

A 题 非线性交调的频率设计

如果一非线性器件的输入 $u(t)$ 与输出 $y(t)$ 的关系是 $y(t) = u(t) + u^2(t)$ (其中 t 是时间), 那么当输入是包含频率 f_1, f_2 的信号 $u(t) = \cos 2\pi f_1 t + \cos 2\pi f_2 t$ 时, 输出 $y(t)$ 中不仅包含输入信号 f_1, f_2 , 而且还会出现 $2f_1, f_2 \pm f_2$ 等新的频率成分, 这些新的频率称为交调, 如果交调出现在原有频率 f_1, f_2 的附近, 就会形成噪声干扰, 因此工程设计中对交调的出现有一定的要求。

现有一 SCS (非线性) 系统, 其输入输出关系由如下一组数据给出:

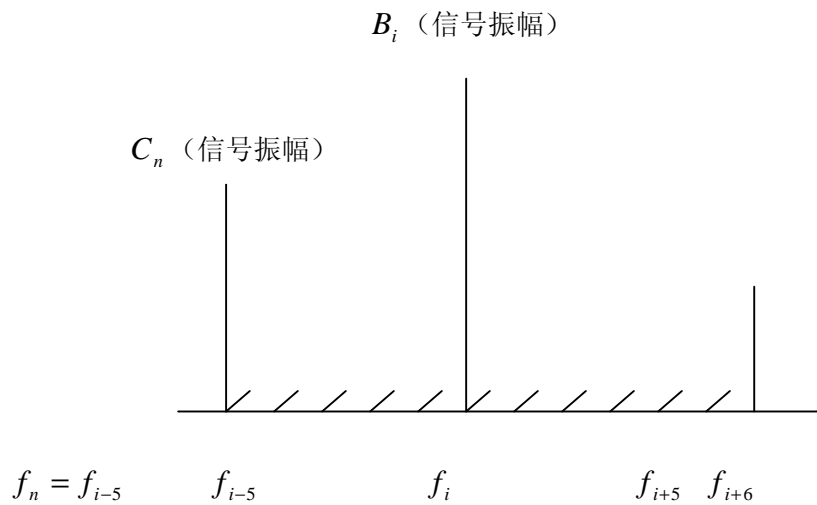
输入 u	0	5	10	20	30	40	50	60	80
输出 y	0	2.25	6.80	20.15	35.70	56.40	75.10	87.85	98.50

输入信号为 $u(t) = A_1 \cos 2\pi f_1 t + A_2 \cos 2\pi f_2 t + A_3 \cos 2\pi f_3 t$, 其中 $A_1=25, A_2=10, A_3=45$

是输入信号振幅, 对输入信号的频率, f_1, f_2, f_3 的设计要求为:

$$1) \quad 36 \leq f_1 \leq 40, \quad 41 \leq f_2 \leq 50, \quad 46 \leq f_3 \leq 53.$$

2) 输出中的交调均不得出现在 $f_i \pm 5$ 的范围内 ($i=1, 2, 3$), 此范围称为 f_i 的接收带 (见下图)。



3) 定义输出中的信噪比 $SNR=10\log_{10}\frac{B_i^2}{C_n^2}$ (单位: 分贝), 其中 B_i 是输出中对应于频率为 f_i 的信号的振幅, C_n 是某一频率为 f_n 的交调的振幅。若 f_n 出现在 $f_n=f_i\pm 6$ 处 ($i=1, 2, 3$), 则对应的 SNR 应大于 10 分贝 (参见上图)。

4) f_i 不得出现在 f_i 的接收带内 ($i, j=1, 2, 3, i\neq j$)。

5) 为简单起见, f_i 只取整数值, 且交调只考虑 2 阶类型 (即 $\{f_i\pm f_j\}$, $i, j=1, 2, 3$) 和 3 阶类型 (即 $\{f_i\pm f_j\pm f_k\}$, $i, j, k=1, 2, 3$)。

试按上述要求设计输入信号频率 f_1, f_2, f_3 。