

计算方法 第8章习题答案

习题 8.1 已知 $A = \begin{pmatrix} 6 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, 用乘幂法求 A 按模最大的特征值及对应的特征向量, 要求 $|m_k - m_{k-1}| < 0.01$.

解: 取 $z_0 = (1, 1, 1)^T$, 按乘幂法计算得表

k	m_k	$(z_k)_1$	$(z_k)_2$	$(z_k)_3$
1	9	1	0.667	0.333
2	7.667	1	0.565	0.261
3	7.391	1	0.535	0.247
4	7.317	1	0.526	0.244
5	7.296	1	0.524	0.243
6	7.291	1	0.523	0.242
7	7.288	1	0.523	0.242

故得 $\lambda_1 \approx 7.29$, $\xi_1 = (1, 0.523, 0.242)^T$.

习题 8.3 已知 $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 4 \\ 1 & 10 & 1 \\ 4 & 1 & 10 \end{pmatrix}$, 用反幂法求 A 接近于12的特征值及对应的特征向量 (精确到4位小数).

解: 先对 $A - 12I$ 作三角分解

$$A - 12I = LU, \quad L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -0.125 & 1 & 0 \\ -0.5 & -0.8 & 1 \end{pmatrix}, \quad U = \begin{pmatrix} -8 & 1 & 4 \\ 0 & -1.875 & 1.5 \\ 0 & 0 & 1.2 \end{pmatrix}$$

运用反幂法可得表:

k	m_k	$(z_k)_1$	$(z_k)_2$	$(z_k)_3$
1	0.8333	0.3700	0.1601	1
2	1.1251	0.5466	0.7022	1
3	1.5747	0.5240	0.5391	1
4	1.4547	0.5273	0.5784	1
5	1.4825	0.5266	0.5683	1
6	1.4754	0.5267	0.5709	1
7	1.4772	0.5267	0.5702	1
8	1.4774	0.5267	0.5704	1
9	1.4774	0.5267	0.5704	1

进一步可得 $\lambda_1 = 12.6769$, $\xi_1 = (0.5267, 0.5704, 1)^\top$.