

第九章 动态规划

第三节 背包问题

【上机练习】

1、砝码称重(weight)

【问题描述】

设有 1g, 2g, 3g, 5g, 10g, 20g 的砝码各若干枚（其总重 ≤ 1000 g）。

【输入格式】

a1 a2 a3 a4 a5 a6 (表示 1g 砝码有 a1 个, 2g 砝码有 a2 个, ..., 20g 砝码有 a6 个)

【输出格式】

Total=N (N 表示用这些砝码能称出的不同重量的个数, 但不包括一个砝码也不用的情况)

【输入样例】

1 1 0 0 0 0

【输出样例】

Total=3 //表示可以称出 1g, 2g, 3g 三种不同的重量

2、装箱问题(boxes)

【问题描述】

有一个箱子容量为 v (正整数, $0 \leq v \leq 20000$), 同时有 n 个物品 ($0 < n \leq 30$), 每个物品有一个体积 (正整数)。

要求从 n 个物品中, 任取若干个装入箱内, 使箱子的剩余空间为最小。

【输入格式】

箱子的容量 v

物品数 n

接下来 n 行, 分别表示这 n 个物品的体积

【输出格式】

箱子剩余空间

【输入样例】

24
6
8
3
12
7
9
7

【输出样例】

0

3、采药(medic)

【问题描述】

辰辰是个天资聪颖的孩子，他的梦想是成为世界上最伟大的医师。为此，他想拜附近最有威望的医师为师。医师为了判断他的资质，给他出了一个难题。医师把他带到一个到处都是草药的山洞里对他说：“孩子，这个山洞里有一些不同的草药，采每一株都需要一些时间，每一株也有它自身的价值。我会给你一段时间，在这段时间里，你可以采到一些草药。如果你是一个聪明的孩子，你应该可以让采到的草药的总价值最大。”

如果你是辰辰，你能完成这个任务吗？

【输入文件】

输入文件 medic.in 的第一行有两个整数 T ($1 \leq T \leq 1000$) 和 M ($1 \leq M \leq 100$)，用一个空格隔开， T 代表总共能够用来采药的时间， M 代表山洞里的草药的数目。接下来的 M 行每行包括两个在 1 到 100 之间（包括 1 和 100）的整数，分别表示采摘某株草药的时间和这株草药的价值。

【输出文件】

输出文件 medic.out 包括一行，这一行只包含一个整数，表示在规定的时间内，可以采到的草药的最大总价值。

【样例输入】

```
70 3
71 100
69 1
1 2
```

【样例输出】

```
3
```

【数据规模】

对于 30% 的数据， $M \leq 10$ ；
对于 100% 的数据， $M \leq 100$ 。

4、开心的金明(happy)

【问题描述】

金明今天很开心，家里购置的新房就要领钥匙了，新房里有一间他自己专用的很宽敞的房间。更让他高兴的是，妈妈昨天对他说：“你的房间需要购买哪些物品，怎么布置，你说了算，只要不超过 N 元钱就行”。今天一早金明就开始做预算，但是他想买的东西太多了，肯定会超过妈妈限定的 N 元。于是，他把每件物品规定了一个重要度，分为 5 等：用整数 $1 \sim 5$ 表示，第 5 等最重要。他还从因特网上查到了每件物品的价格（都是整数元）。他希望在不超过 N 元（可以等于 N 元）的前提下，使每件物品的价格与重要度的乘积的总和最大。

设第 j 件物品的价格为 $v[j]$ ，重要度为 $w[j]$ ，共选中了 k 件物品，编号依次为 j_1, j_2, \dots, j_k ，则所求的总和为：

$$v[j_1]*w[j_1]+v[j_2]*w[j_2]+ \dots +v[j_k]*w[j_k]。 (其中*为乘号)$$

请你帮助金明设计一个满足要求的购物单。

【输入文件】

输入文件 happy.in 的第 1 行，为两个正整数，用一个空格隔开：

$N \quad m$

（其中 N (< 30000) 表示总钱数， m (< 25) 为希望购买物品的个数。）

从第 2 行到第 $m+1$ 行，第 j 行给出了编号为 $j-1$ 的物品的的基本数据，每行有 2 个非负整

数。

v p

(其中 v 表示该物品的价格 ($v \leq 10000$), p 表示该物品的重要度 ($1 \sim 5$))

【输出文件】

输出文件 happy.out 只有一个正整数, 为不超过总钱数的物品的价格与重要度乘积的总和的最大值 (< 100000000)。

【输入样例】

```
1000 5
800 2
400 5
300 5
400 3
200 2
```

【输出样例】

```
3900
```

5、竞赛总分(inflate)

【问题描述】

学生在我们 USACO 的竞赛中的得分越多我们越高兴。我们试着设计我们的竞赛以便人们能尽可能多得分。

现在要进行一次竞赛, 总时间 T 固定, 有若干类型可选择的题目, 每种类型题目可选入的数量不限, 每种类型题目有一个 s_i (解答此题所得的分数) 和 t_i (解答此题所需的时间), 现要选择若干题目, 使解这些题的总时间在 T 以内的前提下, 所得的总分最大。

输入包括竞赛的时间 M ($1 \leq M \leq 10000$) 和题目类型数目 N ($1 \leq N \leq 10000$)。

后面的每一行将包括两个整数来描述一种“题型”:

第一个整数说明解决这种题目能得的分数 ($1 \leq \text{points} \leq 10000$), 第二整数说明解决这种题目所需的时间 ($1 \leq \text{minutes} \leq 10000$)。

【输入格式】

第 1 行:	两个整数: 竞赛的时间 M 和题目类型数目 N。
第 2-N+1 行:	两个整数: 每种类型题目的分数和耗时。

【输出格式】

单独的一行, 在给定固定时间里得到的最大的分数。

【样例输入】

```
300 4
100 60
250 120
120 100
35 20
```

【样例输出】

```
605 //从第 2 种类型中选两题和第 4 种类型中选三题
```

6、最小乘车费用(busses)

【问题描述】

某条街上每隔一公里就有一汽车站，乘车费用如下表：

公里数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
费用	12	21	31	40	49	58	69	79	90	101

而一辆汽车从不行驶超过 10 公里。某人想行驶 n 公里，假设他可以任意次换车，请你帮他找到一种乘车方案使费用最小（10 公里的费用比 1 公里小的情况是允许的）。

【输入文件】

输入文件共两行，第一行为 10 个不超过 100 的整数，依次表示行驶 1~10 公里的费用，相邻两数间用空格隔开；第二行为某人想要行驶的公里数。

【输出文件】

输出文件仅一行包含一个整数，表示该测试点的最小费用。

【输入样例】

```
12 21 31 40 49 58 69 79 90 101
15
```

【输出样例】

```
147
```

7、质数和分解(prime)

【问题描述】

任何大于1的自然数 N ，都可以写成若干个大于等于2且小于等于 N 的质数之和表达式(包括只有一个数构成的和表达式的情况)，并且可能有不止一种质数和的形式。例如9的质数和表达式就有四种本质不同的形式： $9 = 2+5+2 = 2+3+2+2 = 3+3+3 = 2+7$ 。

这里所谓两个本质相同的表达式是指可以通过交换其中一个表达式中参加和运算的各个数的位置而直接得到另一个表达式。

试编程求解自然数 N 可以写成多少种本质不同的质数和表达式。

【输入文件】

文件中的每一行存放一个自然数 N , $2 \leq N \leq 200$ 。

【输出文件】

依次输出每一个自然数 N 的本质不同的质数和表达式的数目。

【样例输入】

```
2
```

【样例输出】

```
1
```

【样例输入】

```
200
```

【样例输出】

```
9845164
```

8、逃亡的准备(hallows)

【问题描述】

在《Harry Potter and the Deathly Hallows》中，Harry Potter他们一起逃亡，现在有许多的东西要放到赫敏的包里面，但是包的大小有限，所以我们只能够在里面放入非常重要的物品，现在给出该种物品的数量、体积、价值的数值，希望你能够算出能使背包的价

值最大的组合方式，并且输出这个数值，赫敏会非常地感谢你。

【输入文件】

第一行有 2 个整数，物品种数 n 和背包装载体积 v 。

2 行到 $i+1$ 行每行 3 个整数，为第 i 种物品的数量 m 、体积 w 、价值 s 。

【输出文件】

包含一个整数，即为能拿到的最大的物品价值总和。

【输入样例】

```
2 10
3 4 3
2 2 5
```

【输出样例】

```
13
```

【注释】

选第一种一个，第二种两个。结果为 $3*1+5*2=13$

【数据规模】

对于 30%的数据

$1 \leq v \leq 500$, $1 \leq n \leq 2000$, $1 \leq m \leq 10$, $1 \leq w \leq 20$, $1 \leq s \leq 100$

对于 100%的数据

$1 \leq v \leq 500$, $1 \leq n \leq 2000$, $1 \leq m \leq 5000$, $1 \leq w \leq 20$, $1 \leq s \leq 100$

9、暗黑游戏(pgrune)

【问题描述】

暗黑游戏中，装备直接决定玩家人物的能力。可以使用 Pg 和 Rune 购买需要的物品。暗黑市场中的装备，每件有不同的价格（Pg 和 Rune）、能力值、最大可购买件数。Kid 作为暗黑战网的一个玩家，当然希望使用尽可能少的 Pg 和 Rune 购买更优的装备，以获得最高的能力值。请你帮忙计算出现有支付能力下的最大可以获得的能力值。

【输入格式】

第一行，三个整数 N, P, R ，分别代表市场中物品种类，Pg 的支付能力和 Rune 的支付能力。

第 2.. $N+1$ 行，每行四个整数，前两个整数分别为购买此物品需要花费的 Pg，Rune，第三个整数若为 0，则说明此物品可以购买无数件，若为其他数字，则为此物品可购买的最多件数(S)，第四个整数为该装备的能力值。

【输出格式】

仅一行，一个整数，最大可获得的能力值。

【输入样例】

```
3 10 10
5 3 0 110
4 3 4 120
2 3 1 130
```

【输出样例】

```
370
```

【样例解释】

选第二种装备 2 件和第三种装备 1 件。

【数据规模】

对于 30%的数据， $0 \leq N \leq 50$, $0 \leq P \leq 30$, $0 \leq R \leq 30$, $0 \leq S \leq 8$;

对于 70%的数据， $0 \leq N \leq 80$, $0 \leq P \leq 65$, $0 \leq R \leq 65$, $0 \leq S \leq 16$;

对于 100%的数据， $0 \leq N \leq 150$, $0 \leq P \leq 100$, $0 \leq R \leq 100$, $0 \leq S \leq 32$;

10、打包(pack)

【问题描述】

你现在拿到了许多的礼物，你要把这些礼物放进袋子里。你只有一个最多装下 V 体积物品的袋子，你不能全部放进去。你也拿不动那么重的东西。你估计你能拿的最大重量为 G 。

现在你了解了每一个物品的完美值、重量和体积，你当然想让袋子中装的物品的完美值总和最大，你又得计划一下了。

【输入】

第一行： V 和 G 表示最大重量和体积。

第二行： N 表示拿到 N 件礼物。

第三到 $N+2$ 行：每行 3 个数 T_i V_i G_i 表示各礼物的完美值、重量和体积

【输出】

输出共一个数，表示可能获得的最大完美值。

【输入输出样例】

pack.in:	pack.out:
6 5	50
4	
10 2 2	
20 3 2	
40 4 3	
30 3 3	

【数据规模】

对于 20%的数据 $N, V, G, T_i, V_i, G_i \leq 10$;

对于 50%的数据 $N, V, G, T_i, V_i, G_i \leq 100$;

对于 80%的数据 $N, V, G, T_i, V_i, G_i \leq 300$;

80%到 100%的数据是 $N, V, G, T_i, V_i, G_i \leq 380$ 的离散随机数据。

11、暗黑破坏神(diablo)

【问题描述】

游戏的主人公有 n 个魔法，每个魔法分为若干个等级，第 i 个魔法有 $p[i]$ 个等级 (不包括 0)，每个魔法的每个等级都有一个效果值，一个 j 级的 i 种魔法的效果值为 $w[i, j]$ ，魔法升一级需要一本相应的魔法书，购买魔法书需要金币，第 i 个魔法的魔法书价格为 $c[i]$ ，而小 x 只有 m 个金币。

你的任务就是帮助小 x 决定如何购买魔法书才能使所有魔法的效果值之和最大，开始时所有魔法为 0 级 效果值为 0。

【输入格式】

第一行，用空格隔开的两个整数 n, m 。

以下 n 行，描述 n 个魔法，第 $i+1$ 行描述第 i 个魔法。 格式如下

$c[i]$ $p[i]$ $w[i, 1]$ $w[i, 2]$... $w[i, p[i]]$

【输出格式】

第一行输出一个整数，即最大效果值。

以后 n 行输出你的方案：

第 $i+1$ 行有一个整数 $v[i]$ 表示你决定把第 i 个魔法学到 $v[i]$ 级

如果有多解，输出花费金币最少的一组

如果还多解，输出任意一组

【输入输出样例】

diablo. in	diablo. out
3 10	11
1 3 1 2 2	1
2 3 2 4 6	0
3 3 2 1 10	3

【数据规模】

$0 < n \leq 100$, $0 < m \leq 500$, $0 < p[i] \leq 50$, $0 < c[i] \leq 10$

保证输入数据和最终结果在 long 范围内

12、科技庄园 (manor)

【问题描述】

Life 种了一块田，里面种了有一些桃树。

Life 对 PFT 说：“我给你一定的时间去摘桃，你必须在规定的时间内回到我面前，否则你摘的桃都要归我吃！”

PFT 思考了一会，最终答应了！

由于 PFT 的数学不好，他并不知道怎样才能在规定的时间获得最大的价值，

由于 PFT 不是机器人，所以他的体力并不是无限的，他不想摘很多的桃以至体力为 0，而白白把桃给 Life。同时 PFT 每次只能摘一棵桃树，，每棵桃树都可以摘 K 次（对于同一棵桃每次摘的桃数相同）。每次摘完后都要返回出发点（PFT 一次拿不了很多）即 Life 的所在地（0，0）{试验田左上角的桃坐标是（1，1）}。

PFT 每秒只能移动一个单位，每移动一个单位耗费体力 1（摘取不花费时间和体力，但只限上下左右移动）。

【输入数据】

第一行，四个数为 N，M，TI，A 分别表示试验田的长和宽，Life 给 PFT 的时间和 PFT 的体力。

下面一个 N 行 M 列的矩阵桃田。表示每次每棵桃树上能摘的桃数。

接下来 N 行 M 列的矩阵，表示每棵桃最多可以采摘的次数 K。

【输出数据】

一个数，PFT 可以获得的最大的桃个数。

【输入样例】

```
4 4 13 20
10 0 0 0
0 0 10 0
0 0 10 0
0 0 0 0
1 0 0 0
0 0 2 0
0 0 4 0
0 0 0 0
```

【输出样例】

10

【样例解释】

可以摘到 1 次（1，1）和 1 次（2，3），体力和时间不满足再摘桃了。

【数据范围】

对于 M N TI A， $10 \leq 30\% \leq 50$ ， $10 \leq 100\% \leq 100$

对于 K， $10 \leq 100\% \leq 100$ 保证结果在 long 范围内

13、金明的预算方案(budget)

【问题描述】

金明今天很开心，家里购置的新房就要领钥匙了，新房里有一间金明自己专用的很宽敞的房间。更让他高兴的是，妈妈昨天对他说：“你的房间需要购买哪些物品，怎么布置，你说了算，只要不超过 N 元钱就行”。今天一早，金明就开始做预算了，他把想买的物品分为两类：主件与附件，附件是从属于某个主件的，下表就是一些主件与附件的例子：

主件	附件
电脑	打印机，扫描仪
书柜	图书
书桌	台灯，文具
工作椅	无

如果要买归类为附件的物品，必须先买该附件所属的主件。每个主件可以有 0 个、1 个或 2 个附件。附件不再有从属于自己的附件。金明想买的东西很多，肯定会超过妈妈限定的 N 元。于是，他把每件物品规定了一个重要度，分为 5 等：用整数 1~5 表示，第 5 等最重要。他还从因特网上查到了每件物品的价格（都是 10 元的整数倍）。他希望在不超过 N 元（可以等于 N 元）的前提下，使每件物品的价格与重要度的乘积的总和最大。

设第 j 件物品的价格为 $v[j]$ ，重要度为 $w[j]$ ，共选中了 k 件物品，编号依次为 j_1, j_2, \dots, j_k ，则所求的总和为：

$$v[j_1]*w[j_1]+v[j_2]*w[j_2]+ \dots +v[j_k]*w[j_k]。 \text{（其中*为乘号）}$$

请你帮助金明设计一个满足要求的购物单。

【输入文件】

输入文件 budget.in 的第 1 行，为两个正整数，用一个空格隔开：

N m （其中 N（ <32000 ）表示总钱数，m（ <60 ）为希望购买物品的个数。）

从第 2 行到第 m+1 行，第 j 行给出了编号为 j-1 的物品的的基本数据，每行有 3 个非负整数：

v p q
（其中 v 表示该物品的价格（ $v<10000$ ），p 表示该物品的重要度（1~5），q 表示该物品是主件还是附件。如果 $q=0$ ，表示该物品为主件，如果 $q>0$ ，表示该物品为附件，q 是所属主件的编号）

【输出文件】

输出文件 budget.out 只有一个正整数，为不超过总钱数的物品的价格与重要度乘积的总和的最大值（ <200000 ）。

【输入样例】

```
1000 5
800 2 0
400 5 1
300 5 1
400 3 0
500 2 0
```

【输出样例】

```
2200
```


第四节 动态规划经典题

【上机练习】

1、对抗赛(competes)

【问题描述】

程序设计对抗赛设有 N ($0 < N \leq 50$ 的整数) 个价值互不相同的奖品, 每个奖品的价值分别为 $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n$ (均为不超过 100 的正整数)。现将它们分给甲乙两队, 为了使得甲乙两队得到相同价值的奖品, 必须将这 N 个奖品分成总价值相等的两组。

编程要求: 对给定 N 及 N 个奖品的价值, 求出将这 N 个奖品分成价值相等的两组, 共有多少种分法?

例如: $N = 5$, $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n$ 分别为 1, 3, 5, 8, 9

则可分为 {1, 3, 9} 与 {5, 8}

仅有 1 种分法;

例如: $N = 7$, $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n$ 分别为 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

则可分为:

{1, 6, 7} 与 {2, 3, 4, 5}

{2, 5, 7} 与 {1, 3, 4, 6}

{3, 4, 7} 与 {1, 2, 5, 6}

{1, 2, 4, 7} 与 {3, 5, 6}

有 4 种分法。

【输入格式】

输入文件中包含 N 及 $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n$ 。(每两个相邻的数据之间有一个空格隔开)。

【输出格式】

输出文件包含一个整数, 表示多少种分法的答案, 数据若无解, 则输出 0。

【输入样例】

```
7
1 2 3 4 5 6 7
```

【输出样例】

```
4
```

2、演讲大厅安排(hall)

【问题描述】

有一个演讲大厅需要我们管理, 演讲者们事先定好了需要演讲的起始时间和中止时间。我们想让演讲大厅得到最大可能的使用。我们要接受一些预定而拒绝其他的预定, 目标是使演讲者使用大厅的时间最长。假设在某一时刻一个演讲结束, 另一个演讲就可以立即开始。

【编程任务】

- 1、从文本文件 hall.in 中读入演讲者的申请。
- 2、计算演讲大厅最大可能的使用时间。
- 3、将结果写入文件 hall.out。

【输入格式】

输入文件 hall.in 第一行为一个整数 N , $N \leq 5000$, 表示申请的数目。

以下 n 行每行包含两个整数 p, k , $1 \leq p < k \leq 30000$, 表示这个申请的起始时间和中止时间。

【输出格式】

输出文件 hall.out 包含一个整数，表示大厅最大可能的使用时间。

【输入样例】

12
1 2
3 5
0 4
6 8
7 13
4 6
9 10
9 12
11 14
15 19
14 16
18 20

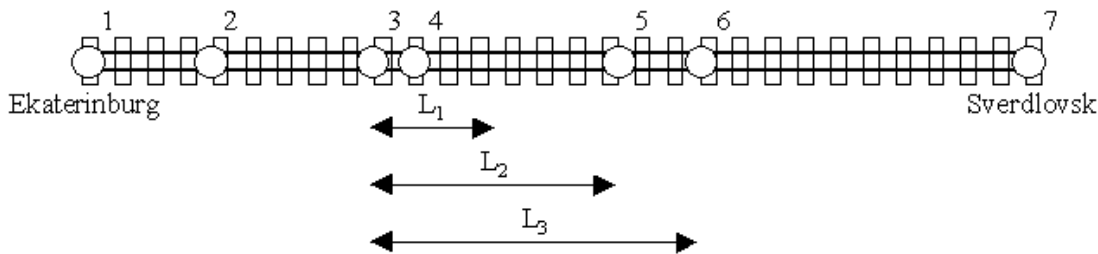
【输出样例】

16

3、火车票(railway)

【问题描述】

从 Ekaterinburg 到 Sverdlovsk 的火车线路上有若干个站点。这条线路可以近似的表示为一条线段，火车站就是线段上的点。线路始于 Ekaterinburg，终于 Sverdlovsk。Ekaterinburg 被标号为 1，Sverdlovsk 被标号为 n。（n 为整条线路上的站点数）



线路上的任意两个站点间的直达票价是由它们间的距离决定的，票价根据以下规则制定：

X 为两站的距离	价格
$0 < X \leq L_1$	C1
$L_1 < X \leq L_2$	C2
$L_2 < X \leq L_3$	C3

如果两站的间距超过 L_3 ，则无直达车票。所以有时可能有必要买多张票，通过转车的方式，从一个站到达另一个站。

例如，在上面的图中，有 7 个站点。2 号站点到 6 号站点的距离超过 L_3 ，不能买直达票。存在若干种中转的方法，其中的一种是买两张票：先花费 C_2 从 2 号站到达 3 号站，然后花费 C_3 从 3 号站到 6 号站，一种花费 $C_2 + C_3$ 。

你的任务是，找出一种最经济的中转方案。

【输入格式】

第一行 6 个整数 $L_1, L_2, L_3, C_1, C_2, C_3$ ($1 \leq L_1 < L_2 < L_3 \leq 10^9, 1 \leq C_1 < C_2 < C_3 \leq 10^9$)，中间用空格分隔。

第二行一个整数 n ($2 \leq n \leq 100$), 表示线路上的车站数。

第三行两个整数 s 和 t , 分别是起点和终点的编号。注意: s 不一定小于 t 。

以下的 $n-1$ 行, 按据 Ekaterinburg 远近, 每行描述了一个车站的位置。它包含一个整数, 表示该车站距 Ekaterinburg 的距离。

任意两个车站的距离不超过 10^9 , 任意两个相邻的车站的距离不超过 $L3$ 。

【输出格式】

一个整数, 表示从给定的一个站到给定的另一个站的最小花费。

【输入样例】

```
3 6 8 20 30 40
7
2 6
3
7
8
13
15
23
```

【输出样例】

```
70
```

4、单词的划分(word)

【问题描述】

有一个很长的由小写字母组成字符串。为了便于对这个字符串进行分析, 需要将它划分成若干个部分, 每个部分称为一个单词。出于减少分析量的目的, 我们希望划分出的单词数越少越好。你就是来完成这一划分工作的。

【输入格式】

从文本文件 word.in 中读入数据。

第一行, 一个字符串。(字符串的长度不超过 100)

第二行一个整数 n , 表示单词的个数。($n \leq 100$)

第 $3 \sim n+2$ 行, 每行列出一个单词。

【输出格式】

一个整数, 表示字符串可以被划分成的最少的单词数。

【输入样例】

```
realityour
5
real
reality
it
your
our
```

【输出样例】

```
2
```

(原字符串可拆成 $real+it+your$ 或 $reality+our$, 由于 $reality+our$ 仅为两个部分, 因此最优解为 2, 另外注意, 单词列表中的每个单词都可以重复使用多次, 也可以不用)

5、饥饿的牛(hunger)

【问题描述】

牛在饲料槽前排好了队。饲料槽依次用 1 到 N($1 \leq N \leq 2000$) 编号。每天晚上, 一头幸运的牛根据约翰的规则, 吃其中一些槽里的饲料。

约翰提供 B 个区间的清单。一个区间是一对整数 start-end, $1 \leq \text{start} \leq \text{end} \leq N$, 表示一些连续的饲料槽, 比如 1-3, 7-8, 3-4 等等。牛可以任意选择区间, 但是牛选择的区间不能有重叠。

当然, 牛希望自己能够吃得越多越好。给出一些区间, 帮助这只牛找一些区间, 使它能吃到最多的东西。

在上面的例子中, 1-3 和 3-4 是重叠的; 聪明的牛选择 {1-3, 7-8}, 这样可以吃到 5 个槽里的东西。

【输入格式】

第一行, 整数 B ($1 \leq B \leq 1000$)

第 2 到 B+1 行, 每行两个整数, 表示一个区间, 较小的端点在前面。

【输出格式】

仅一个整数, 表示最多能吃到多少个槽里的食物。

【输入样例】

```
3
1 3
7 8
3 4
```

【输出样例】

```
5
```

6、护卫队(convoy)

【问题描述】

护卫车队在一条单行的街道前排成一队, 前面河上是一座单行的桥。因为街道是一条单行道, 所以任何车辆都不能超车。桥能承受一个给定的最大承载量。为了控制桥上的交通, 桥两边各站一个指挥员。护卫车队被分成几个组, 每组中的车辆都能同时通过该桥。当一组车队到达了桥的另一端, 该端的指挥员就用电话通知另一端的指挥员, 这样下一组车队才能开始通过该桥。每辆车的重量是已知的。任何一组车队的重量之和不能超过桥的最大承重量。被分在同一组的每一辆车都以其最快的速度通过该桥。一组车队通过该桥的时间是用该车队中速度最慢的车通过该桥所需的时间来表示的。要求计算出全部护卫车队通过该桥所需的最短时间值。

【输入格式】

输入文件第一行包含三个正整数(用空格隔开), 第一个整数表示该桥所能承受的最大载重量(用吨表示); 第二个整数表示该桥的长度(用千米表示); 第三个整数表示该护卫队中车辆的总数($n < 1000$)。接下来的几行中, 每行包含两个正整数 W 和 S(用空格隔开), W 表示该车的重量(用吨表示), S 表示该车过桥能达到的最快速度(用千米/小时表示)。车子的重量和速度是按车子排队等候时的顺序给出的。

【输出格式】

输出文件应该是一个实数, 四舍五入精确到小数点后 1 位, 表示整个护卫车队通过该桥所需的最短时间(用分钟表示)。

【输入样例】

```
100 5 10
40 25
50 20
50 20
70 10
12 50
9 70
49 30
38 25
27 50
19 70
```

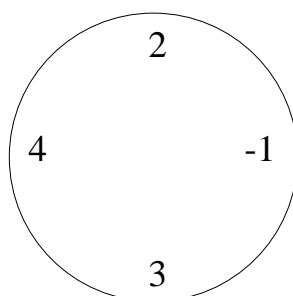
【输出样例】

```
75.0
```

7、数字游戏(game)**【问题描述】**

丁丁最近沉迷于一个数字游戏。这个游戏看似简单，但丁丁在研究了许多天之后却发觉原来在简单的规则下想要赢得这个游戏并不那么容易。游戏是这样的，在你面前有一圈整数（一共 n 个），你要按顺序将其分为 m 个部分，各部分内的数字相加，相加所得的 m 个结果对 10 取模后再相乘，最终得到一个数 k 。游戏的要求是使你所得的 k 最大或者最小。

例如，对于下面这圈数字（ $n=4$ ， $m=2$ ）：



当要求最小值时， $((2-1) \bmod 10) \times ((4+3) \bmod 10) = 1 \times 7 = 7$ ，要求最大值时，为 $((2+4+3) \bmod 10) \times (-1 \bmod 10) = 9 \times 9 = 81$ 。特别值得注意的是，无论是负数还是正数，对 10 取模的结果均为非负值。

丁丁请你编写程序帮他赢得这个游戏。

【输入格式】

输入文件第一行有两个整数， n （ $1 \leq n \leq 50$ ）和 m （ $1 \leq m \leq 9$ ）。以下 n 行每行有一个整数，其绝对值不大于 10^4 ，按顺序给出圈中的数字，首尾相接。

【输出格式】

输出文件有两行，各包含一个非负整数。第一行是你程序得到的最小值，第二行是最大值。

【输入样例】

```
4 2
4
3
-1
2
```

【输出样例】

7
81

8、能量项链(energy)

【问题描述】

在 Mars 星球上，每个 Mars 人都随身佩戴着一串能量项链。在项链上有 N 颗能量珠。能量珠是一颗有头标记与尾标记的珠子，这些标记对应着某个正整数。并且，对于相邻的两颗珠子，前一颗珠子的尾标记一定等于后一颗珠子的头标记。因为只有这样，通过吸盘（吸盘是 Mars 人吸收能量的一种器官）的作用，这两颗珠子才能聚合成一颗珠子，同时释放出可以被吸盘吸收的能量。如果前一颗能量珠的头标记为 m ，尾标记为 r ，后一颗能量珠的头标记为 r ，尾标记为 n ，则聚合后释放的能量为 $m \times r \times n$ （Mars 单位），新产生的珠子的头标记为 m ，尾标记为 n 。

需要时，Mars 人就用吸盘夹住相邻的两颗珠子，通过聚合得到能量，直到项链上只剩下一颗珠子为止。显然，不同的聚合顺序得到的总能量是不同的，请你设计一个聚合顺序，使一串项链释放出的总能量最大。

例如：设 $N=4$ ，4 颗珠子的头标记与尾标记依次为 (2, 3) (3, 5) (5, 10) (10, 2)。我们用记号 \oplus 表示两颗珠子的聚合操作， $(j \oplus k)$ 表示第 j, k 两颗珠子聚合后所释放的能量。则第 4、1 两颗珠子聚合后释放的能量为：

$$(4 \oplus 1) = 10 \times 2 \times 3 = 60。$$

这一串项链可以得到最优值的一个聚合顺序所释放的总能量为

$$((4 \oplus 1) \oplus 2) \oplus 3 = 10 \times 2 \times 3 + 10 \times 3 \times 5 + 10 \times 5 \times 10 = 710。$$

【输入文件】

输入文件 energy.in 的第一行是一个正整数 N ($4 \leq N \leq 100$)，表示项链上珠子的个数。第二行是 N 个用空格隔开的正整数，所有的数均不超过 1000。第 i 个数为第 i 颗珠子的头标记 ($1 \leq i \leq N$)，当 $i < N$ 时，第 i 颗珠子的尾标记应该等于第 $i+1$ 颗珠子的头标记。第 N 颗珠子的尾标记应该等于第 1 颗珠子的头标记。

至于珠子的顺序，你可以这样确定：将项链放到桌面上，不要出现交叉，随意指定第一颗珠子，然后按顺时针方向确定其他珠子的顺序。

【输出文件】

输出文件 energy.out 只有一行，是一个正整数 E ($E \leq 2.1 \times 10^9$)，为一个最优聚合顺序所释放的总能量。

【输入样例】

4
2 3 5 10

【输出样例】

710

9、传纸条(message)

【问题描述】

小渊和小轩是好朋友也是同班同学，他们在一起总有谈不完的话题。一次素质拓展活动中，班上同学安排做成一个 m 行 n 列的矩阵，而小渊和小轩被安排在矩阵对角线的两端，因此，他们就无法直接交谈了。幸运的是，他们可以通过传纸条来进行交流。纸条要经由许多同学传到对方手里，小渊坐在矩阵的左上角，坐标 (1, 1)，小轩坐在矩阵的右下角，坐标 (m, n)。

从小渊传到小轩的纸条只可以向下或者向右传递,从小轩传给小渊的纸条只可以向上或者向左传递。

在活动进行中,小渊希望给小轩传递一张纸条,同时希望小轩给他回复。班里每个同学都可以帮他们传递,但只会帮他们一次,也就是说如果此人在小渊递给小轩纸条的时候帮忙,那么在小轩递给小渊的时候就不会再帮忙。反之亦然。

还有一件事情需要注意,全班每个同学愿意帮忙的好感度有高有低(注意:小渊和小轩的好心程度没有定义,输入时用 0 表示),可以用一个 0-100 的自然数来表示,数越大表示越好心。小渊和小轩希望尽可能找好心程度高的同学来帮忙传纸条,即找到来回两条传递路径,使得这两条路径上同学的好心程度只和最大。现在,请你帮助小渊和小轩找到这样的两条路径。

【输入格式】

输入文件 message.in 的第一行有 2 个用空格隔开的整数 m 和 n,表示班里有 m 行 n 列 ($1 \leq m, n \leq 50$)。

接下来的 m 行是一个 $m \times n$ 的矩阵,矩阵中第 i 行 j 列的整数表示坐在第 i 行 j 列的学生的好心程度。每行的 n 个整数之间用空格隔开。

【输出格式】

输出文件 message.out 共一行,包含一个整数,表示来回两条路上参与传递纸条的学生的好心程度之和的最大值。

【输入输出样例】

message.in	message.out
3 3 0 3 9 2 8 5 5 7 0	34

【限制】

30%的数据满足: $1 \leq m, n \leq 10$

100%的数据满足: $1 \leq m, n \leq 50$

10、筷子(chop)

【问题描述】

A 先生有很多双筷子。确切的说应该是很多根,因为筷子的长度不一,很难判断出哪两根是一双的。这天,A 先生家里来了 K 个客人,A 先生留下他们吃晚饭。加上 A 先生,A 夫人和他们的孩子小 A,共 $K+3$ 个人。每人需要用一双筷子。A 先生只好清理了一下筷子,共 N 根,长度为 $T_1, T_2, T_3, \dots, T_N$ 。现在他想用这些筷子组合成 $K+3$ 双,使每双的筷子长度差的平方和最小。(怎么不是和最小?? 这要去问 A 先生了,呵呵)

【输入格式】

输入文件共有两行,第一行为两个用空格隔开的整数,表示 N, K ($1 \leq N \leq 100, 0 < K < 50$),第二行共有 N 个用空格隔开的整数,为 T_i 。每个整数为 1~50 之间的数。

【输出格式】

输出文件仅一行。如果凑不齐 $K+3$ 双,输出-1,否则输出长度差平方和的最小值。

【输入样例】

10 1
1 1 2 3 3 3 4 6 10 20

【输出样例】

5

说明：

第一双 1 1

第二双 2 3

第三双 3 3

第四双 4 6

$$(1-1)^2 + (2-3)^2 + (3-3)^2 + (4-6)^2 = 5$$

11、垃圾陷阱(well)

【问题描述】

卡门——农夫约翰极其珍视的一条 Holsteins 奶牛——已经落到了“垃圾井”中。“垃圾井”是农夫们扔垃圾的地方，它的深度为 D ($2 \leq D \leq 100$) 英尺。

卡门想把垃圾堆起来，等到堆得与井同样高时，她就能逃出井外了。另外，卡门可以通过吃一些垃圾来维持自己的生命。

每个垃圾都可以用来吃或堆放，并且堆放垃圾不用花费卡门的时间。

假设卡门预先知道了每个垃圾扔下的时间 t ($0 < t \leq 1000$)，以及每个垃圾堆放的高度 h ($1 \leq h \leq 25$) 和吃进该垃圾能维持生命的时间 f ($1 \leq f \leq 30$)，要求出卡门最早能逃出井外的时间，假设卡门当前体内有足够持续 10 小时的能量，如果卡门 10 小时内没有进食，卡门就将饿死。

【输入格式】

第一行为 2 个整数， D 和 G ($1 \leq G \leq 100$)， G 为被投入井的垃圾的数量。

第二到第 $G+1$ 行每行包括 3 个整数： T ($0 < T \leq 1000$)，表示垃圾被投进井中的时间； F ($1 \leq F \leq 30$)，表示该垃圾能维持卡门生命的时间；和 H ($1 \leq H \leq 25$)，该垃圾能垫高的高度。

【输出格式】

如果卡门可以爬出陷阱，输出一个整数表示最早什么时候可以爬出；否则输出卡门最长可以存活多长时间。

【输入样例】

```
20 4
5 4 9
9 3 2
12 6 10
13 1 1
```

【输出样例】

```
13
```

【样例说明】

卡门堆放她收到的第一个垃圾：height=9；

卡门吃掉她收到的第二个垃圾，使她的生命从 10 小时延伸到 13 小时；

卡门堆放第 3 个垃圾，height=19；

卡门堆放第 4 个垃圾，height=20。

12、守望者的逃离(Noip2007)

【问题描述】

恶魔猎手尤迪安野心勃勃，他背叛了暗夜精灵，率领深藏在海底的娜迦族企图叛变。守望者在与尤迪安的交锋中遭遇了围杀，被困在一个荒芜的大岛上。为了杀死守望者，尤迪安开始对这个荒岛施咒，这座岛很快就会沉下去。到那时，岛上的所有人都会遇难。守望者的跑步速度为 17m/s，以这样的速度是无法逃离荒岛的。庆幸的是守望者拥有闪烁法术，可在

1s 内移动 60m，不过每次使用闪烁法术都会消耗魔法值 10 点。守望者的魔法值恢复的速度为 4 点/s，只有处在原地休息状态时才能恢复。

现在已知守望者的魔法初值 M ，他所在的初始位置与岛的出口之间的距离 S ，岛沉没的时间 T 。你的任务是写一个程序帮助守望者计算如何在最短的时间内逃离荒岛，若不能逃出，则输出守望者在剩下的时间内能走的最远距离。注意：守望者跑步、闪烁或休息活动均以秒 (s) 为单位，且每次活动的持续时间为整数秒。距离的单位为米 (m)。

【输入格式】

输入文件 `escape.in` 仅一行，包括空格隔开的三个非负整数 M, S, T 。

【输出格式】

输出文件 `escape.out` 包含两行：

第 1 行为字符串 “Yes” 或 “No”（区分大小写），即守望者是否能逃离荒岛。

第 2 行包含一个整数。第一行为 “Yes”（区分大小写）时表示守望者逃离荒岛的最短时间；第一行为 “No”（区分大小写）时表示守望者能走的最远距离。

【输入输出样例 1】

<code>escape.in</code>	<code>escape.out</code>
39 200 4	No 197

【输入输出样例 2】

<code>escape.in</code>	<code>escape.out</code>
36 255 10	Yes 6

【限制】

30%的数据满足： $1 \leq T \leq 10, 1 \leq S \leq 100$

50%的数据满足： $1 \leq T \leq 1000, 1 \leq S \leq 10000$

100%的数据满足： $1 \leq T \leq 300000, 0 \leq M \leq 1000, 1 \leq S \leq 10^8$ 。

13、矩阵取数游戏 (Noip2007)

【问题描述】

帅帅经常跟同学玩一个矩阵取数游戏：对于一个给定的 $n \times m$ 的矩阵，矩阵中的每个元素 a_{ij} 均为非负整数。游戏规则如下：

- 1、每次取数时须从每行各取走一个元素，共 n 个。 m 次后取完矩阵所有元素；
- 2、每次取走的各个元素只能是该元素所在行的行首或行尾；
- 3、每次取数都有一个得分值，为每行取数的得分之和，**每行取数的得分 = 被取走的元素值 $\times 2^i$** ，其中 i 表示第 i 次取数（从 1 开始编号）；
- 4、游戏结束总得分为 m 次取数得分之和。

帅帅想请你帮忙写一个程序，对于任意矩阵，可以求出取数后的最大得分。

【输入格式】

输入文件 `game.in` 包括 $n+1$ 行：

第 1 行为两个用空格隔开的整数 n 和 m 。

第 2~ $n+1$ 行为 $n \times m$ 矩阵，其中每行有 m 个用单个空格隔开的非负整数。

【输出格式】

输出文件 `game.out` 仅包含 1 行，为一个整数，即输入矩阵取数后的最大得分。

【输入输出样例 1】

game. in	game. out
2 3 1 2 3 3 4 2	82

【输入输出样例 1 解释】

第 1 次：第 1 行取行首元素，第 2 行取行尾元素，本次得分为 $1*2^1+2*2^1=6$

第 2 次：两行均取行首元素，本次得分为 $2*2^2+3*2^2=20$

第 3 次：得分为 $3*2^3+4*2^3=56$ 。总得分为 $6+20+56=82$

【输入输出样例 2】

game. in	game. out
1 4 4 5 0 5	122

【输入输出样例 3】

game. in	game. out
2 10 96 56 54 46 86 12 23 88 80 43 16 95 18 29 30 53 88 83 64 67	316994

【限制】

60%的数据满足： $1 \leq n$, $m \leq 30$, 答案不超过 10^{16}

100%的数据满足： $1 \leq n$, $m \leq 80$, $0 \leq a_{ij} \leq 1000$