

# Algorytmy optymalizacji dystretnej lista 3

Kamil Włodarski

26 czerwca 2023

## 1 Wstęp

Celem tego sprawozdania jest analiza i porównanie dwóch różnych algorytmów wykorzystywanych do rozwiązywania problemu najkrótszej ścieżki w grafach ważonych: algorytmu Dijkstry i algorytmu Diala. Obie implementacje zostały zrealizowane w języku programowania Rust, który jest znany ze swojej wydajności i bezpieczeństwa.

Algorytm Dijkstry jest jednym z najbardziej znanych algorytmów do rozwiązywania problemu najkrótszej ścieżki. Jego złożoność czasowa wynosi  $O((V + E) \log V)$ , gdzie  $V$  to liczba wierzchołków, a  $E$  to liczba krawędzi w grafie. Algorytm ten jest zaprojektowany do pracy z grafami skierowanymi i nieskierowanymi, z założeniem, że wagi krawędzi są nieujemne.

Algorytm Diala, mniej znany, ale nadal istotny, jest zaprojektowany specjalnie dla grafów, w których wagi krawędzi są liczbami całkowitymi ograniczonymi przez pewną wartość. Złożoność czasowa tego algorytmu wynosi  $O(E + V \cdot W)$ , gdzie  $V$  to liczba wierzchołków,  $W$  to maksymalny koszt krawędzi w grafie, a  $E$  to liczba krawędzi.

## 2 Implementacja algorytmów

### 2.1 Algorytm Dijkstry

Implementacja algorytmu Dijkstry zaczyna się od inicjalizacji struktur danych: wektora 'scores', który przechowuje koszty dojścia do każdego wierzchołka, kopca binarnego 'visit\_next', który przechowuje wierzchołki do odwiedzenia, oraz mapy 'visited', która przechowuje informację o tym, czy dany wierzchołek został już odwiedzony.

Następnie algorytm kontynuuje iteracyjne przeglądanie wierzchołków, rozpoczynając od wierzchołka startowego. Dla każdego wierzchołka, algorytm sprawdza wszystkie jego krawędzie i aktualizuje koszty dojścia do sąsiednich wierzchołków, jeśli znajdzie lepszą ścieżkę. W przypadku znalezienia lepszej ścieżki, nowy koszt dojścia jest zapisywany, a sąsiedni wierzchołek jest dodawany do kopca 'visit\_next'. Proces jest kontynuowany, dopóki wszystkie wierzchołki nie zostaną odwiedzone.

### 2.2 Algorytm Diala

Implementacja algorytmu Diala jest podobna do implementacji algorytmu Dijkstry, ale zamiast używać kopca do przechowywania wierzchołków do odwiedzenia, używa specjalnej struktury danych, zwanej tablicą koszyków (buckets).

Podobnie jak w algorytmie Dijkstry, algorytm Diala zaczyna od inicjalizacji struktur danych: wektora 'distance', który przechowuje koszty dojścia do każdego wierzchołka, tablicy 'buckets', która przechowuje wierzchołki do odwiedzenia, oraz wektora 'in\_bucket', który przechowuje informację o tym, czy dany wierzchołek jest aktualnie w jakimś koszyku.

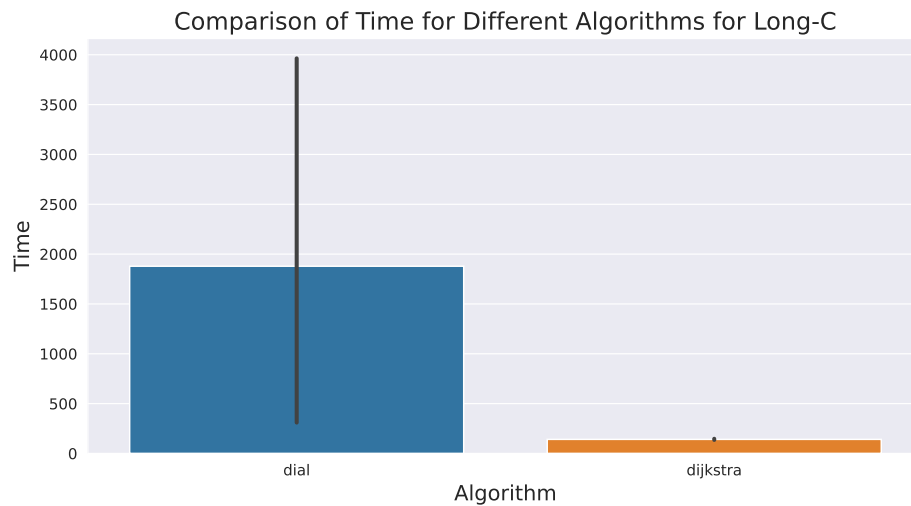
Algorytm Diala kontynuuje iteracyjne przeglądanie wierzchołków, rozpoczynając od wierzchołka startowego. Dla każdego wierzchołka, algorytm sprawdza wszystkie jego krawędzie i aktualizuje koszty dojścia do sąsiednich wierzchołków, jeśli znajdzie lepszą ścieżkę. W przypadku znalezienia lepszej ścieżki, nowy koszt dojścia jest zapisywany, a sąsiedni wierzchołek jest dodawany do odpowiedniego koszyka w tablicy 'buckets'. Proces jest kontynuowany, dopóki wszystkie wierzchołki nie zostaną odwiedzone.

### 3 Interpretacja wyników

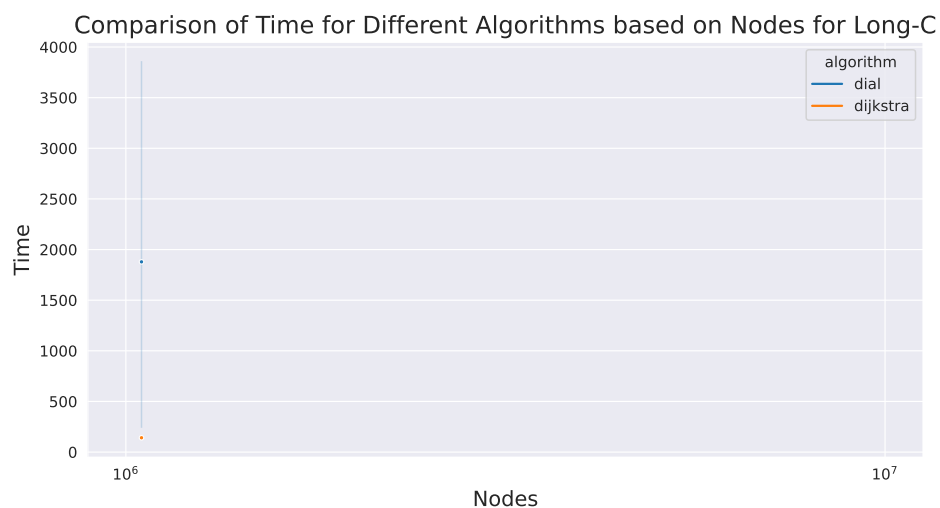
Implementacja algorytmu dijkstry sprawuje się lepiej dla większości danych testowych. Algorytm DIALA Wygrywa dla danych o niskich wartościach maksymalnego kosztu krawędzi co zgadza się z założeniami algorytmu. Jednak gdy maskymalny koszt krawędzi jest dużu (porównywalny z liczbą krawędzi lub większy) algorytm znacząco odbiega od algorytmu diala. Widzimy również że sam algorytm dijksty jest niezależny od wartość wag na krawędziach.

## 4 Long-C

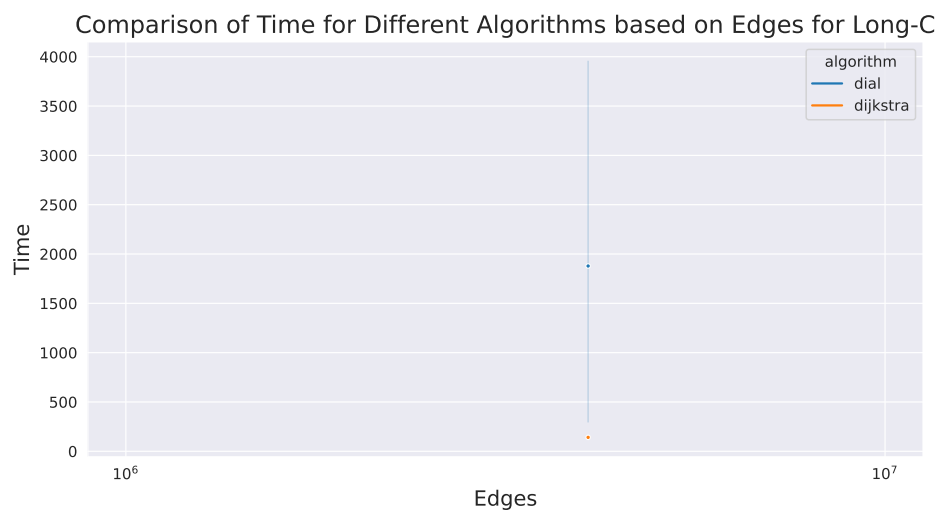
### 4.1 Grafy



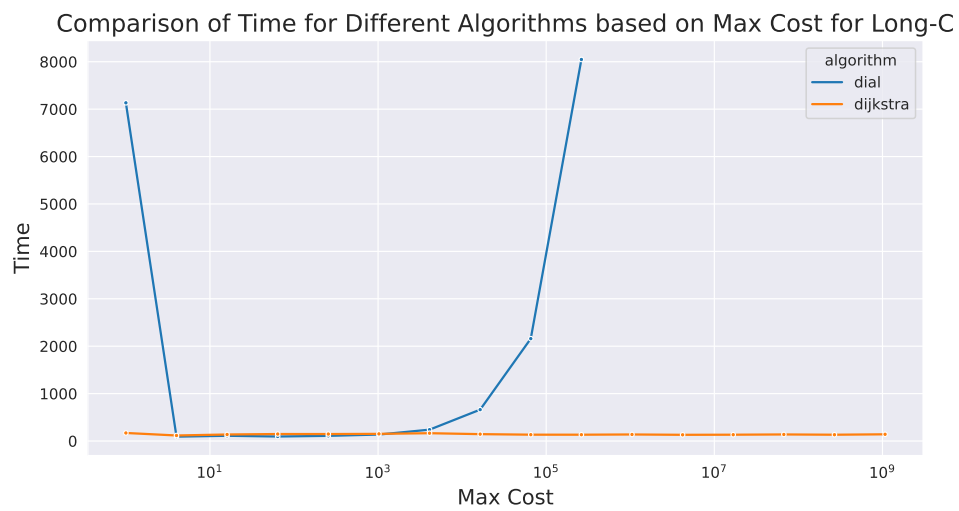
Rysunek 1: Long-C: Barplot



Rysunek 2: Long-C: Nodes Lineplot



Rysunek 3: Long-C: Edges Lineplot



Rysunek 4: Long-C: Max Cost Lineplot

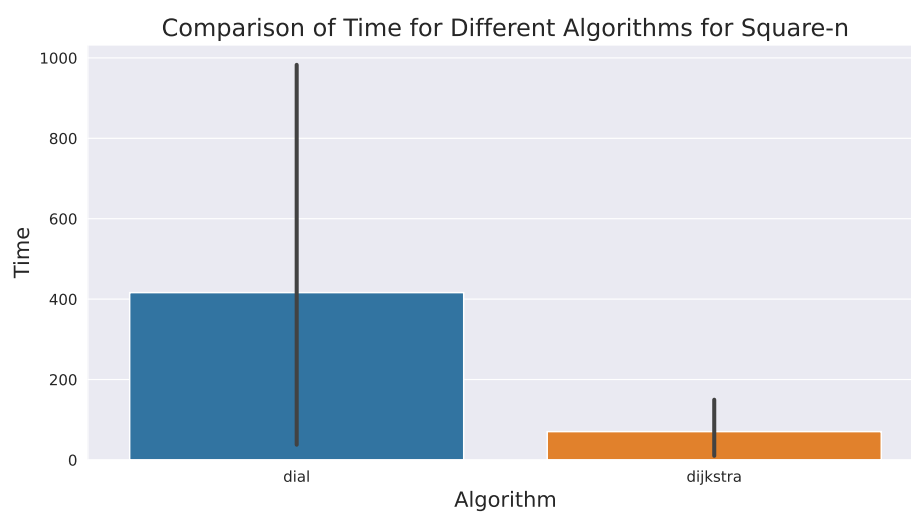
## 4.2 Tabele

algorithm	nodes	edges	time	min cost	max cost	problem
dial	1048576	4063200	7133.600000	0	1	Long-C
dial	1048576	4063200	92.100000	0	4	Long-C
dial	1048576	4063200	110.500000	0	16	Long-C
dial	1048576	4063200	95.100000	0	64	Long-C
dial	1048576	4063200	109.000000	0	256	Long-C
dial	1048576	4063200	136.600000	0	1024	Long-C
dial	1048576	4063200	239.500000	0	4096	Long-C
dial	1048576	4063200	661.800000	0	16384	Long-C
dial	1048576	4063200	2159.400000	0	65536	Long-C
dial	1048576	4063200	8047.400000	0	262144	Long-C
dijkstra	1048576	4063200	169.900000	0	1	Long-C
dijkstra	1048576	4063200	116.800000	0	4	Long-C
dijkstra	1048576	4063200	137.700000	0	16	Long-C
dijkstra	1048576	4063200	147.400000	0	64	Long-C
dijkstra	1048576	4063200	147.200000	0	256	Long-C
dijkstra	1048576	4063200	151.100000	0	1024	Long-C
dijkstra	1048576	4063200	164.800000	0	4096	Long-C
dijkstra	1048576	4063200	145.000000	0	16384	Long-C
dijkstra	1048576	4063200	133.800000	0	65536	Long-C
dijkstra	1048576	4063200	133.200000	0	262144	Long-C
dijkstra	1048576	4063200	138.000000	0	1048576	Long-C
dijkstra	1048576	4063200	131.000000	1	4194302	Long-C
dijkstra	1048576	4063200	133.200000	2	16777213	Long-C
dijkstra	1048576	4063200	138.500000	7	67108854	Long-C
dijkstra	1048576	4063200	132.800000	52	268435444	Long-C
dijkstra	1048576	4063200	141.600000	790	1073741250	Long-C

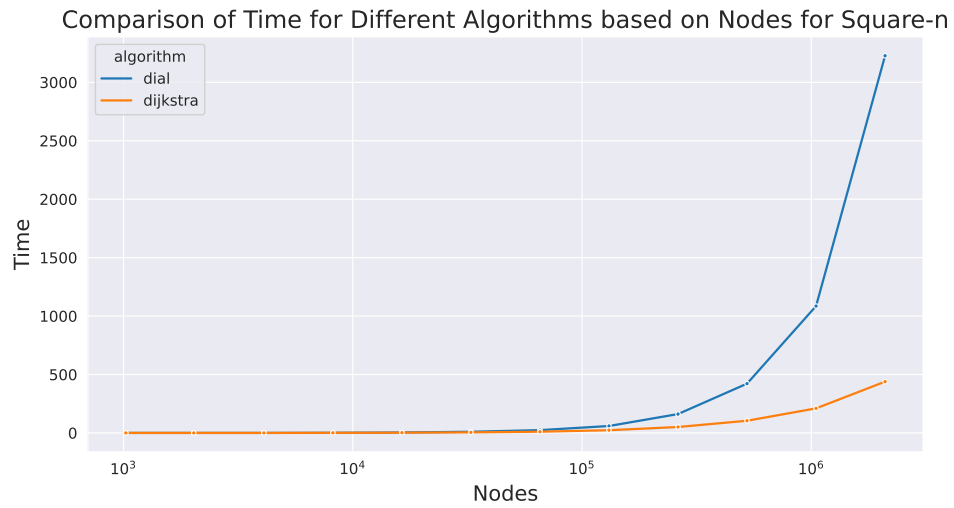
Tabela 1: dane dla problemu Long-C

## 5 Square-n

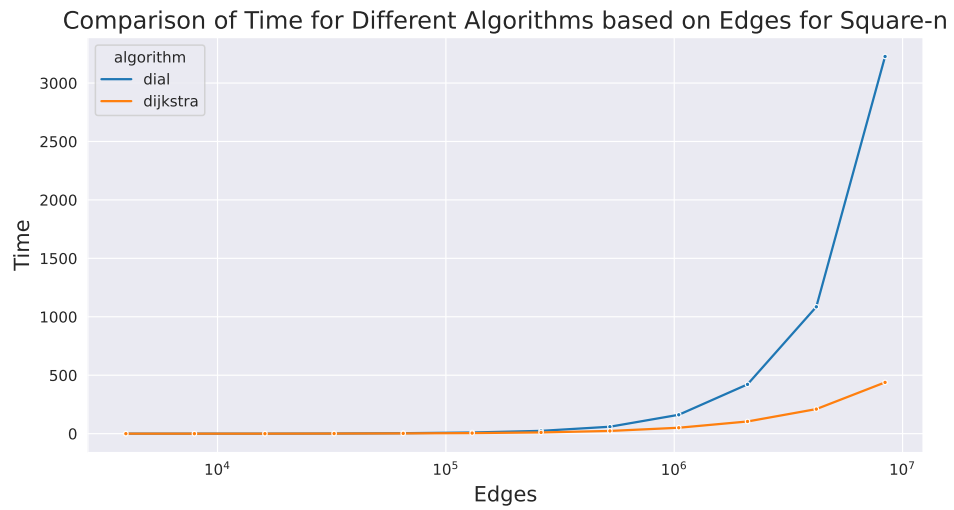
### 5.1 Grafy



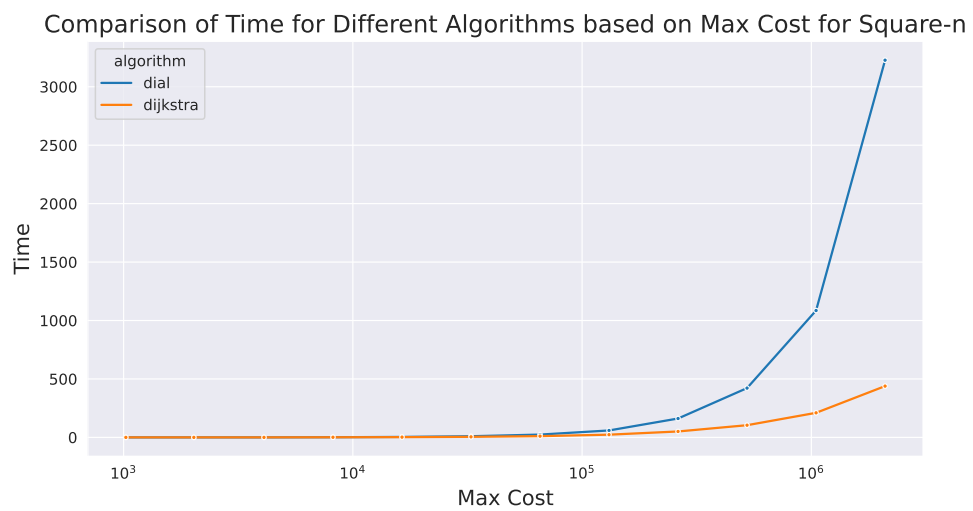
Rysunek 5: Square-n: Barplot



Rysunek 6: Square-n: Nodes Lineplot



Rysunek 7: Square-n: Edges Lineplot



Rysunek 8: Square-n: Max Cost Lineplot

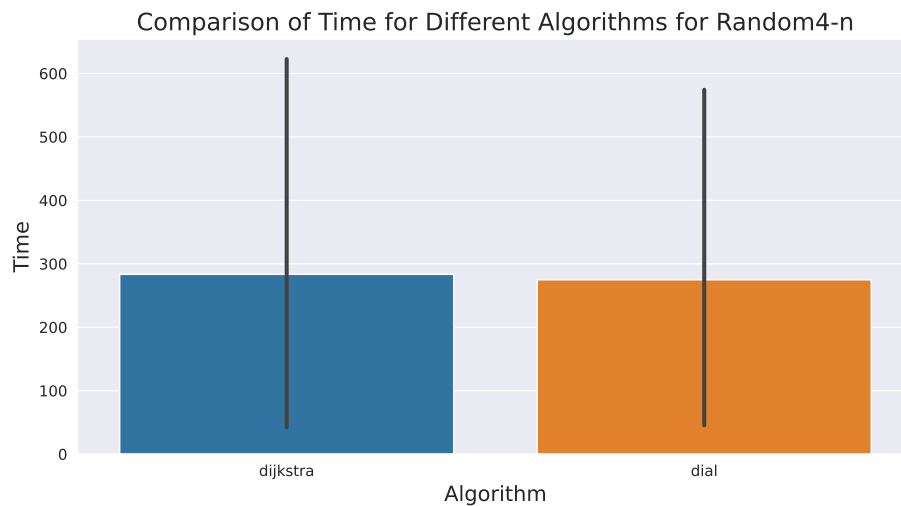
## 5.2 Tabele

algorithm	nodes	edges	time	min cost	max cost	problem
dial	1024	3968	0.000000	0	1023	Square-n
dial	2025	7920	0.000000	0	2025	Square-n
dial	4096	16128	0.051270	0	4096	Square-n
dial	8190	32398	1.214600	0	8190	Square-n
dial	16384	65024	3.886230	0	16384	Square-n
dial	32761	130320	9.842773	0	32761	Square-n
dial	65536	261120	23.964844	0	65536	Square-n
dial	131044	522728	59.195312	0	131044	Square-n
dial	262144	1046528	161.414062	0	262144	Square-n
dial	524176	2093808	421.656250	0	524176	Square-n
dial	1048576	4190208	1085.406250	0	1048576	Square-n
dial	2096704	8381024	3227.125000	0	2096704	Square-n
dijkstra	1024	3968	0.000000	0	1023	Square-n
dijkstra	2025	7920	0.000000	0	2025	Square-n
dijkstra	4096	16128	0.001465	0	4096	Square-n
dijkstra	8190	32398	0.885742	0	8190	Square-n
dijkstra	16384	65024	2.066406	0	16384	Square-n
dijkstra	32761	130320	4.747070	0	32761	Square-n
dijkstra	65536	261120	10.482422	0	65536	Square-n
dijkstra	131044	522728	23.160156	0	131044	Square-n
dijkstra	262144	1046528	50.562500	0	262144	Square-n
dijkstra	524176	2093808	104.187500	0	524176	Square-n
dijkstra	1048576	4190208	210.125000	0	1048576	Square-n
dijkstra	2096704	8381024	438.562500	0	2096704	Square-n

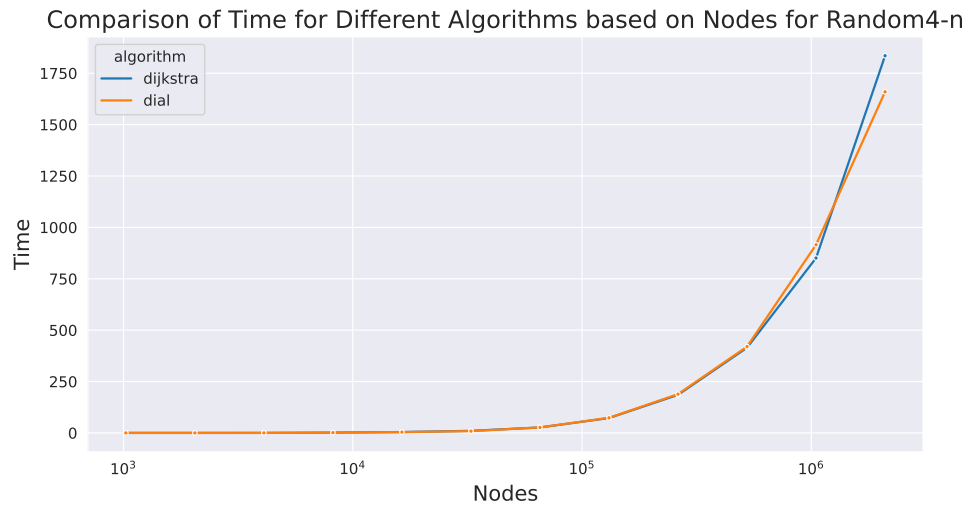
Tabela 2: dane Square-n

## 6 Random4-n

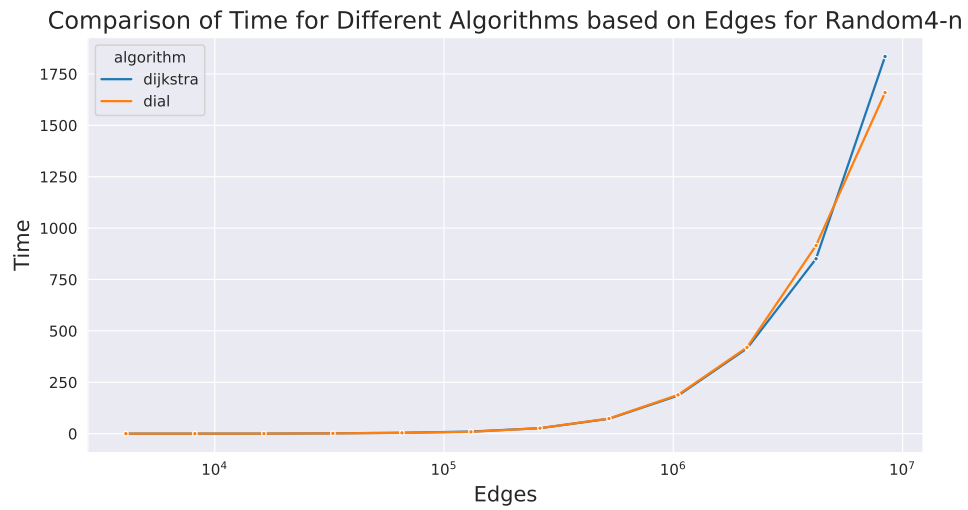
### 6.1 Grafy



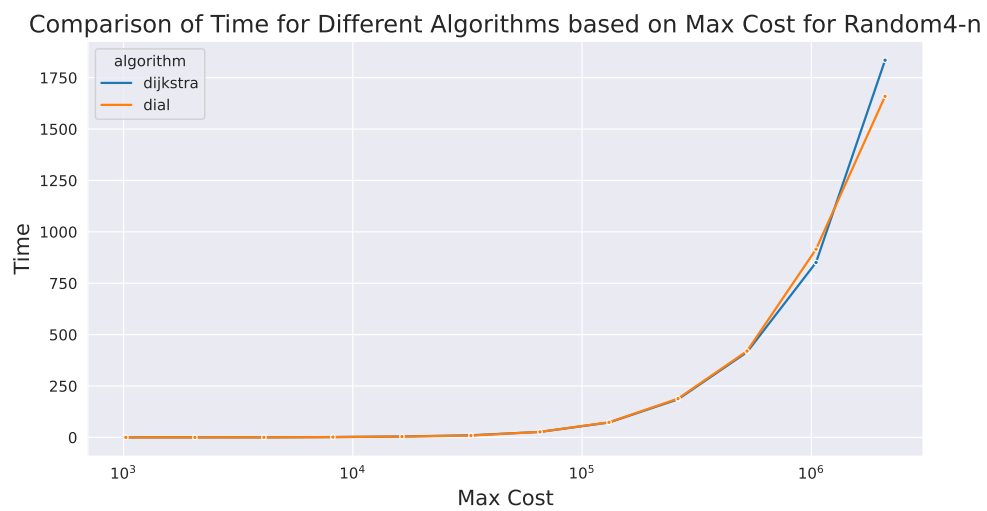
Rysunek 9: Random4-n: Barplot



Rysunek 10: Random4-n: Nodes Lineplot



Rysunek 11: Random4-n: Edges Lineplot



Rysunek 12: Random4-n: Max Cost Lineplot

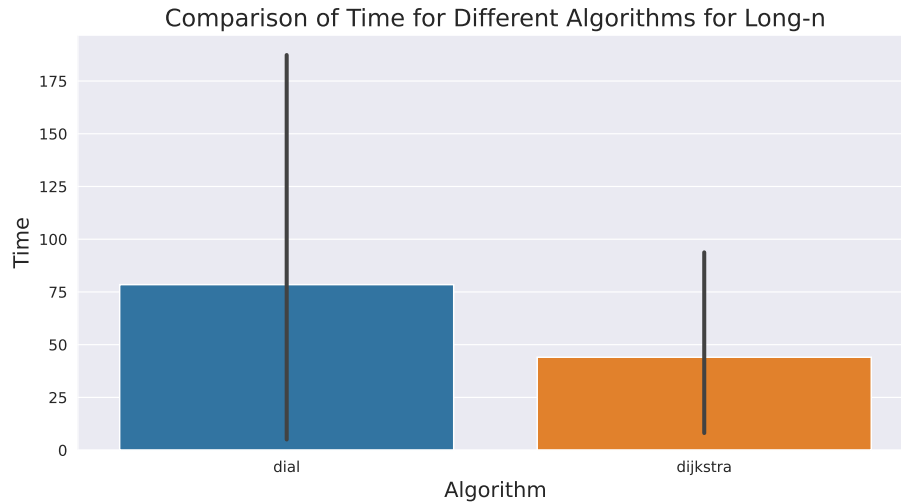
## 6.2 Tabele

algorithm	nodes	edges	time	min cost	max cost	problem
dial	1024	4096	0.000153	0	1024	Random4-n
dial	2048	8192	0.001038	0	2048	Random4-n
dial	4096	16384	0.164185	0	4096	Random4-n
dial	8192	32768	1.462646	1	8192	Random4-n
dial	16384	65536	3.946289	0	16384	Random4-n
dial	32768	131072	8.847656	0	32768	Random4-n
dial	65536	262144	26.746094	0	65536	Random4-n
dial	131072	524288	73.453125	0	131072	Random4-n
dial	262144	1048576	188.585938	0	262143	Random4-n
dial	524288	2097152	419.906250	0	524288	Random4-n
dial	1048576	4194304	915.468750	0	1048576	Random4-n
dial	2097152	8388608	1659.437500	0	2097152	Random4-n
dijkstra	1024	4096	0.000183	0	1024	Random4-n
dijkstra	2048	8192	0.000427	0	2048	Random4-n
dijkstra	4096	16384	0.064331	0	4096	Random4-n
dijkstra	8192	32768	1.585693	1	8192	Random4-n
dijkstra	16384	65536	4.301758	0	16384	Random4-n
dijkstra	32768	131072	10.140625	0	32768	Random4-n
dijkstra	65536	262144	26.636719	0	65536	Random4-n
dijkstra	131072	524288	72.371094	0	131072	Random4-n
dijkstra	262144	1048576	185.187500	0	262143	Random4-n
dijkstra	524288	2097152	414.734375	0	524288	Random4-n
dijkstra	1048576	4194304	850.843750	0	1048576	Random4-n
dijkstra	2097152	8388608	1834.937500	0	2097152	Random4-n

Tabela 3: dane Random4-n

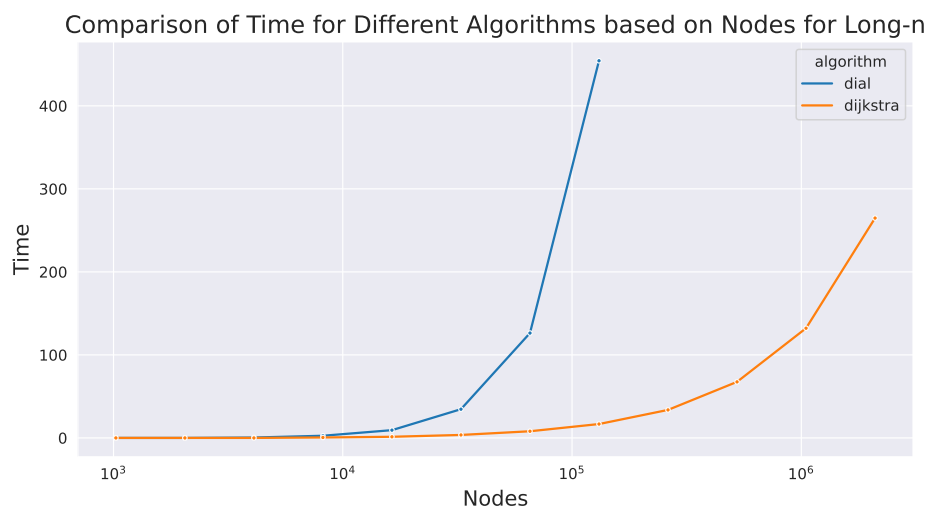
## 7 Long-n

### 7.1 Grafy

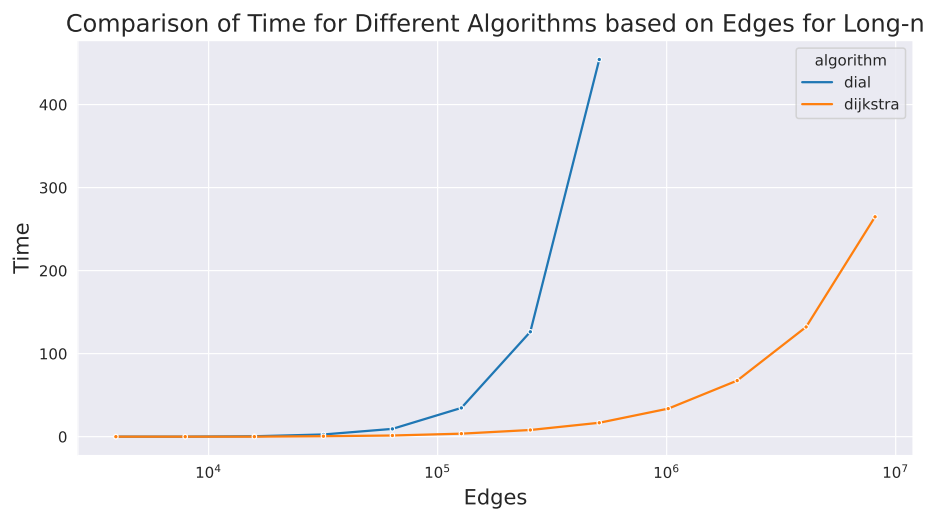


Rysunek 13: Long-n: Barplot

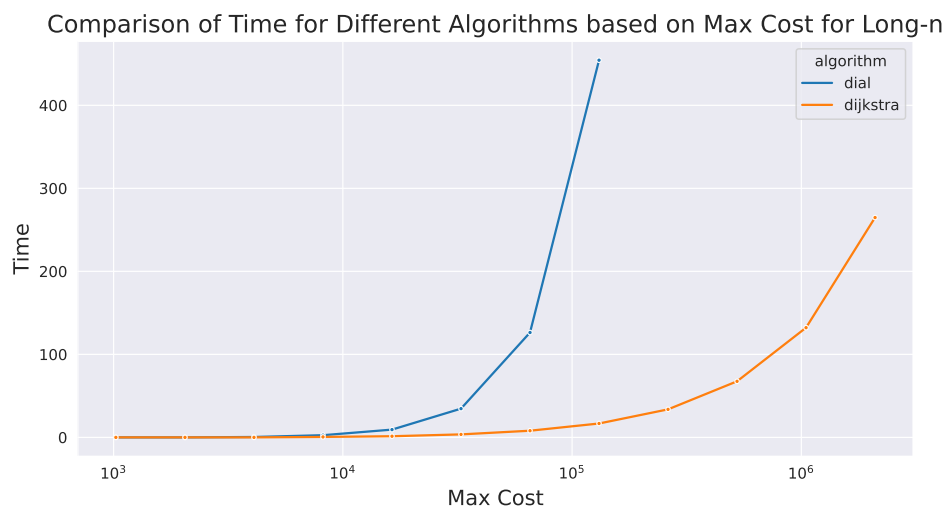




Rysunek 14: Long-n: Nodes Lineplot



Rysunek 15: Long-n: Edges Lineplot



Rysunek 16: Long-n: Max Cost Lineplot

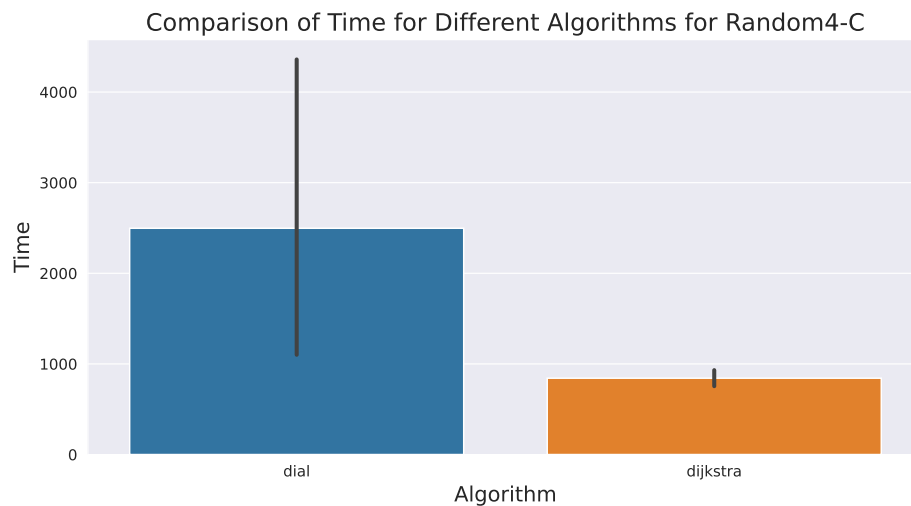
## 7.2 Tabele

algorithm	nodes	edges	time	min cost	max cost	problem
dial	1024	3936	0.000000	0	1023	Long-n
dial	2048	7904	0.001099	0	2048	Long-n
dial	4096	15840	0.476318	0	4096	Long-n
dial	8192	31712	2.625977	0	8192	Long-n
dial	16384	63456	9.354004	0	16384	Long-n
dial	32768	126944	34.610352	0	32768	Long-n
dial	65536	253920	126.314453	0	65536	Long-n
dial	131072	507872	454.316406	0	131072	Long-n
dijkstra	1024	3936	0.000214	0	1023	Long-n
dijkstra	2048	7904	0.000000	0	2048	Long-n
dijkstra	4096	15840	0.000000	0	4096	Long-n
dijkstra	8192	31712	0.544189	0	8192	Long-n
dijkstra	16384	63456	1.380371	0	16384	Long-n
dijkstra	32768	126944	3.591797	0	32768	Long-n
dijkstra	65536	253920	8.027344	0	65536	Long-n
dijkstra	131072	507872	16.722656	0	131072	Long-n
dijkstra	262144	1015776	33.742188	0	262144	Long-n
dijkstra	524288	2031584	67.531250	0	524288	Long-n
dijkstra	1048576	4063200	132.156250	0	1048576	Long-n
dijkstra	2097152	8126432	264.812500	0	2097152	Long-n

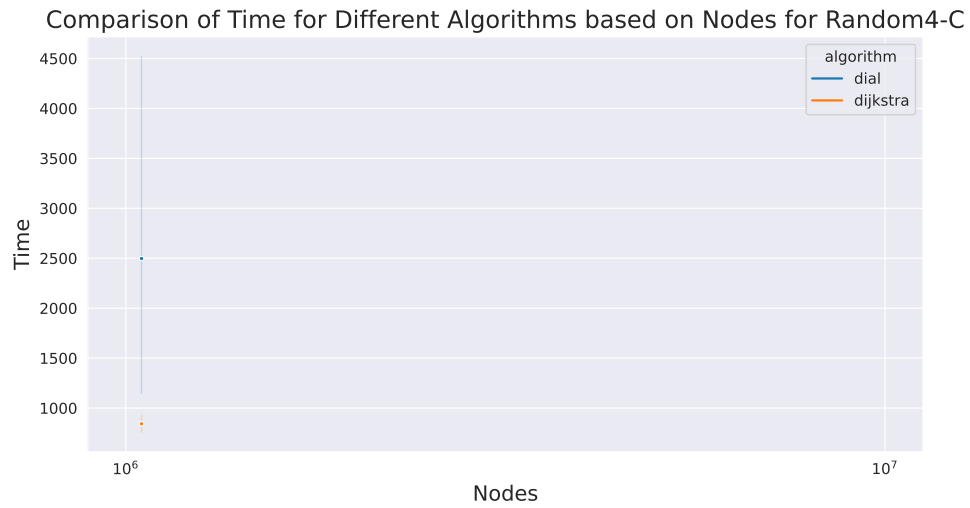
Tabela 4: dane dla problemu Long-n

## 8 Random4-C

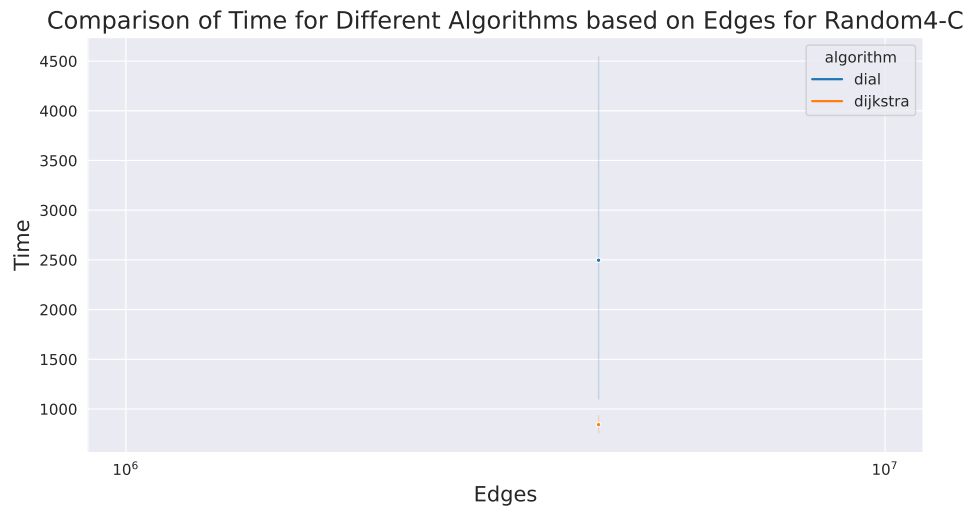
### 8.1 Grafy



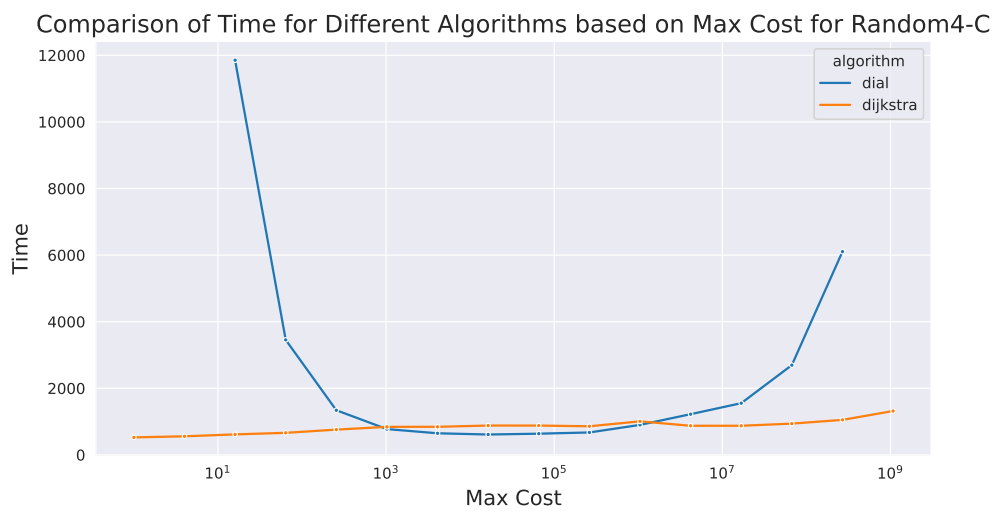
Rysunek 17: Random4-C: Barplot



Rysunek 18: Random4-C: Nodes Lineplot



Rysunek 19: Random4-C: Edges Lineplot



Rysunek 20: Random4-C: Max Cost Lineplot

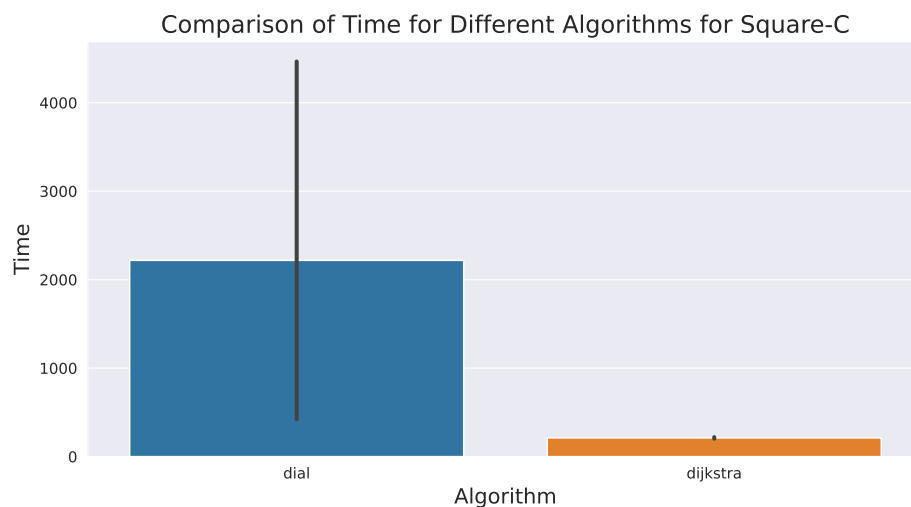
## 8.2 Tabele

algorithm	nodes	edges	time	min cost	max cost	problem
dial	1048576	4194304	11851.700000	0	16	Random4-C
dial	1048576	4194304	3453.500000	0	64	Random4-C
dial	1048576	4194304	1339.800000	0	256	Random4-C
dial	1048576	4194304	774.100000	0	1024	Random4-C
dial	1048576	4194304	648.100000	0	4096	Random4-C
dial	1048576	4194304	611.100000	0	16384	Random4-C
dial	1048576	4194304	636.300000	0	65536	Random4-C
dial	1048576	4194304	672.900000	0	262144	Random4-C
dial	1048576	4194304	900.300000	0	1048576	Random4-C
dial	1048576	4194304	1221.600000	0	4194304	Random4-C
dial	1048576	4194304	1552.100000	5	16777213	Random4-C
dial	1048576	4194304	2694.700000	22	67108809	Random4-C
dial	1048576	4194304	6102.700000	44	268435449	Random4-C
dijkstra	1048576	4194304	525.200000	0	1	Random4-C
dijkstra	1048576	4194304	557.500000	0	4	Random4-C
dijkstra	1048576	4194304	615.000000	0	16	Random4-C
dijkstra	1048576	4194304	661.900000	0	64	Random4-C
dijkstra	1048576	4194304	758.000000	0	256	Random4-C
dijkstra	1048576	4194304	841.100000	0	1024	Random4-C
dijkstra	1048576	4194304	842.800000	0	4096	Random4-C
dijkstra	1048576	4194304	880.400000	0	16384	Random4-C
dijkstra	1048576	4194304	879.900000	0	65536	Random4-C
dijkstra	1048576	4194304	858.500000	0	262144	Random4-C
dijkstra	1048576	4194304	1006.700000	0	1048576	Random4-C
dijkstra	1048576	4194304	873.900000	0	4194304	Random4-C
dijkstra	1048576	4194304	873.700000	5	16777213	Random4-C
dijkstra	1048576	4194304	938.600000	22	67108809	Random4-C
dijkstra	1048576	4194304	1050.400000	44	268435449	Random4-C
dijkstra	1048576	4194304	1317.000000	143	1073741424	Random4-C

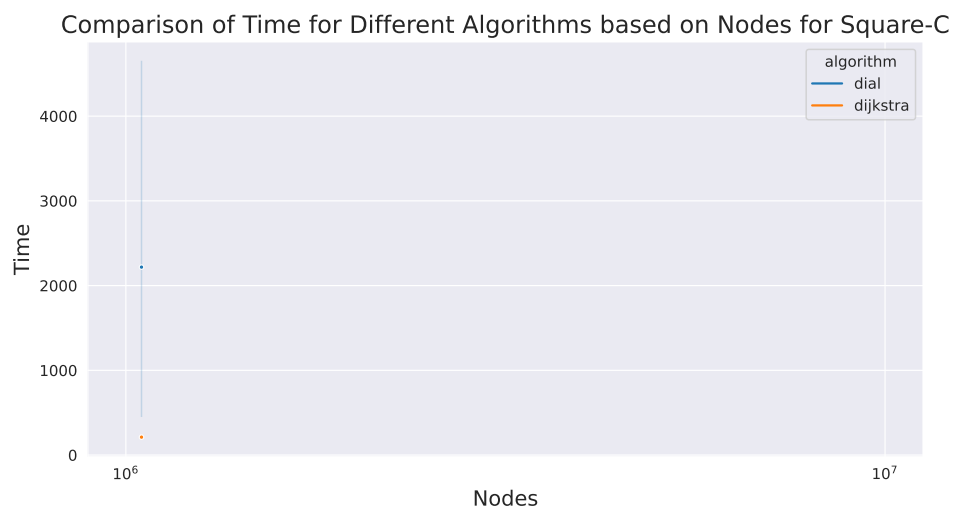
Tabela 5: dane Random4-C

## 9 Square-C

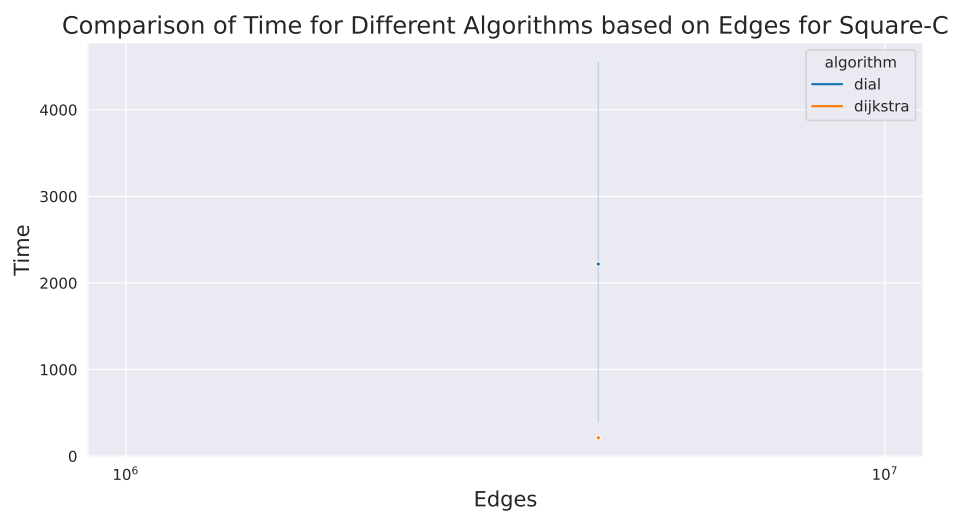
### 9.1 Grafy



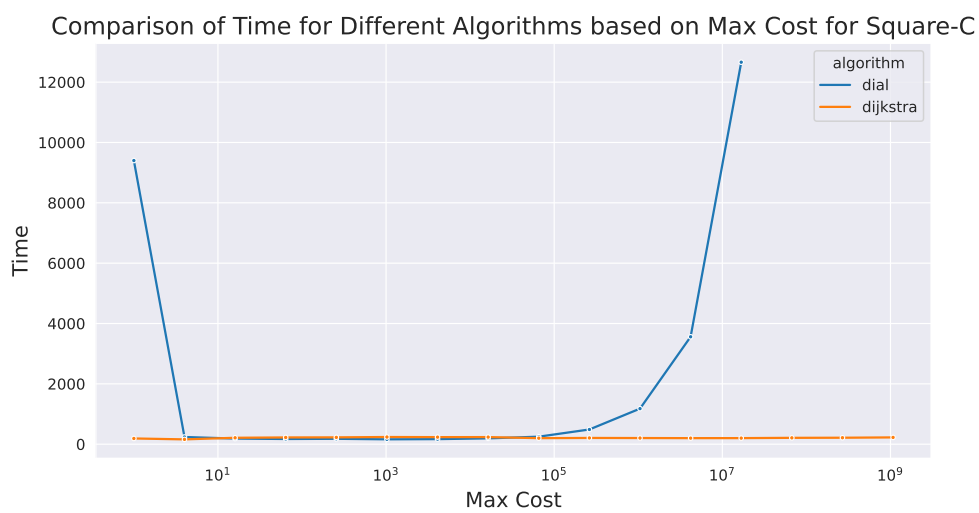
Rysunek 21: Square-C: Barplot



Rysunek 22: Square-C: Nodes Lineplot



Rysunek 23: Square-C: Edges Lineplot



Rysunek 24: Square-C: Max Cost Lineplot

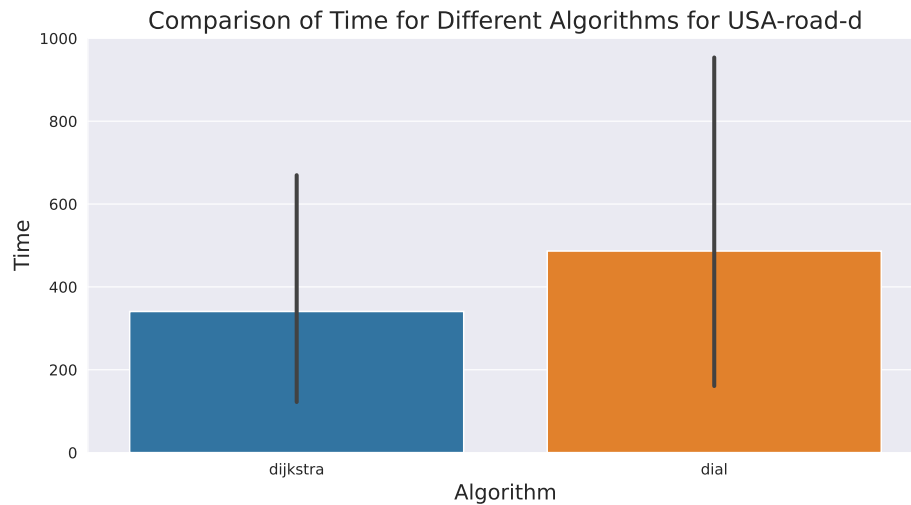
## 9.2 Tabele

algorithm	nodes	edges	time	min cost	max cost	problem
dial	1048576	4190208	9401.200000	0	1	Square-C
dial	1048576	4190208	238.300000	0	4	Square-C
dial	1048576	4190208	186.200000	0	16	Square-C
dial	1048576	4190208	172.200000	0	64	Square-C
dial	1048576	4190208	178.700000	0	256	Square-C
dial	1048576	4190208	161.700000	0	1024	Square-C
dial	1048576	4190208	168.000000	0	4096	Square-C
dial	1048576	4190208	193.000000	0	16384	Square-C
dial	1048576	4190208	249.400000	0	65536	Square-C
dial	1048576	4190208	487.600000	0	262144	Square-C
dial	1048576	4190208	1178.500000	0	1048576	Square-C
dial	1048576	4190208	3559.900000	1	4194302	Square-C
dial	1048576	4190208	12660.100000	2	16777213	Square-C
dijkstra	1048576	4190208	189.900000	0	1	Square-C
dijkstra	1048576	4190208	159.600000	0	4	Square-C
dijkstra	1048576	4190208	212.800000	0	16	Square-C
dijkstra	1048576	4190208	223.800000	0	64	Square-C
dijkstra	1048576	4190208	226.500000	0	256	Square-C
dijkstra	1048576	4190208	238.000000	0	1024	Square-C
dijkstra	1048576	4190208	234.100000	0	4096	Square-C
dijkstra	1048576	4190208	235.300000	0	16384	Square-C
dijkstra	1048576	4190208	199.600000	0	65536	Square-C
dijkstra	1048576	4190208	207.200000	0	262144	Square-C
dijkstra	1048576	4190208	203.900000	0	1048576	Square-C
dijkstra	1048576	4190208	200.500000	1	4194302	Square-C
dijkstra	1048576	4190208	201.300000	2	16777213	Square-C
dijkstra	1048576	4190208	210.800000	7	67108854	Square-C
dijkstra	1048576	4190208	214.300000	52	268435444	Square-C
dijkstra	1048576	4190208	225.000000	790	1073741250	Square-C

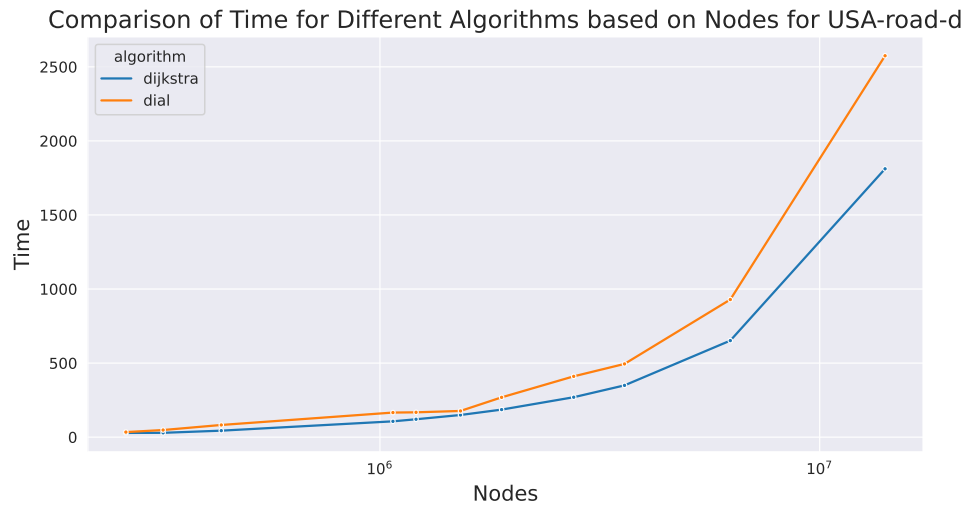
Tabela 6: dane dla problemu Square-C

## 10 USA-road-d

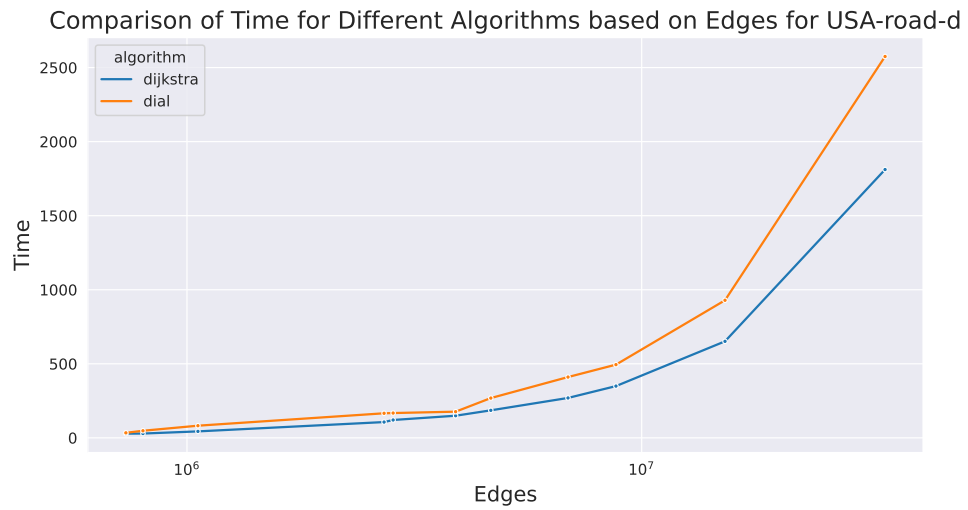
### 10.1 Grafy



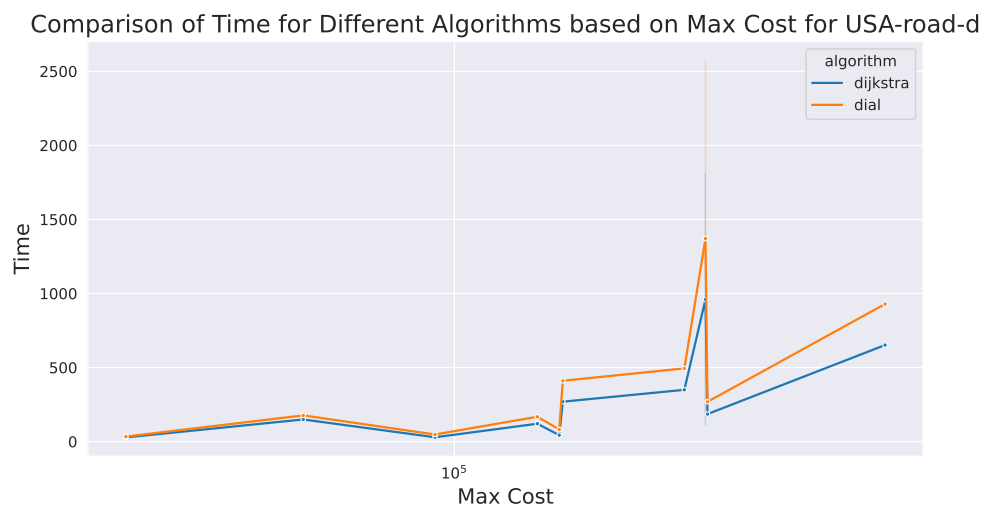
Rysunek 25: USA-road-d: Barplot



Rysunek 26: USA-road-d: Nodes Lineplot



Rysunek 27: USA-road-d: Edges Lineplot



Rysunek 28: USA-road-d: Max Cost Lineplot

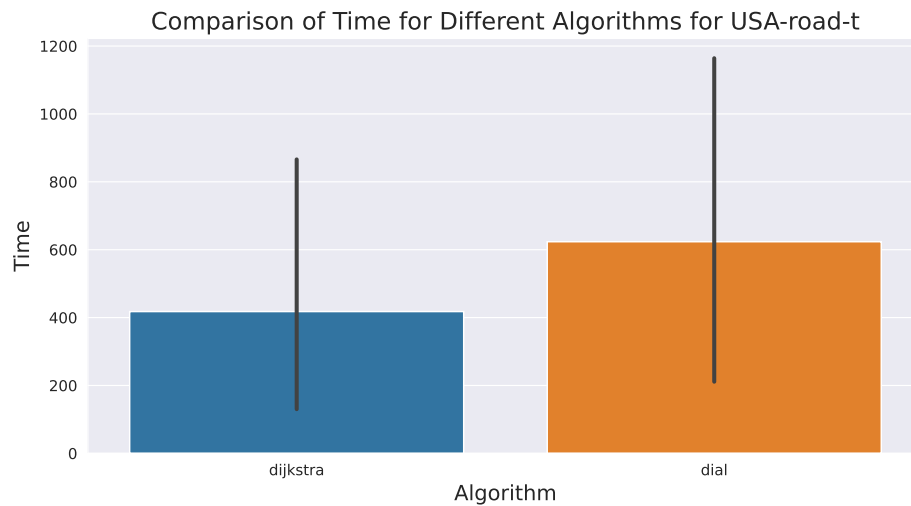
## 10.2 Tabele

algorithm	nodes	edges	time	min cost	max cost	problem
dial	264346	733846	34.078947	1	36946	USA-road-d
dial	321270	800172	48.027397	1	94305	USA-road-d
dial	435666	1057066	82.170279	1	137384	USA-road-d
dial	1070376	2712798	165.931298	1	214013	USA-road-d
dial	1207945	2840208	167.551724	1	128569	USA-road-d
dial	1524453	3897636	176.804348	1	63247	USA-road-d
dial	1890815	4657742	268.662162	1	215354	USA-road-d
dial	2758119	6885658	410.490196	1	138911	USA-road-d
dial	3598623	8778114	494.358974	1	200760	USA-road-d
dial	6262104	15248146	928.954545	1	368855	USA-road-d
dial	14081816	34292496	2574.900000	1	214013	USA-road-d
dijkstra	264346	733846	28.447368	1	36946	USA-road-d
dijkstra	321270	800172	29.178082	1	94305	USA-road-d
dijkstra	435666	1057066	43.721362	1	137384	USA-road-d
dijkstra	1070376	2712798	106.679389	1	214013	USA-road-d
dijkstra	1207945	2840208	120.715517	1	128569	USA-road-d
dijkstra	1524453	3897636	149.489130	1	63247	USA-road-d
dijkstra	1890815	4657742	185.878378	1	215354	USA-road-d
dijkstra	2758119	6885658	269.490196	1	138911	USA-road-d
dijkstra	3598623	8778114	349.512821	1	200760	USA-road-d
dijkstra	6262104	15248146	651.727273	1	368855	USA-road-d
dijkstra	14081816	34292496	1811.600000	1	214013	USA-road-d

Tabela 7: dane USA-road-d

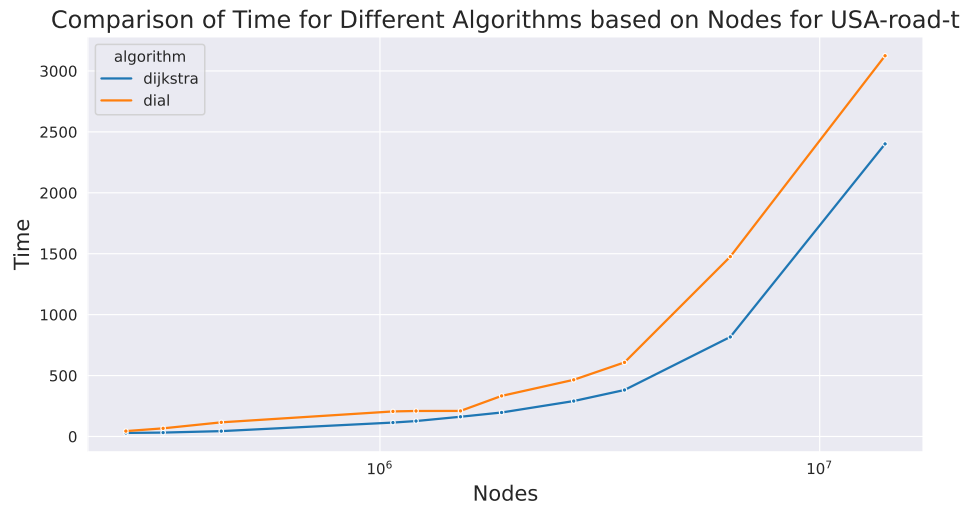
## 11 USA-road-t

### 11.1 Grafy

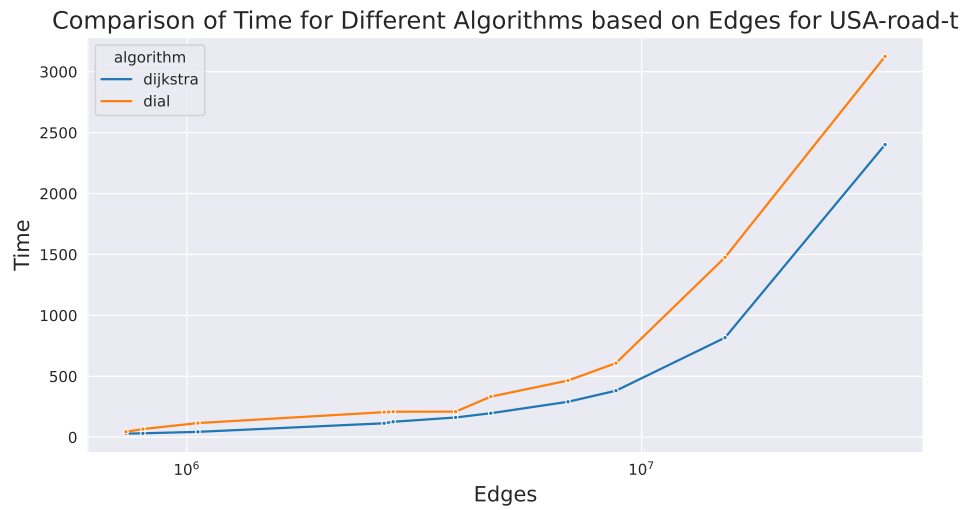


Rysunek 29: USA-road-t: Barplot

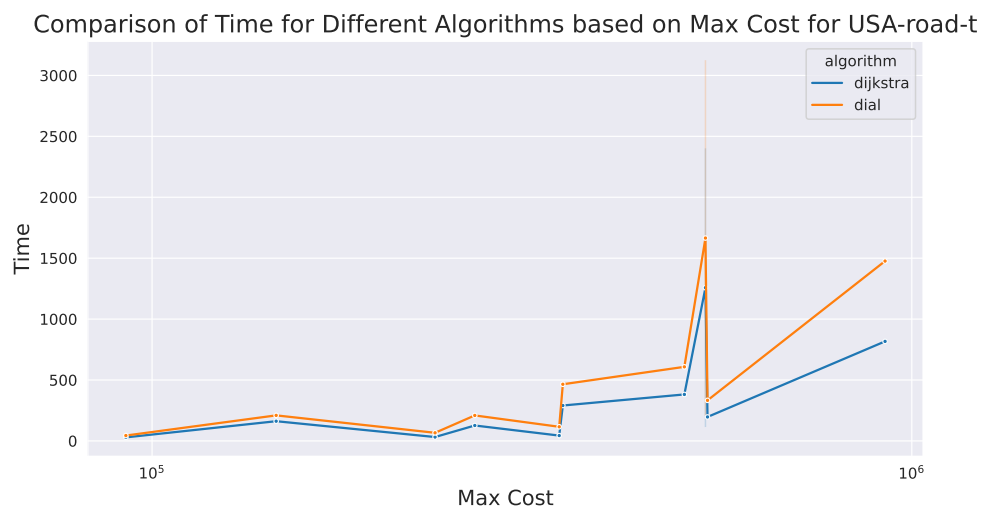




Rysunek 30: USA-road-t: Nodes Lineplot



Rysunek 31: USA-road-t: Edges Lineplot



Rysunek 32: USA-road-t: Max Cost Lineplot

## 11.2 Tabele

algorithm	nodes	edges	time	min cost	max cost	problem
dial	264346	733846	44.204887	2	92366	USA-road-t
dial	321270	800172	66.730594	2	235763	USA-road-t
dial	435666	1057066	116.055728	2	343460	USA-road-t
dial	1070376	2712798	205.526718	1	535032	USA-road-t
dial	1207945	2840208	209.224138	2	265941	USA-road-t
dial	1524453	3897636	209.706522	2	145658	USA-road-t
dial	1890815	4657742	333.040541	1	538385	USA-road-t
dial	2758119	6885658	465.019608	1	347276	USA-road-t
dial	3598623	8778114	608.025641	1	501901	USA-road-t
dial	6262104	15248146	1476.045455	1	922138	USA-road-t
dial	14081816	34292496	3124.800000	1	535032	USA-road-t
dijkstra	264346	733846	29.109023	2	92366	USA-road-t
dijkstra	321270	800172	31.922374	2	235763	USA-road-t
dijkstra	435666	1057066	43.869969	2	343460	USA-road-t
dijkstra	1070376	2712798	114.129771	1	535032	USA-road-t
dijkstra	1207945	2840208	126.620690	2	265941	USA-road-t
dijkstra	1524453	3897636	161.836957	2	145658	USA-road-t
dijkstra	1890815	4657742	196.743243	1	538385	USA-road-t
dijkstra	2758119	6885658	290.666667	1	347276	USA-road-t
dijkstra	3598623	8778114	381.564103	1	501901	USA-road-t
dijkstra	6262104	15248146	816.954545	1	922138	USA-road-t
dijkstra	14081816	34292496	2401.300000	1	535032	USA-road-t

Tabela 8: dane USA-road-t