西安交通大学考试题

成绩	

课 程 计算方法B

学 院 ________________ 考 试 日 期 2018 年 1 月 10 日

专业班号 ________________

姓 名 ________________ 学 号 ______________ 期中 [ ] 期末 [√]

一、 填空题(每空 2 分, 共 48 分)

1.在计算方法中，主要研究的是________误差和________误差。

2.使用浮点数系 $F(\beta,t,L,U)$ 可以表示计算机中所有的浮点数，则个数为____________________________。在浮点数系 $F(10,8,-38,+38)$ 中，能表示的最小的正数是____________________。

3.已知 $\sqrt{896}\approx 29.93$，且方程 $x^2-30x+1=0$ 有一个根为 $x_1=29.96$，则在 $F(10,4,-10,10)$ 中计算得到的该方程的另一个根 $x_2=$_____________。

4.已知 $\pi\approx 3.14159265.....$，则其近似数 $\pi_1=3.14152$ 具有_____位有效数字。

5.已知 $\vec{x}=(1\quad 2\quad 3\quad 4)^T$，则 $\|\vec{x}\|_1=$______，$\|\vec{x}\|_2=$______，$\|\vec{x}\|_\infty=$______。

6.已知方程组 $\begin{cases}3x_1+2x_2=5\\ -2x_1+x_2=1\end{cases}$，则对其系数矩阵 A，有 $\|A\|_1=$_______，并且 A 的条件数 $cond_\infty(A)=$__________，当此数较大时，该方程组称为_____________。

7.已知 n 个互不相同的点 $x_1,x_2,...,x_n$，其所构成的 $Lagrange$ 插值基函数为 $l_i(x)=$__________________________________，并且有 $l_i(x_i)=$__________。

8.若 $f(x)=x^4-2017x^3+2018x^2+2019x+m$，则差商 $f[0,1,2,3,4]=$______，$f[0,1,2,3,4,5]=$ ____。若 $f[0,1,2,3]=2017$，则 $f[1,2,3,4]=$______。

9.具有 n+1 个节点的插值型数值积分公式，其代数精度最少可以达到______，而具有相同节点的高斯型求积公式，代数精度可以达到__________。

10.具有 2 个积分点的梯形求积公式为$\int_a^b f(x)dx \approx$__________________，其误差为$E_1 =$__________________________,代数精度为__________。若用此公式计算定积分$\int_0^{\frac{\pi}{2}}(\cos t)dt$,则其近似值为__________。

11. 在积分区间$[0,1]$上，$\varphi_2(x)$是关于权函数$\rho(x)=\sqrt{x}$的最高次项系数为 1 的二次正交多项式，则积分$\int_0^1 \sqrt{x}(x+3)\varphi_2(x)dx =$__________。

12.若有非线性方程$f(x)=x$,则其牛顿迭代格式为_____________________,由于该迭代格式具有____________收敛的性质，要使该迭代格收敛，则初值x_0应满足的条件是____________________。

13.对于以下常微分方程的初值问题$y'(t)=-10y, y(0)=1, t\in[0,1]$，使用后退 *Euler* 方法时的计算公式为$y_{i+1} =$__________________,局部截断误差为_____________________。

二、简答题(共 52 分)

1. 求插值以下数据点不超过 4 次的插值多项式，并给出余项公式。(6 分)

x_i	0	1	2
$f(x_i)$	1	0	5
$f'(x_i)$	2		2

2. 已知方程组 $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 4x_3 = 8 \\ 4x_1 + 4x_2 + x_3 = 13 \\ 6x_1 + 5x_2 + 12x_3 = 28 \end{cases}$ 给出系数矩阵的 LU 分解形式，并求解该方程。（6 分）

2. 已知 $S(x) = \begin{cases} (x+1)^3 + a(x+1)^2 + b(x+1) + c & -2 \le x < -1 \\ \frac{1}{2}x^3 & -1 \le x \le 0 \end{cases}$ 是区间[-2,0]上的三次样条插值函数，求 a,b,c 的值。（6 分）

3. 针对方程组$\begin{cases} 2x_1+x_2+x_3=3 \\ x_1+x_2+x_3=2 \\ x_1+x_2-2x_3=-1 \end{cases}$，给出雅可比迭代格式和高斯-赛德尔迭代格式，并讨论针对任意初始向量它们是否收敛。(6 分)

4. 求以下数值积分公式中的系数使其具有尽可能高的代数精度，并给出误差估计式（6 分）

$$\int_{-2}^{2} f(x)dx \approx A_0 f(-1) + A_1 f(0) + A_2 f(1)$$

6. 若方程 $x^3 - x^2 - 1 = 0$ 在 $x_0 = 1.5$ 附近有根，对于 $x_{k+1} = x_k - \dfrac{x_k^3 - x_k^2 - 1}{3x_k^2 - 2x_k}$ 的迭代格式判断其收敛性，若不收敛，则将其进行改造为收敛的迭代格式。（6 分）

7. 已知函数 $f(x)$ 在节点 $x_0, x_1, x_2, \ldots, x_n$ 上有 n 次插值多项式 $L_n(x)$，证明：对于 $\forall x \in (x_0, x_n)$ 有 $R_n(x) = f(x) - L_n(x) = \sum_{i=0}^{n} [f(x) - f(x_i)] \cdot l_i(x)$ （4 分）