 3. *Integer Knapsack*

Maksimasi $F = \sum_{i=1}^n p_i x_i$

dengan kendala (*constraint*)

$$\sum_{i=1}^n w_i x_i \leq K$$

yang dalam hal ini, $x_i = 0$ atau 1 , $i = 1, 2, \dots, n$

Contoh 3. *Integer Knapsack (Lanjt)*

Solusi *exhaustive search*:

- Sudah dijelaskan pada pembahasan *exhaustive search*.
- Kompleksitas algoritma *exhaustive search* untuk persoalan ini = $O(n \cdot 2^n)$.

Solusi *greedy* :

- Masukkan objek satu per satu ke dalam *knapsack*. Sekali objek dimasukkan ke dalam *knapsack*, objek tersebut tidak bisa dikeluarkan lagi.
- Terdapat beberapa strategi *greedy* yang heuristik yang dapat digunakan untuk memilih objek yang akan dimasukkan ke dalam *knapsack*:

Contoh 3. *Integer Knapsack (Lanjt)*

1. *Greedy by profit.*

- Pada setiap langkah, pilih objek yang mempunyai keuntungan terbesar.
- Mencoba memaksimumkan keuntungan dengan memilih objek yang paling menguntungkan terlebih dahulu.

2. *Greedy by weight.*

- Pada setiap langkah, pilih objek yang mempunyai berat teringan.
- Mencoba memaksimumkan keuntungan dengan memasukkan sebanyak mungkin objek ke dalam *knapsack*.

3. *Greedy by density.*

- Pada setiap langkah, *knapsack* diisi dengan objek yang mempunyai p_i / w_i terbesar.
- Mencoba memaksimumkan keuntungan dengan memilih objek yang mempunyai keuntungan per unit berat terbesar.

Pemilihan objek berdasarkan salah satu dari ketiga strategi di atas tidak menjamin akan memberikan solusi optimal.

Contoh 3. *Integer Knapsack (Lanjt)*

Contoh 1

$w_1 = 6$; $p_1 = 12$; $w_2 = 5$; $p_2 = 15$;

$w_3 = 10$; $p_3 = 50$; $w_4 = 5$; $p_4 = 10$

Kapasitas *knapsack* $K = 16$

Properti objek				<i>Greedy by</i>			Solusi
i	w_i	p_i	p_i/w_i	<i>profit</i>	<i>weight</i>	<i>density</i>	Optimal
1	6	12	2	0	1	0	0
2	5	15	3	1	1	1	1
3	10	50	5	1	0	1	1
4	5	10	2	0	1	0	0
Total bobot				15	16	15	15
Total keuntungan				65	37	65	65

- Solusi optimal: $X = (0, 1, 1, 0)$
- *Greedy by profit* dan *greedy by density* memberikan solusi optimal!

Contoh 3. *Integer Knapsack (Lanjt)*

Contoh 2.

$w_1 = 100$; $p_1 = 40$;

$w_2 = 50$; $p_2 = 35$;

$w_3 = 45$; $p_3 = 18$;

$w_4 = 20$; $p_4 = 4$;

$w_5 = 10$; $p_5 = 10$;

$w_6 = 5$; $p_6 = 2$

Kapasitas *knapsack* $K = 100$

✓ Ketiga strategi gagal memberikan solusi optimal!

Properti objek				<i>Greedy by</i>			Solusi Optimal
i	w_i	p_i	p_i/w_i	<i>profit</i>	<i>weight</i>	<i>density</i>	
1	100	40	0,4	1	0	0	0
2	50	35	0,7	0	0	1	1
3	45	18	0,4	0	1	0	1
4	20	4	0,2	0	1	1	0
5	10	10	1,0	0	1	1	0
6	5	2	0,4	0	1	1	1
Total bobot				100	80	85	100
Total keuntungan				40	34	51	55

Kesimpulan: Algoritma *greedy* tidak selalu berhasil menemukan solusi optimal untuk masalah 0/1 *Knapsack*.

Contoh 4. Fractional Knapsack

$$\text{Maksimasi } F = \sum_{i=1}^n p_i x_i$$

dengan kendala (*constraint*)

$$\sum_{i=1}^n w_i x_i \leq K$$

yang dalam hal ini, $0 \leq x_i \leq 1$, $i = 1, 2, \dots, n$

Contoh 4. Fractional Knapsack (Lanjut)

Solusi *exhaustive search*:

- Oleh karena $0 \leq x_i \leq 1$, maka terdapat tidak berhingga nilai-nilai x_i .
- Persoalan *Fractional Knapsack* menjadi malar (*continuous*) sehingga tidak mungkin dipecahkan dengan algoritma *exhaustive search*.

Solusi *greedy*:

- Ketiga strategi *greedy* yang telah disebutkan di atas dapat digunakan untuk memilih objek yang akan dimasukkan ke dalam *knapsack*.

Contoh 4. Fractional Knapsack (Lanjut)

Contoh

$w_1 = 18; \quad p_1 = 25;$

$w_2 = 15; \quad p_2 = 24$

$w_3 = 10; \quad p_3 = 15$

Kapasitas *knapsack* $K = 20$

Solusi optimal:

$X = (0, 1, 1/2)$ dengan
keuntungan maksimum =
31,5.

Properti objek				<i>Greedy by</i>		
i	w_i	p_i	p_i/w_i	<i>profit</i>	<i>weight</i>	<i>density</i>
1	18	25	1,4	1	0	0
2	15	24	1,6	2/15	2/3	1
3	10	15	1,5	0	1	1/2
Total bobot				20	20	20
Total keuntungan				28,2	31,0	31,5

Contoh 4. Fractional Knapsack (Lanjut)

- ▣ Strategi pemilihan objek berdasarkan densitas p_i/w_i terbesar akan selalu memberikan solusi optimal.
- ▣ Agar proses pemilihan objek berikutnya optimal, maka kita urutkan objek berdasarkan p_i/w_i yang menurun, sehingga objek berikutnya yang dipilih adalah objek sesuai dalam urutan itu.
- ▣ Teorema 3.2. Jika $p_1/w_1 \geq p_2/w_2 \geq \dots \geq p_n/w_n$ maka algoritma *greedy* dengan strategi pemilihan objek berdasarkan p_i/w_i terbesar menghasilkan solusi yang optimum.

Algoritma fractional knapsack:

1. Hitung harga p_i/w_i , $i = 1, 2, \dots, n$
2. Urutkan seluruh objek berdasarkan nilai p_i/w_i dari besar ke kecil
3. Panggil FractionalKnapsack

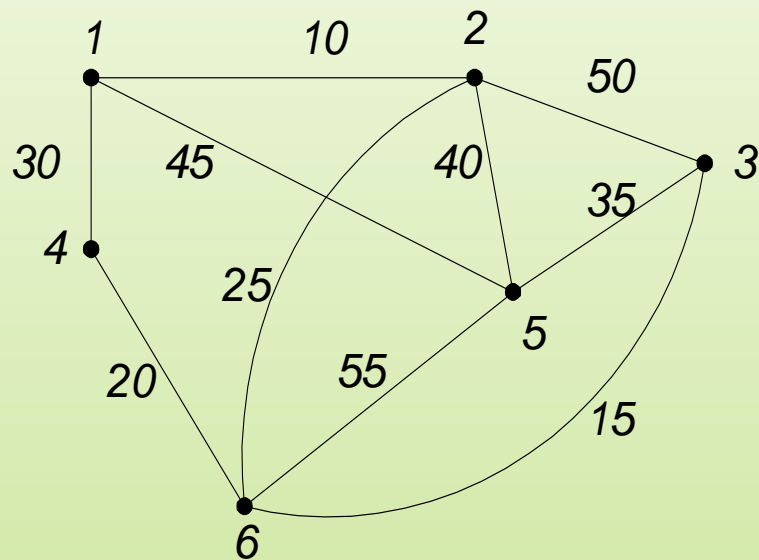
Contoh 4. Fractional Knapsack (Lanjut)

```
function FKnapsack(  
    input C : objek2, K : real) →  
    solusi2  
Deklarasi  
    i, TotalBobot : integer;  
    MasihMuatUtuh : boolean  
    x : himpunan_solusi  
Algoritma:  
    for i ← 1 to n do  
        x[i] ← 0 {inisialisaso}  
    endfor  
    i ← 0; TotalBobot ← 0;  
    MasihMuatUtuh ← true
```

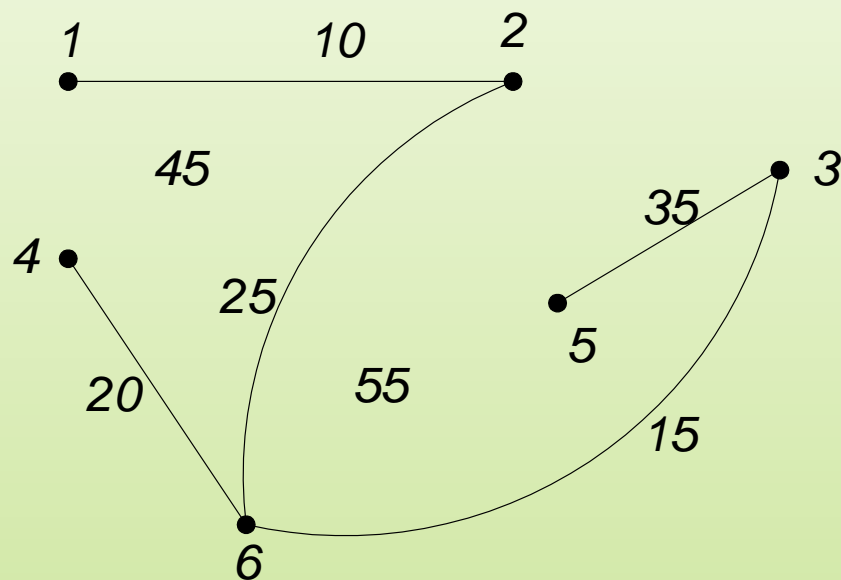
```
while (i ≤ n) and (MasihMuatUtuh) do  
    i ← i + 1 { tinjau objek ke-i }  
    if TotalBobot + C.w[i] ≤ K then  
        {objek i masukkan ke knapsack}  
        x[i] ← 1  
        TotalBobot ← TotalBobot + C.w[i]  
    else  
        MasihMuatUtuh ← false  
        x[i] ← (K - TotalBobot)/C.w[i]  
    endif  
endwhile { i > n or not MasihMuatUtuh }  
return x
```

Kompleksitas waktu algoritma = $O(n)$.

Contoh 5. Pohon Merentang Minimum (MST)



(a) Graf $G = (V, E)$



(b) Pohon merentang minimum

Contoh 5. MST (Lanjutan)

Algoritma Prim (Strategi greedy) :

Pada setiap langkah, pilih sisi e dari graf $G(V, E)$ yang mempunyai bobot terkecil dan bersisian dengan simpul-simpul di T tetapi e tidak membentuk sirkuit di T .

- Kompleksitas algoritma: $O(n^2)$

```
//total 2|E| times  
//membership bit  
//Decrease-Key
```

$Q \leftarrow V(G)$

for each $u \in Q$ do $key(u) \leftarrow \infty$

$key(r) \leftarrow 0; \pi(r) \leftarrow \text{Nil};$

while $Q \neq \emptyset$ do

$u \leftarrow \text{Extract-Min}(Q)$

 for each v adjacent to u do

 if $v \in Q$ and $w(u, v) < key(v)$

 then $\pi(v) \leftarrow u;$

$key(v) \leftarrow w(u, v)$

Priority queue \leftarrow binary heap

 ▪ Extract-Min, Decrease-Key = $O(\log |V|)$

▣ Total run-time = $O(|E| \log |V|)$

Contoh 5. MST (Lanjutan)

- **MST (G) =**
 - **pohon:** subgraf asiklik dari G
 - **spanning:** spans (menghubungkan) semua simpul dari G
 - memiliki bobot total minimum = jumlah bobot sisi
- **G adalah matroid \rightarrow GA memberikan pohon rentang maksimum**
 - bagaimana GA dapat menemukan pohon rentang minimum?
- **Seleksi Greedy edge**
 - **Kruskal:** antara dua komponen yang terhubung
 - **Prim's:** from connected component to new vertex

- **Strategi *greedy* yang digunakan:**

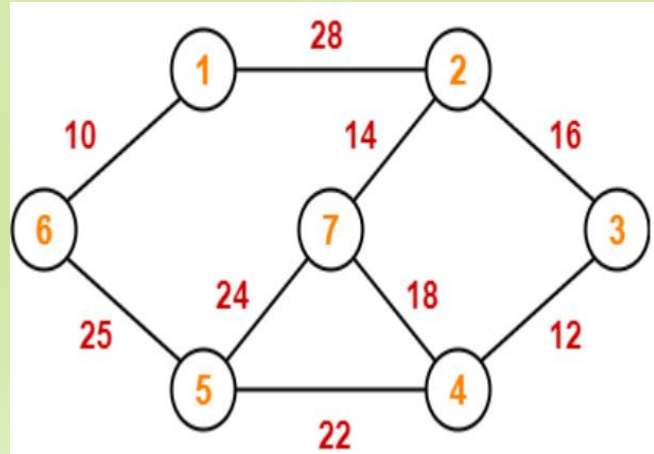
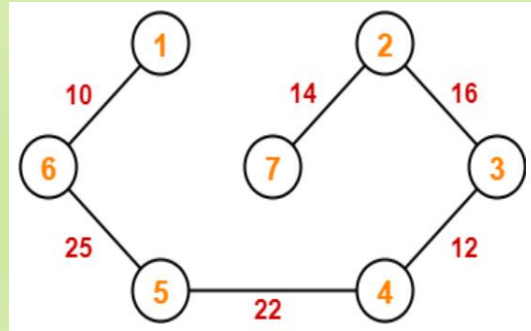
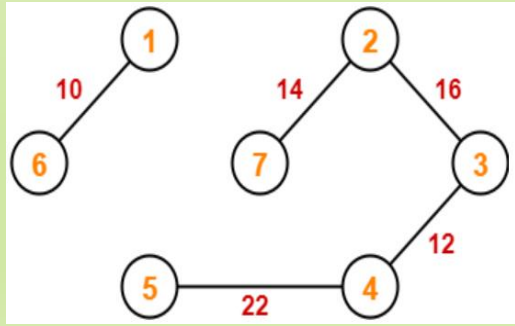
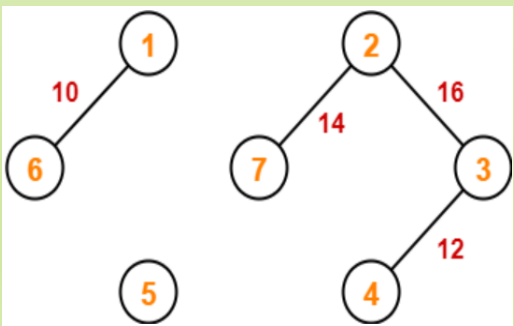
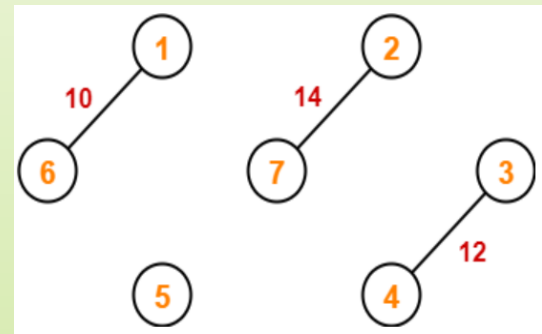
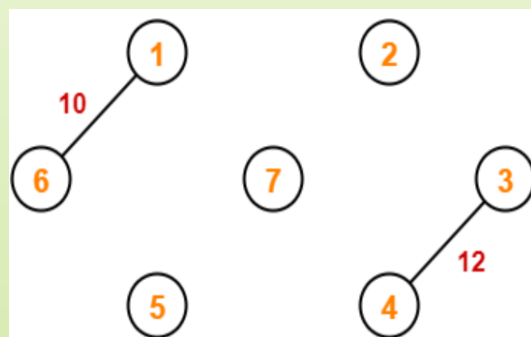
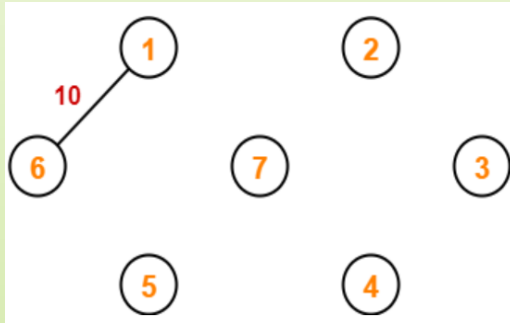
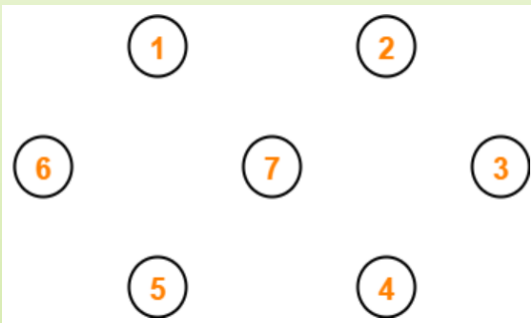
Pada setiap langkah, pilih sisi e dari graf G yang mempunyai bobot minimum tetapi e tidak membentuk sirkuit di T .

Kompleksitas algoritma: $O(|E| \log |E|)$

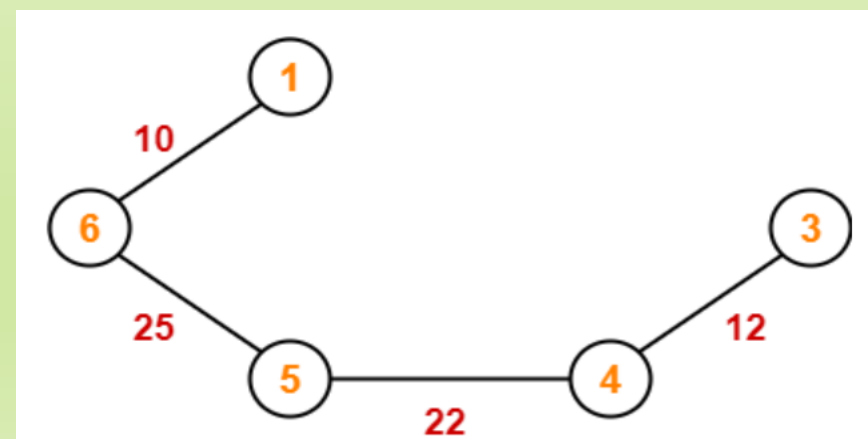
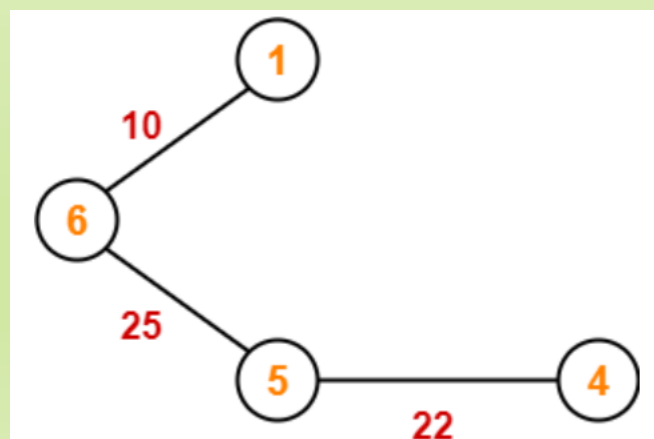
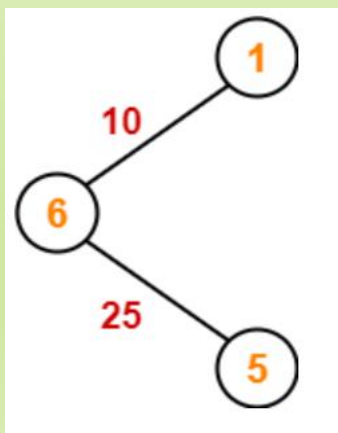
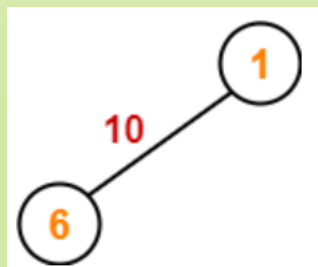
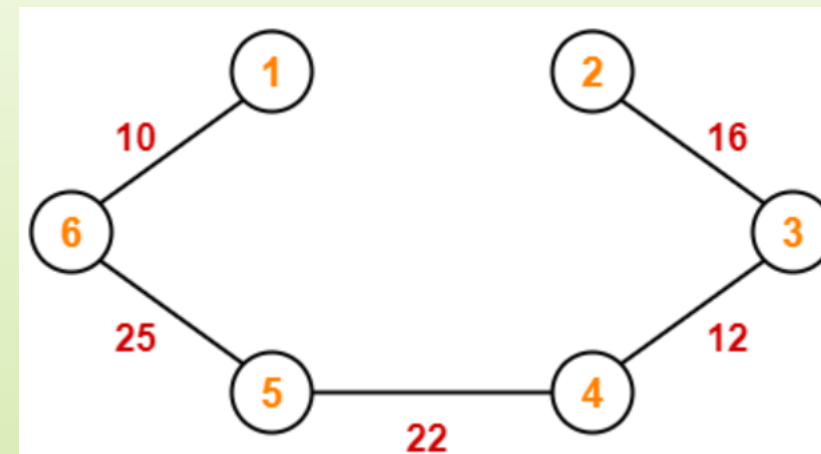
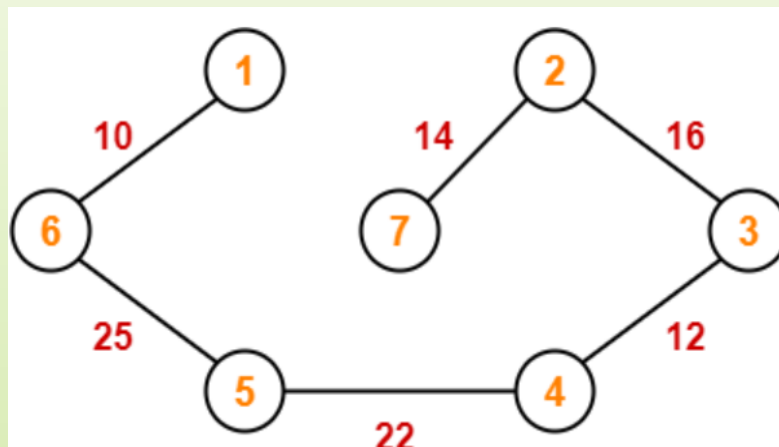
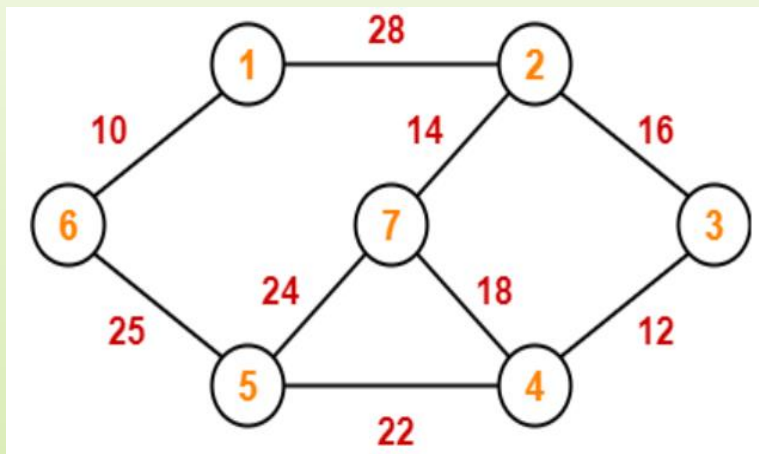
Contoh 5. MST (Lanjut)

- **Algoritma Kruskal:**
 - Urutkan semua edge yang terdapat dalam graf berdasarkan bobotnya dari yang terkecil ke yang terbesar.
 - Mulai dari edge dengan bobot terkecil, tambahkan edge tersebut ke MST jika edge tersebut tidak membentuk siklus dengan edge-edge sebelumnya yang telah dipilih. Jika membentuk siklus, edge tersebut diabaikan.
 - Ulangi langkah 2 sampai MST terbentuk.
- **Algoritma Prim:**
 - Pilih node awal secara acak dan tambahkan ke MST.
 - Cari edge dengan bobot terkecil yang menghubungkan node yang sudah ada dalam MST dengan node yang belum ada dalam MST.
 - Tambahkan node tersebut ke MST dan ulangi langkah 2 sampai semua node dalam graf telah ditambahkan ke MST.

Algoritma Kruskal - MST



Algoritma Prim - MST



6. Lintasan Terpendek (*Shortest Path*)

Beberapa macam persoalan lintasan terpendek:

- Lintasan terpendek antara dua buah simpul tertentu (*a pair shortest path*).
- Lintasan terpendek antara semua pasangan simpul (*all pairs shortest path*).
- Lintasan terpendek dari simpul tertentu ke semua simpul yang lain (*single-source shortest path*).
- Lintasan terpendek antara dua buah simpul yang melalui beberapa simpul tertentu (*intermediate shortest path*).

Persoalan:

Diberikan graf berbobot $G = (V, E)$.
Tentukan lintasan terpendek dari sebuah simpul asal a ke setiap simpul lainnya di G .

Asumsi yang kita buat adalah bahwa semua sisi berbobot positif.

6. Lintasan Terpendek (*Shortest Path*)

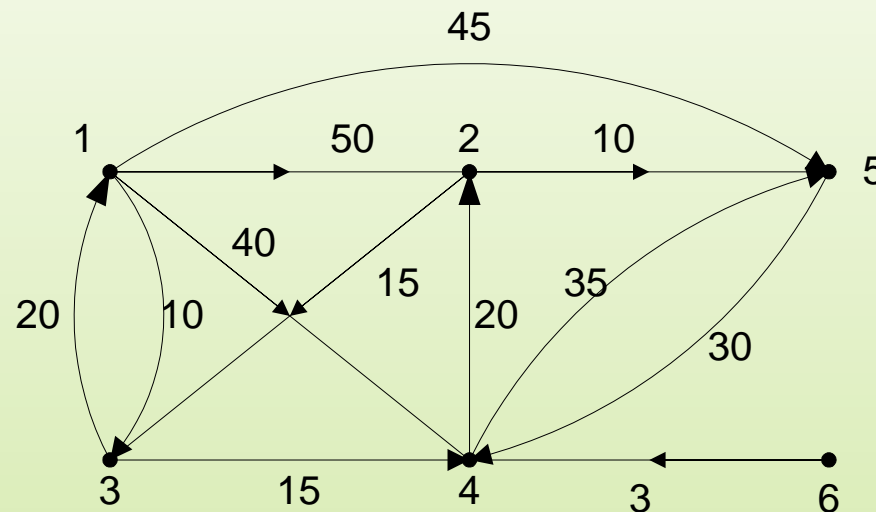
```
1 fungsi Dijkstra(Graf, asal):
2   Q adalah himpunan titik
3
4   untuk setiap titik v dalam Graf:
5     jarak[v] ← tak hingga
6     sebelum[v] ← kosong
7     tambahkan v ke dalam Q
8   jarak[asal] ← 0;
9
10  selama Q tidak kosong:
11    u ← titik dalam Q dengan nilai jarak[u] terkecil
12    hapus u dari Q
13
14    untuk setiap tetangga v dari u: // hanya v yang masih dalam Q
15      alt ← jarak[u] + jarak_antara(u, v)
16      jika alt < jarak[v]:
17        jarak[v] ← alt
18        sebelum[v] ← u
19
20  kembalikan jarak[], sebelum[]
```

Algoritme Dijkstra : suatu algoritma Greedy untuk menemukan jalur terpendek dengan solusi optimal.

Contoh 6. Lintasan Terpendek (Lanjutan)

Strategi *greedy*:

Lintasan dibentuk satu per satu.
 Lintasan berikutnya yang dibentuk ialah lintasan yang meminimumkan jumlah jaraknya.



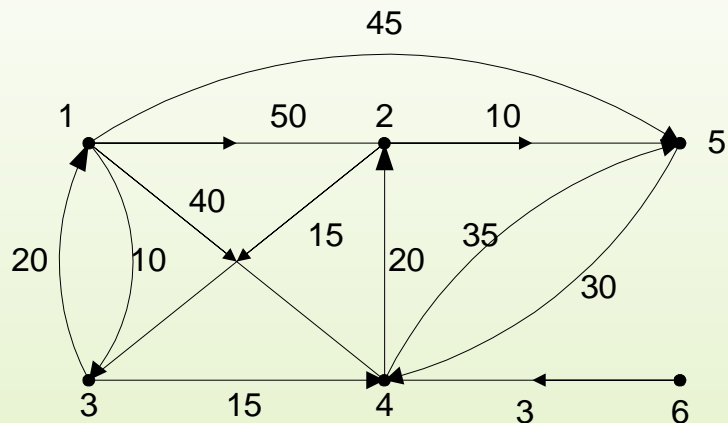
Simpul asal	Simpul tujuan	Lintasan terpendek	Jarak
1	3	1 → 3	10
1	4	1 → 3 → 4	25
1	2	1 → 3 → 4 → 2	45
1	5	1 → 5	45
1	6	tidak ada	-

6. Lintasan Terpendek

Algoritma Dijkstra

Strategi *greedy*:

- Pada setiap langkah, ambil sisi yang berbobot minimum yang menghubungkan sebuah simpul yang sudah terpilih dengan sebuah simpul lain yang belum terpilih.
- Lintasan dari simpul asal ke simpul yang baru haruslah merupakan lintasan yang terpendek diantara semua lintasannya ke simpul-simpul yang belum terpilih.

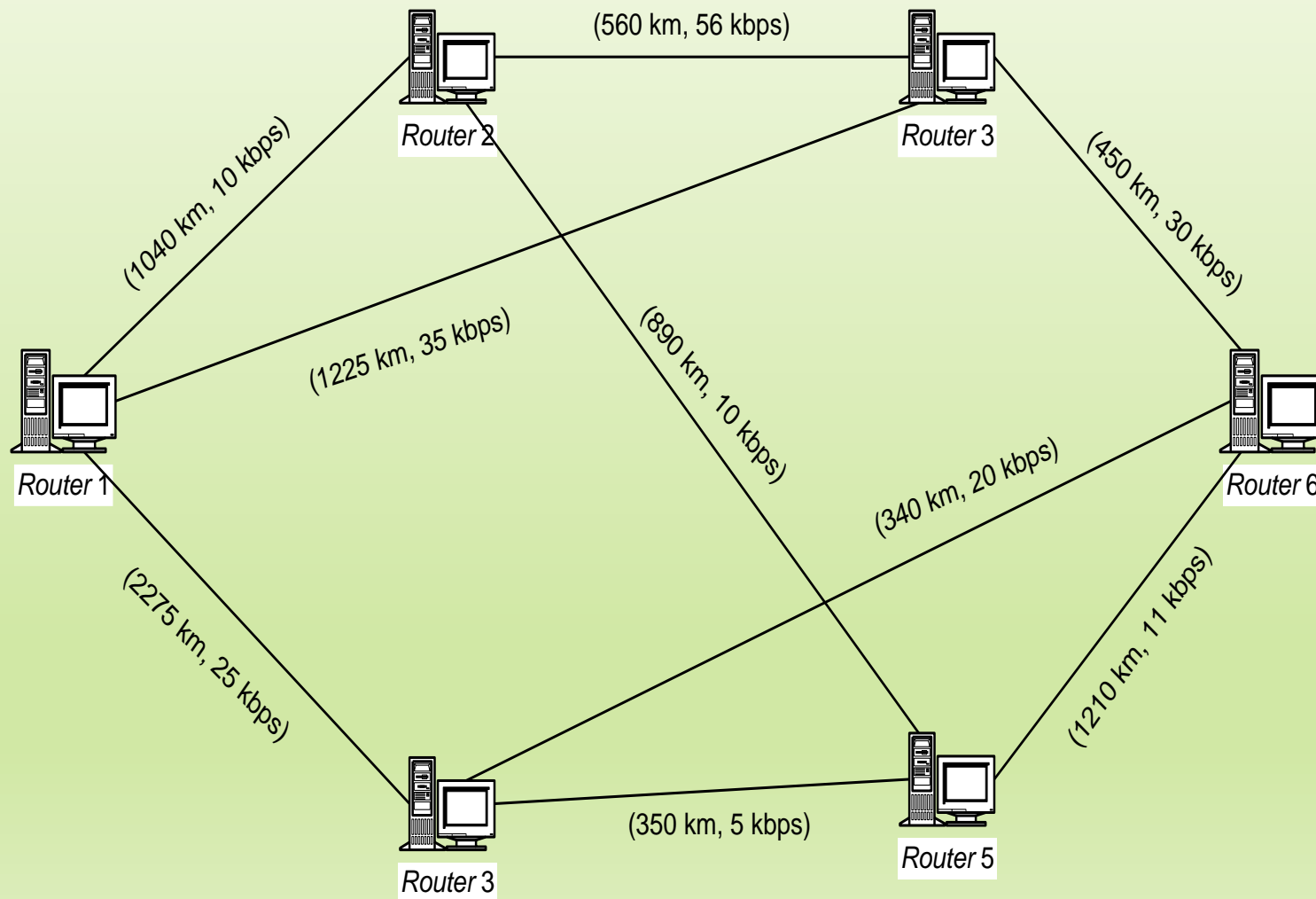


Lelaran	Simpul yang dipilih	Lintasan	S						D					
			1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
Inisial	-	-	0	0	0	0	0	0	0	50	10	40	45	∞
									(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)	
1	1	1	1	0	0	0	0	0	∞	50	10	40	45	∞
									(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)	
2	3	1, 3	1	0	1	0	0	0	∞	50	10	25	45	∞
									(1,2)	(1,3)	(1,3,4)	(1,5)	(1,6)	
3	4	1, 3, 4	1	0	1	1	0	0	∞	45	10	25	45	∞
									(1,3,4,2)	(1,3)	(1,3,4)	(1,5)	(1,6)	
4	2	1, 3, 4, 2	1	1	1	1	0	0	∞	45	10	25	45	∞
									(1,3,4,2)	(1,3)	(1,3,4)	(1,5)	(1,6)	
5	5	1, 5	1	1	1	1	1	0	∞	45	10	25	45	∞

Contoh 6. Lintasan Terpendek (Lanjutan)

Aplikasi algoritma
Dijkstra:

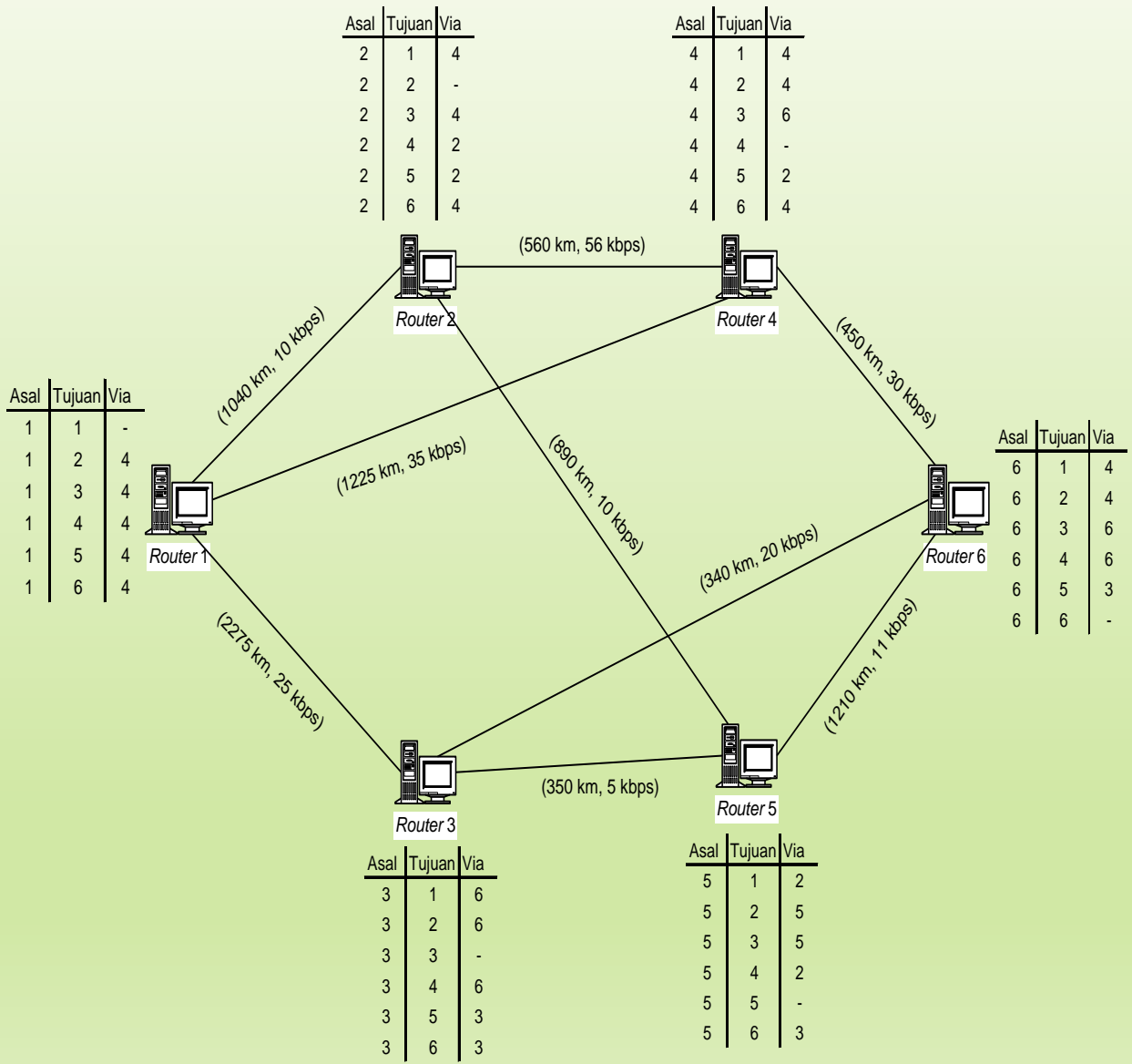
→ *Routing* pada
jaringan komputer



Lintasan terpendek (berdasarkan delay):

Router Asal	Router Tujuan	Lintasan Terpendek
1	1	-
	2	1, 4, 2
	3	1, 4, 6, 3
	4	1, 4
	5	1, 4, 2, 5
	6	1, 4, 6
2	1	2, 4, 1
	2	-
	3	2, 4, 6, 3
	4	2, 4
	5	2, 5
	6	2, 4, 6
3	1	3, 6, 4, 1
	2	3, 6, 4, 2
	3	-
	4	3, 6, 4
	5	3, 5
	6	3, 6
4	1	4, 1
	2	4, 2
	3	4, 6, 2
	4	4, 6, 3
	5	4, 2, 5
	6	4, 6

Router Asal	Router Tujuan	Lintasan Terpendek
5	1	5, 2, 4, 1
	2	5, 2
	3	5, 3
	4	5, 2, 4
	5	-
	6	5, 3, 6
6	1	6, 4, 1
	2	6, 4, 2
	3	6, 3
	4	6, 4
	5	6, 3, 5
	6	-



Contoh 7. Algoritma Pemampatan (Huffman code)

Contoh :

Fixed-length code

Karakter	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>
----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------

Frekuensi	45%	13%	12%	16%	9%	5%
-----------	-----	-----	-----	-----	----	----

Kode	000	001	010	011	100	111
------	-----	-----	-----	-----	-----	-----

‘bad’ dikodekan sebagai ‘001000011’

Pengkodean 100.000 karakter
membutuhkan 300.000 bit.

Variable-length code (Huffman code)

Karakter	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>
----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------

Frekuensi	45%	13%	12%	16%	9%	5%
-----------	-----	-----	-----	-----	----	----

Kode	0	101	100	111	1101	1100
------	---	-----	-----	-----	------	------

‘bad’ dikodekan sebagai ‘1010111’

Pengkodean 100.000 karakter membutuhkan
 $(0,45 \times 1 + 0,13 \times 3 + 0,12 \times 3 + 0,16 \times 3 +$
 $0,09 \times 4 + 0,05 \times 4) \times 100.000 = 224.000$ bit

Nisbah pemampatan:

$$(300.000 - 224.000) / 300.000 \times 100\% = 25,3\%$$

Contoh 7. Huffman Code (Lanjut)

Prinsip kode Huffman:

- karakter yang paling sering muncul beri kode yang lebih pendek;
- karakter yang relatif jarang muncul beri kode yang lebih panjang.

Algoritma Greedy untuk Membentuk Kode Huffman:

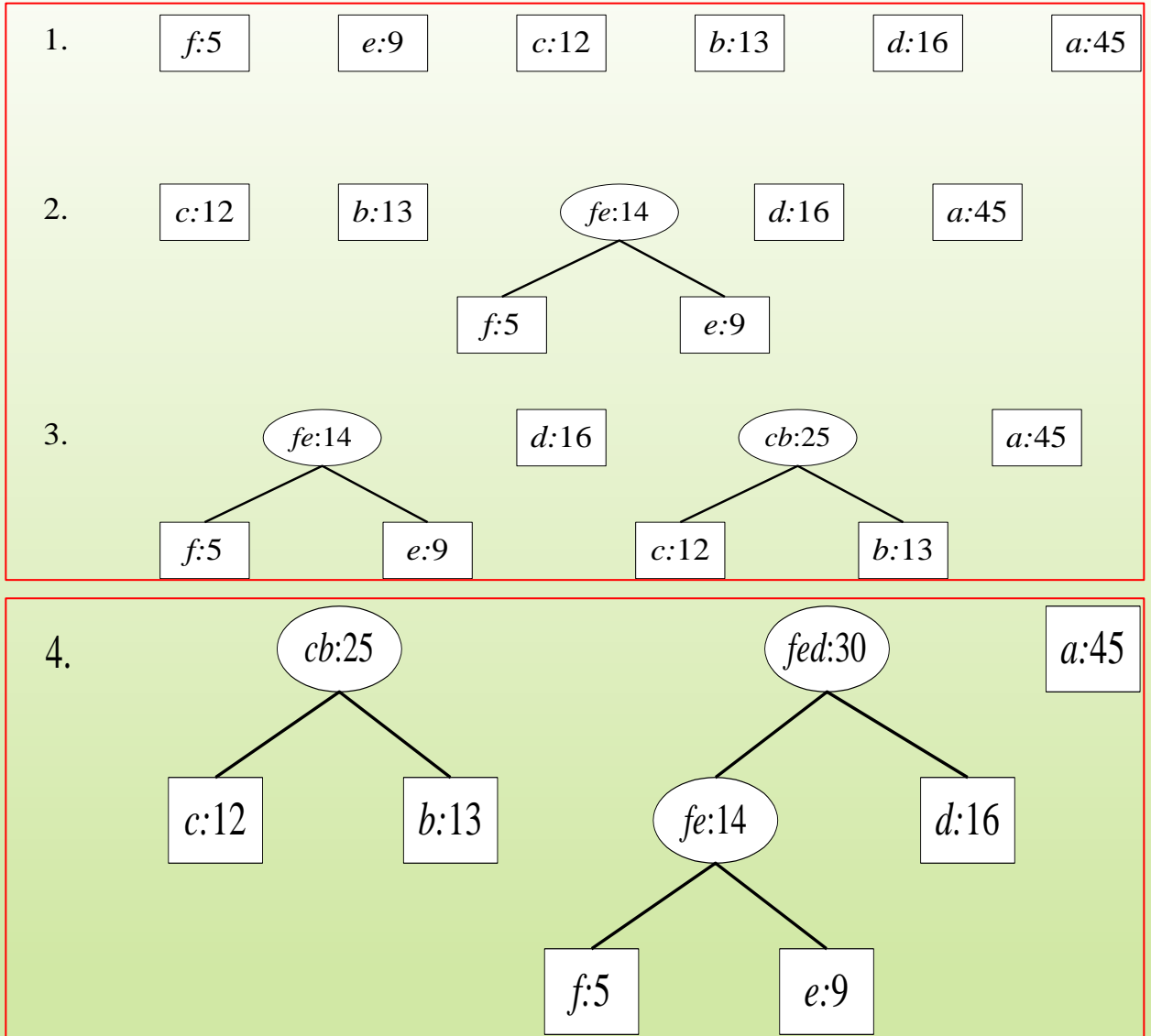
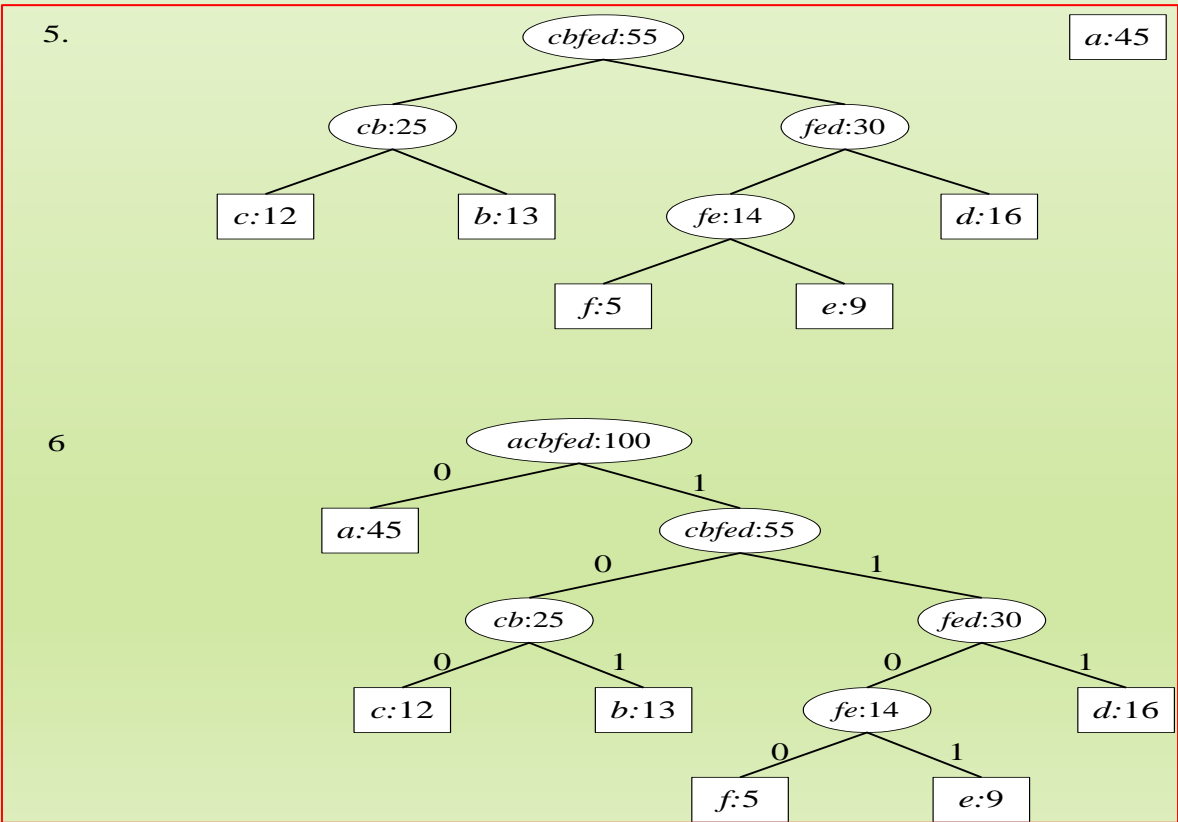
1. Hitung frekuensi kemunculan semua karakter dalam data nyatakan sebagai pohon bersimpul tunggal.
2. Terapkan strategi *greedy* :
 - gabungkan dua buah pohon yang mempunyai frekuensi terkecil pada sebuah akar.
 - Akar mempunyai frekuensi jumlah dari frekuensi dua buah pohon penyusunnya.
3. Ulangi langkah 2 sampai hanya tersisa satu buah pohon Huffman.

Kompleksitas algoritma Huffman: $O(n \log n)$ untuk n karakter.

Algoritma Huffman

Contoh

Karakter	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>
Frekuensi	45	13	12	16	9	5



Latihan dan diskusi

Diskusikan dan kerjakan LKK4 masing-masing kelompok dan kumpulan jawaban di akhir kuliah.

Selamat Bejalar