

西安交通大学考试题

成绩

课 程 计算方法 A

系 别 考试日期 2003 年 1 月 7 日

专业班号

姓 名 学 号 期中 期末

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
得分										

一. 填空 (10 分)

(1) 采用选主元法解线性代数方程组的原因是_____

(2) 所谓 m 次样条插值函数是 $s(x)$ 是一种_____, 它在插值点 $x_i (a = x_0 < x_1 < \dots < x_m = b)$ 处所分成的每个小区间 $[x_{i-1}, x_i]$ 上是_____, 而在整个区间 $[a, b]$ 上_____.

(3) n 次多项式 $p(x)$ 成为函数 $y = f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 是最优一致逼近多项式的充要条件是误差_____在区间 $[a, b]$ 上_____的点 (称为偏差点) 的个数_____.

(4) 若求积公式 $\int_a^b \omega(x)f(x)dx \approx \sum_{i=0}^n A_i f(x_i)$ 的代数精度为 $2n+1$, 则其节点 x_i 为_____

(5) 有限元方法中, 设三角形元素的三顶点为 $A_i(x_i, y_i)$, $A_j(x_j, y_j)$, $A_k(x_k, y_k)$, 面积为 Δ , 则面积坐标 λ 与坐标 (x, y) 有关系: _____

二. (8 分) 已知函数 $y(x)$ 的下列数据: $y(-1) = -1$, $y(0) = 0$, $y'(-1) = 0$, 求满足以上条件的不高于二次的插值多项式, 并求 $y(-0.3)$, $y'(-0.3)$ 的近似值。

解：

三. (7 分) 数值积分公式 $\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{i=0}^n A_i f(x_i)$ 的代数精度最高是多少？试证不可能更高。

解：

四. (10 分) 求函数 $y = \ln(x)$ 在区间 $[1, 2]$ 上的最优一致逼近一次多项式。

解：

五. (10 分) 已知线性代数方程组的系数矩阵为

$$A = \begin{pmatrix} 2 & a & 0 \\ b & 2 & b \\ 0 & a & 1 \end{pmatrix}$$

试分别确定 a 和 b 的一个取值范围, 使

- (1) *Jacobi* 迭代法收敛;
- (2) *Gauss-Seidel* 迭代法收敛。

解:

六. (10 分) 求解常微分方程初值问题的后退欧拉公式为

$$y_{i+1} = y_i + hf(x_{i+1}, y_{i+1}), \quad i = 0, 1, 2, \dots$$

今对试验问题: $\begin{cases} y' = \lambda y \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$, 令 $\bar{h} = \lambda h$, 试讨论该方法的绝对稳定性;

又对具体问题: $\begin{cases} y' = -10y, & 0 \leq x \leq 1 \\ y(0) = 1 \end{cases}$, 取步长 h 为何值时, 后退欧拉法

绝对稳定?

解:

七. (10 分) 确定数值微分公式 $f'(h) = a'f(0) + b[f(2h) - f(h)]$ 的系数, 并导出截断误差的简单表达式。

解:

八. (10 分) 对线性代数方程组 $Ax = b$, 设其准确解为 x , 当 A 发生扰动 δA 时, x 会随之发生扰动 δx , 试证明:

$$\frac{\|\delta x\|}{\|x + \delta x\|} \leq \text{Cond}(A) \frac{\|\delta A\|}{\|A\|}$$

证明:

九. (10 分) 用牛顿迭代法求方程组

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3 = 0 \\ 2x_1^2 + x_2^2 - 5 = 0 \end{cases}$$

在 $x_1 = -1$, $x_2 = 2$ 附近的解。只需计算出第一步迭代解即可 (精确到小数点后两位)。

解: