

APMO 初選詳解

2019-2

題目：

將 $1, 2, \dots, 2018$ 這 2018 個數任意排成一列, 得到一個數 A .
試問: 以 3 除 A 的餘數為多少?

解法一：

令排成一列後的數為 h , 並可以將其表示為：

$$\begin{aligned} h &= \sum_{n=1}^{2018} n \times 10^{a_n} \\ &\equiv \sum_{n=1}^{2018} n = \frac{(2018+1)(2018)}{2} = 2037171 \end{aligned}$$

$$\equiv 0(\text{mod } 3)$$

答：0

解法二

無論這 2018 個數怎麼排，我們可以將其兩個兩個分組，如下：

2018 和 1 一組

2017 和 2 一組

2016 和 3 一組

2015 和 4 一組

...

1010 和 1009 一組

並令排成一列後的數為 h

每組和為 $2019 \equiv 0(\text{mod } 3)$

故， h 除 3 的餘數是 0

答：0